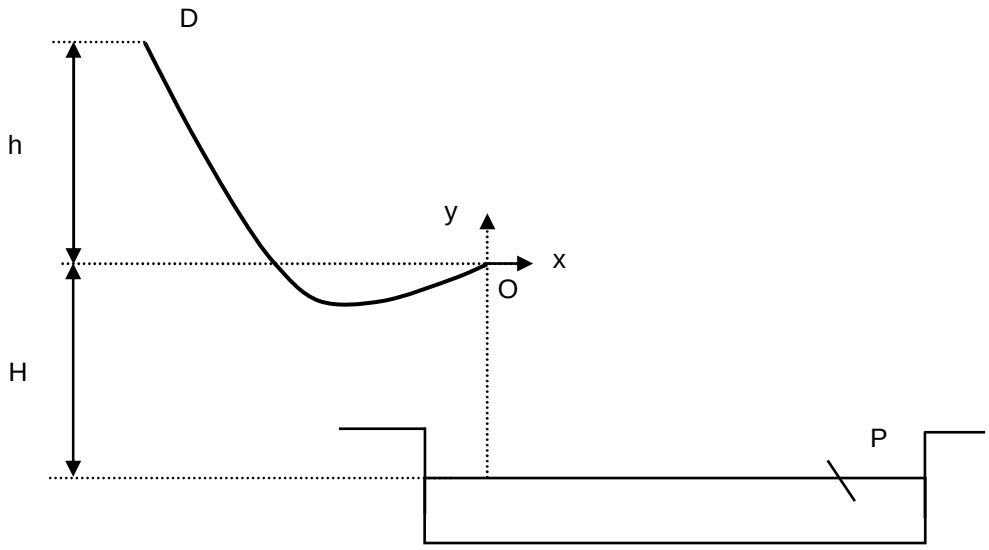
Antilles Guyane 2009 **EXERCICE II. UN TOBOGGAN DE PLAGE (5,5 points)**

Un enfant glisse le long d'un toboggan de plage dans le référentiel terrestre supposé galiléen.
Pour l'exercice, l'enfant sera assimilé à un point matériel *G* et on négligera tout type de frottement ainsi que toutes les actions dues à l'air.

Un toboggan de plage est constitué par :

- une piste *DO* qui permet à un enfant partant de *D* **sans vitesse initiale** d'atteindre le point *O* avec un vecteur vitesse $\overrightarrow{V_0}$ faisant un angle α avec l'horizontale ;

- une piscine de réception : la surface de l'eau se trouve à une distance *H* au dessous de *O*.



Données :

- Masse de l'enfant : m = 35 kg ;
- Intensité de la pesanteur : g = 10 m.s^{-2} ;
- Dénivellation h = 5,0 m ;
- Hauteur H = 0,50 m ;
- Angle α = 30° ;
- On choisit l'altitude du point *O* comme référence pour l'énergie potentielle de pesanteur de l'enfant ; Epp_O = 0 pour y_0 = 0.

1. Mouvement de l'enfant entre D et O

1.1. Donner l'expression de l'énergie potentielle de pesanteur Epp_D de l'enfant au point D.

1.2. Donner l'expression de l'énergie mécanique Em_D de l'enfant au point D.

1.3. Donner l'expression de l'énergie mécanique Em_O de l'enfant au point O.

1.4. En déduire l'expression de la vitesse v_0 en justifiant le raisonnement.

1.5. Calculer la valeur de la vitesse v_0 de l'enfant en O.

1.6. En réalité, la vitesse en ce point est nettement inférieure et vaut 5,0 $m.s^{-1}$. Comment expliquez-vous cette différence ?

2. Étude de la chute de l'enfant dans l'eau

En O, origine du mouvement dans cette partie, on prendra $\boldsymbol{v_0 = 5{,}0\ m.s^{-1}}$.

2.1. Énoncer la deuxième loi de Newton.

2.2. Appliquer la deuxième loi de Newton à l'enfant une fois qu'il a quitté le point O.

2.3. Déterminer l'expression des composantes $a_x(t)$ et $a_y(t)$ du vecteur accélération dans le repère *Oxy*.

2.4. Déterminer l'expression des composantes $v_x(t)$ et $v_y(t)$ du vecteur vitesse dans le repère *Oxy*.

2.5. Déterminer l'expression des composantes $x(t)$ et $y(t)$ du vecteur position dans le repère *Oxy*.

2.6. Montrer que l'expression de la trajectoire de l'enfant notée $y(x)$ a pour expression :

$$y(x) = -\frac{1}{2} g \frac{x^2}{v_0^2 . \cos^2 \alpha} + x.\tan\alpha$$

2.7. En déduire la valeur de l'abscisse x_P du point d'impact P de l'enfant dans l'eau.