Spécialité : Une carafe filtrante permet-elle de diminuer la dureté d'une eau?

Bac S 2009 Antilles-Guyane (ancien programme) · Exercice 4 **4 points** **Durée conseillée 52 min**

1 Quelle verrerie doit-on utiliser pour prélever le volume $V = 20{,}0$ mL d'eau à doser ?

Le volume V de la prise d'essai doit être connu avec précision, car il intervient dans le calcul de la concentration.

On prélève l'eau avec une **pipette jaugée de 20,0 mL**, munie d'une propipette.

PIÈGE
Proposer une éprouvette graduée ou un bécher : ils ne sont pas assez précis pour un titrage. L'écriture « 20,0 mL », avec trois chiffres significatifs, indique qu'il faut de la verrerie jaugée.

2.1 Ce titrage est-il direct ou indirect ? Justifier.

Les ions Y^{4-} versés à la burette réagissent eux-mêmes avec les espèces à doser, Ca^{2+} et Mg^{2+}, présentes dans le bécher. Aucune réaction préalable ne transforme ces ions avant le titrage.

Le titrage est **direct** : le réactif titrant réagit avec les espèces titrées elles-mêmes.

COMPRENDRE
Dans un titrage indirect, l'espèce à doser réagit d'abord avec un autre réactif, souvent en excès ; on titre ensuite un produit formé ou l'excès restant.

2.2 Quelle relation lie $n(\mathrm{Ca}^{2+})$, $n(\mathrm{Mg}^{2+})$ et la quantité $n(\mathrm{EDTA})$ d'ions Y^{4-} versés à l'équivalence ?

À l'équivalence, les réactifs ont été introduits dans les proportions stœchiométriques. Dans chacune des deux équations, un ion Y^{4-} réagit avec un ion métallique : la quantité d'ions Y^{4-} versés est donc égale à la quantité totale d'ions Ca^{2+} et Mg^{2+}.

$$n(\mathrm{Ca}^{2+}) + n(\mathrm{Mg}^{2+}) = n(\mathrm{EDTA})$$

PIÈGE
Écrire $n(\mathrm{Ca}^{2+}) = n(\mathrm{Mg}^{2+}) = n(\mathrm{EDTA})$. L'EDTA réagit avec les deux ions sans les distinguer : le titrage ne donne que leur somme.

3 Quelle est la relation existant entre $[\mathrm{Ca}^{2+}]$, $[\mathrm{Mg}^{2+}]$, V, c et V_E ?

Dans le volume V d'eau titrée : $n(\mathrm{Ca}^{2+}) = [\mathrm{Ca}^{2+}] \times V$ et $n(\mathrm{Mg}^{2+}) = [\mathrm{Mg}^{2+}] \times V$.

Quantité d'ions Y^{4-} versés à l'équivalence : $n(\mathrm{EDTA}) = c \times V_E$.

La relation de la question 2.2 devient $\left([\mathrm{Ca}^{2+}] + [\mathrm{Mg}^{2+}]\right) \times V = c \times V_E$, soit :

$$[\mathrm{Ca}^{2+}] + [\mathrm{Mg}^{2+}] = \frac{c \times V_E}{V}$$

MÉTHODE
Pour tout titrage : écrire la relation entre quantités de matière à l'équivalence, puis remplacer chaque quantité par « concentration × volume », avec le bon volume pour chaque espèce (prise d'essai ou volume équivalent).

4.1 Calculer en $\mathrm{mol \cdot L^{-1}}$ la valeur de la somme $[\mathrm{Ca}^{2+}] + [\mathrm{Mg}^{2+}]$ pour l'eau n°1 et l'eau n°2.

Données utiles $c = 1{,}0 \times 10^{-2}\ \mathrm{mol \cdot L^{-1}}$; $V = 20{,}0$ mL ; $V_{E1} = 6{,}7$ mL ; $V_{E2} = 2{,}9$ mL

On applique la relation de la question 3 ; les deux volumes étant en mL, leur rapport est sans unité.

Eau n°1 : $[\mathrm{Ca}^{2+}] + [\mathrm{Mg}^{2+}] = \dfrac{1{,}0 \times 10^{-2} \times 6{,}7}{20{,}0} = 3{,}35 \times 10^{-3}\ \mathrm{mol \cdot L^{-1}}$

Eau n°2 : $[\mathrm{Ca}^{2+}] + [\mathrm{Mg}^{2+}] = \dfrac{1{,}0 \times 10^{-2} \times 2{,}9}{20{,}0} = 1{,}45 \times 10^{-3}\ \mathrm{mol \cdot L^{-1}}$

Eau n°1 : $3{,}4 \times 10^{-3}\ \mathrm{mol \cdot L^{-1}}$; eau n°2 : $1{,}5 \times 10^{-3}\ \mathrm{mol \cdot L^{-1}}$

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme c et V_E, les données les moins précises. On garde les valeurs non arrondies ($3{,}35$ et $1{,}45$) pour la suite des calculs.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$\frac{1.0 \times 10^{-2} \times 6.7}{20.0} \approx 0.00335$

$\frac{1.0 \times 10^{-2} \times 2.9}{20.0} \approx 0.00145$

4.2 En déduire le TH, en degré français, de l'eau non filtrée (eau n°1) et de l'eau filtrée (eau n°2).

Données utiles 1 °f correspond à $10^{-4}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$ d'ions Ca^{2+} et Mg^{2+} ; concentrations de la question 4.1

Le TH est proportionnel à la concentration totale en ions calcium et magnésium : $\text{TH} = \frac{[Ca^{2+}] + [Mg^{2+}]}{10^{-4}}$, avec les concentrations en $\text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$.

Eau n°1 : $\text{TH}_1 = \frac{3{,}35 \times 10^{-3}}{10^{-4}} = 33{,}5$ °f, soit 34 °f avec deux chiffres significatifs.

Eau n°2 : $\text{TH}_2 = \frac{1{,}45 \times 10^{-3}}{10^{-4}} = 14{,}5$ °f, soit 15 °f avec deux chiffres significatifs.

$\text{TH}_1 \approx 34$ °f et $\text{TH}_2 \approx 15$ °f

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$\frac{3.35 \times 10^{-3}}{1 \times 10^{-4}} \approx 33.5$

$\frac{1.45 \times 10^{-3}}{1 \times 10^{-4}} \approx 14.5$

4.3 Quelle est l'eau la plus dure ? Justifier.

Plus le TH est élevé, plus l'eau est dure. Or $\text{TH}_1 > \text{TH}_2$.

D'après le tableau, l'eau n°1 (34 °f, entre 25 et 42 °f) est une eau dure ; l'eau n°2 (14,5 °f avant arrondi, entre 7 et 15 °f) est une eau douce, à la limite de la catégorie « moyennement dure ».

L'eau la plus dure est l'**eau n°1**, l'eau du robinet non filtrée.

4.4 Conclure sur l'efficacité de la carafe.

Données utiles $\text{TH}_1 = 33{,}5$ °f et $\text{TH}_2 = 14{,}5$ °f (Q4.2)

$\frac{\text{TH}_1}{\text{TH}_2} = \frac{33{,}5}{14{,}5} \approx 2{,}3$: la filtration divise par plus de deux la concentration en ions calcium et magnésium. L'eau passe de la catégorie « dure » à la catégorie « douce ».

La carafe est **efficace** : elle diminue nettement la dureté de l'eau, sans retenir tous les ions Ca^{2+} et Mg^{2+}.

MÉTHODE

Une conclusion s'appuie sur des valeurs : un rapport, un écart ou un changement de catégorie dans le tableau. Répondre « oui, elle est efficace » sans chiffre ne suffit pas.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$\frac{33.5}{14.5} \approx 2.310345$

5 Déterminer le titre hydrotimétrique (en °f) de l'eau minérale dont l'étiquette est donnée et le comparer à celui de l'eau filtrée avec la carafe.

Données utiles ions calcium : $78\ \text{mg}\cdot\text{L}^{-1}$; ions magnésium : $24\ \text{mg}\cdot\text{L}^{-1}$; $M(\text{Ca}) = 40{,}1\ \text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$; $M(\text{Mg}) = 24{,}3\ \text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$; TH_2 (Q4.2)

L'étiquette donne des concentrations en masse t. La concentration en quantité de matière s'en déduit par $[\text{X}] = \dfrac{t(\text{X})}{M(\text{X})}$, avec t en $\text{g}\cdot\text{L}^{-1}$.

$$[\text{Ca}^{2+}] = \frac{78\times10^{-3}}{40{,}1} = 1{,}95\times10^{-3}\ \text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$$

$$[\text{Mg}^{2+}] = \frac{24\times10^{-3}}{24{,}3} = 9{,}9\times10^{-4}\ \text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$$

$[\text{Ca}^{2+}] + [\text{Mg}^{2+}] = 2{,}9\times10^{-3}\ \text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$, donc $\text{TH}_3 = \dfrac{2{,}9\times10^{-3}}{10^{-4}} = 29$ °f : c'est une eau dure.

$\text{TH}_3 > \text{TH}_2$: l'eau minérale est environ deux fois plus dure que l'eau filtrée, et à peine moins dure que l'eau du robinet ($\text{TH}_1 \approx 34$ °f).

$\text{TH}_3 \approx 29$ °f : l'eau minérale est plus dure que l'eau filtrée par la carafe ($\text{TH}_2 \approx 15$ °f).

PIÈGE

Laisser les concentrations en $\text{mg}\cdot\text{L}^{-1}$: on obtient un TH mille fois trop grand. Ne pas additionner non plus les concentrations en masse : la dureté compte des quantités de matière, et les deux ions n'ont pas la même masse molaire.

COMPRENDRE

La masse d'un ion monoatomique est quasiment celle de l'atome (les électrons perdus sont très légers) : on utilise les masses molaires atomiques de Ca et de Mg.

À LA CALCULATRICE

