Corrigé complet — Bac S 2009 Amérique du Sud (ancien programme)

Physique-chimie, enseignement de spécialité **20 points** **3 h 30**

Ex 1	**Caractère ondulatoire de la lumière** Diffraction par une fente · Écart angulaire · Longueur d'onde et fréquence · Indice de réfraction · Milieu dispersif · Loi de Snell-Descartes	4 pts	52 min	11 questions	p. 2
Ex 2	**L'aspirine** Groupes caractéristiques · Couple acide-base et diagramme de prédominance · Constante d'équilibre · Synthèse organique et rendement · Titrage acide-base	6,5 pts	1 h 18	20 questions	p. 5
Ex 3	**Un service au tennis** Deuxième loi de Newton · Chute libre avec vitesse initiale horizontale · Équations horaires · Équation de la trajectoire · Énergie potentielle de pesanteur · Conservation de l'énergie mécanique	5,5 pts	1 h 05	13 questions	p. 11
Ex 4	**Spécialité : Téléphone portable et ondes radio** Ondes électromagnétiques · Longueur d'onde et fréquence · Modulation d'amplitude · Taux de modulation · Lecture d'un oscillogramme · Démodulation	4 pts	52 min	13 questions	p. 15

Comment s'en servir. Fais d'abord le sujet en temps limité, puis corrige-toi exercice par exercice. À gauche de chaque question, sur les carreaux : ce qu'il faut écrire sur ta copie. À droite : les pièges, ce qu'il faut comprendre et les méthodes.

Caractère ondulatoire de la lumière

Bac S 2009 Amérique du Sud (ancien programme) · Exercice 1 **4 points** **Durée conseillée 52 min**

1 Quel est le nom du phénomène observé ?

Après la fente, le faisceau s'étale : l'écran montre une tache centrale lumineuse bordée de zones sombres, au lieu d'un simple point.

Le phénomène observé est la **diffraction** de la lumière par la fente.

COMPRENDRE
La diffraction est propre aux ondes : elle se manifeste nettement quand l'ouverture a une taille peu différente de la longueur d'onde, ou jusqu'à quelques centaines de fois plus grande pour la lumière.

2.1 Avec l'approximation $\tan\theta \approx \theta$ (en rad), calculer la valeur de l'angle θ en radians à partir des mesures.

Données utiles $D = 2{,}00$ m ; $2d = 12{,}6$ mm

Dans le triangle rectangle formé par l'axe du faisceau, l'écran et le rayon dirigé vers la première zone sombre : $\tan\theta = \dfrac{d}{D}$.

L'angle étant petit, $\theta \approx \tan\theta$, donc $\theta = \dfrac{d}{D}$ avec $d = \dfrac{12{,}6}{2} = 6{,}30\ \text{mm} = 6{,}30 \times 10^{-3}$ m.

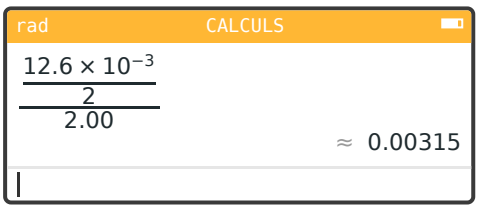
$$\theta = \frac{6{,}30 \times 10^{-3}}{2{,}00}$$

$\theta = 3{,}15 \times 10^{-3}$ rad

PIÈGE
La mesure donnée est $2d$, largeur totale de la tache centrale. Utiliser $12{,}6$ mm à la place de d double l'angle. Penser aussi à convertir les millimètres en mètres.

COMPRENDRE
Les données ont trois chiffres significatifs : le résultat en garde trois. L'angle trouvé est très petit, ce qui justifie l'approximation proposée.

À LA CALCULATRICE



2.2 Donner la relation liant θ, λ et a, avec les unités du système international. Calculer la longueur d'onde λ.

Données utiles $a = 0{,}200$ mm ; $\theta = 3{,}15 \times 10^{-3}$ rad (2.1)

Pour une fente de largeur a, l'écart angulaire vérifie :

$$\theta = \frac{\lambda}{a}$$

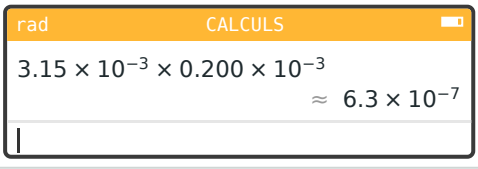
avec θ en radians (rad), λ en mètres (m) et a en mètres (m).

On en tire $\lambda = \theta \times a = 3{,}15 \times 10^{-3} \times 0{,}200 \times 10^{-3} = 6{,}30 \times 10^{-7}$ m.

$\lambda = 6{,}30 \times 10^{-7}\ \text{m} = 630\ \text{nm}$

COMPRENDRE
630 nm appartient au domaine visible (400 à 800 nm), côté rouge : le résultat est cohérent avec le laser rouge mentionné à la question 2.4.

À LA CALCULATRICE



2.3 Quelle est la relation entre λ, c et ν ? Indiquer les unités dans le système international.

La longueur d'onde est la distance parcourue par l'onde pendant une période $T = \dfrac{1}{\nu}$:

$\lambda = \dfrac{c}{\nu}$, avec λ en mètres (m), c en mètres par seconde ($\mathrm{m \cdot s^{-1}}$) et ν en hertz (Hz).

2.4 Indiquer comment varie d lorsqu'on remplace la lumière rouge du laser par une lumière bleue, puis lorsqu'on diminue la largeur a de la fente.

Les deux expressions de l'écart angulaire donnent $\dfrac{d}{D} = \dfrac{\lambda}{a}$, soit $d = \dfrac{\lambda D}{a}$.

- Lumière bleue : sa longueur d'onde est plus petite que celle du rouge. Avec a et D inchangés, d est proportionnelle à λ, donc d diminue.
- Fente plus étroite : avec λ et D inchangés, d est inversement proportionnelle à a, donc d augmente.

En lumière bleue, d **diminue** ; si a diminue, d **augmente**.

PIÈGE
L'intuition trompe : resserrer la fente élargit la tache centrale. La diffraction est d'autant plus marquée que l'ouverture est étroite.

MÉTHODE
Pour prévoir l'effet d'un changement, écrire d'abord la grandeur étudiée en fonction des seuls paramètres de l'expérience, puis raisonner en proportionnalité, un paramètre à la fois.

2.5 Qu'est-ce qui différencie une lumière monochromatique d'une lumière polychromatique ?

Une lumière monochromatique ne contient qu'une seule radiation, caractérisée par une fréquence unique. Une lumière polychromatique est la superposition de plusieurs radiations de fréquences différentes.

Monochromatique : **une seule fréquence** ; polychromatique : **plusieurs fréquences**.

COMPRENDRE
Le laser est une source quasi monochromatique ; la lumière blanche de la partie 3 est polychromatique. On caractérise une radiation par sa fréquence, car elle ne dépend pas du milieu traversé.

3.1 Quelle grandeur ne change pas lorsqu'une radiation passe de l'air dans le verre : la longueur d'onde, la fréquence ou la célérité ?

La fréquence d'une radiation est fixée par la source. La célérité diminue en entrant dans le verre, et la longueur d'onde $\lambda = \dfrac{v}{\nu}$ diminue avec elle.

Seule la **fréquence** reste inchangée.

3.2 Donner la relation définissant l'indice de réfraction d'un milieu transparent pour une radiation monochromatique, en précisant la signification des symboles.

$n = \dfrac{c}{v}$, où n est l'indice de réfraction du milieu (sans unité), c la célérité de la lumière dans le vide et v la célérité de la radiation dans le milieu considéré, toutes deux en $\mathrm{m \cdot s^{-1}}$.

COMPRENDRE
Comme $v \leqslant c$, un indice de réfraction est toujours supérieur ou égal à 1. Celui de l'air vaut pratiquement 1.

3.3 Calculer la célérité de la radiation dans le verre.

Données utiles $c = 3{,}00 \times 10^8\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$; $n = 1{,}50$

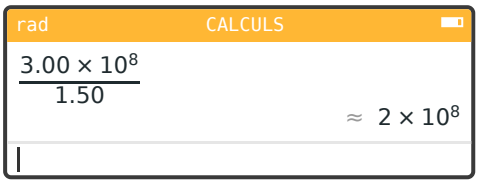
De la définition de l'indice : $v = \dfrac{c}{n}$.

$$v = \frac{3{,}00 \times 10^8}{1{,}50}$$

$$\boxed{v = 2{,}00 \times 10^8\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}}$$

PIÈGE
Multiplier c par n donnerait une célérité supérieure à celle de la lumière dans le vide, ce qui est impossible : ce contrôle rapide évite l'erreur.

À LA CALCULATRICE



3.4 Qu'appelle-t-on milieu dispersif ?

Un milieu est **dispersif** si la célérité d'une onde qui s'y propage dépend de sa fréquence.

COMPRENDRE
Pour la lumière, cela revient à dire que l'indice $n = \dfrac{c}{v}$ dépend de la fréquence : chaque couleur est déviée différemment, d'où le spectre obtenu avec un prisme.

3.5 Déduire de la relation de Descartes et de la définition de l'indice de réfraction que le verre est dispersif.

Données utiles $n_a = 1{,}0$; $n_a \sin i = n_v \sin r$; à i fixé, r varie avec la fréquence

Avec $n_a = 1{,}0$, la relation de Descartes s'écrit $\sin i = n_v \sin r$, soit $n_v = \dfrac{\sin i}{\sin r}$.

L'angle i est fixé et r change quand la fréquence change : $\sin r$ varie, donc n_v dépend de la fréquence.

Par définition, $n_v = \dfrac{c}{v}$, soit $v = \dfrac{c}{n_v}$. Comme c est une constante, la célérité v dans le verre dépend elle aussi de la fréquence.

La célérité de la lumière dans le verre dépend de la fréquence : le verre est un milieu **dispersif**.

MÉTHODE
Enchaîner trois maillons : l'observation (r varie avec ν), la loi de Descartes (n_v varie avec ν), la définition de l'indice (v varie avec ν). Conclure avec la définition donnée en 3.4.

L'aspirine

Bac S 2009 Amérique du Sud (ancien programme) · Exercice 2 **6,5 points** **Durée conseillée 1 h 18**

1.1.1 Donner le nom du groupe caractéristique encadré dans la formule topologique de la salicine.

Le groupe encadré est $-\mathrm{OH}$, porté par un carbone tétraédrique.

Salicine : groupe **hydroxyle** (famille des alcools).

1.1.2 Donner le nom du groupe caractéristique encadré dans la formule topologique de l'acide salicylique.

Le groupe encadré est $-\mathrm{COOH}$.

Acide salicylique : groupe **carboxyle** (famille des acides carboxyliques).

PIÈGE
Répondre « hydroxyle » ou « carbonyle » : le carbone porte à la fois $\mathrm{C{=}O}$ et $-\mathrm{OH}$, l'ensemble forme un seul groupe, le carboxyle.

1.1.3 Donner le nom du groupe caractéristique encadré dans la formule topologique de l'acide acétylsalicylique.

Le groupe encadré est $-\mathrm{O}-\mathrm{CO}-\mathrm{CH_3}$: un carbone doublement lié à un oxygène et simplement lié à un autre oxygène, lui-même lié au cycle.

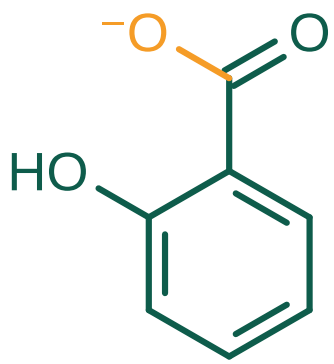
Acide acétylsalicylique : groupe **ester**.

1.2 Donner la formule topologique de l'ion salicylate, base conjuguée de l'acide salicylique.

La base conjuguée s'obtient en retirant un ion $\mathrm{H^+}$ à l'acide. C'est le groupe carboxyle qui le cède : $-\mathrm{COOH}$ devient $-\mathrm{COO}-$.

Ion salicylate : voir la formule ci-dessous (groupe carboxylate $-\mathrm{COO}-$, groupe hydroxyle inchangé).

PIÈGE
Oublier la charge négative, ou retirer le H du groupe hydroxyle fixé au cycle au lieu de celui du groupe carboxyle.



ion salicylate

1.2 · Formule topologique de l'ion salicylate

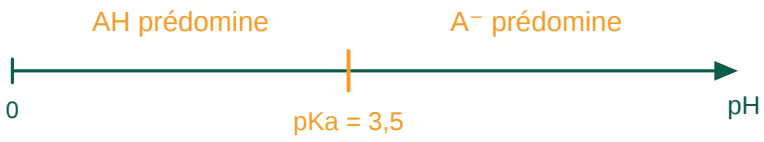
1.3.1 Tracer le diagramme de prédominance du couple AH/A^- (acide acétylsalicylique / ion acétylsalicylate).

Données utiles $pK_a = 3{,}5$

Pour $pH < pK_a$, l'acide AH prédomine ; pour $pH > pK_a$, la base A^- prédomine ; pour $pH = pK_a$, $[AH] = [A^-]$.

Frontière à $pH = 3{,}5$: AH à gauche, A^- à droite (voir le diagramme).

MÉTHODE
Un diagramme de prédominance est un axe de pH gradué par le seul pK_a : l'acide du côté des pH faibles, la base du côté des pH élevés.



1.3.1 · Diagramme de prédominance du couple AH/A⁻

1.3.2 Le pH de l'estomac est voisin de 1 : citer l'espèce prédominante du couple.

$pH \approx 1 < pK_a = 3{,}5$: on est dans le domaine de l'acide.

Dans l'estomac, c'est la forme acide AH (l'acide acétylsalicylique) qui prédomine.

1.4.1 Écrire l'équation de la réaction entre les ions hydrogénocarbonate et les ions oxonium présents dans l'estomac.

La base HCO_3^- capte l'ion H^+ cédé par l'acide H_3O^+ :

$$HCO_3^-\,(aq) + H_3O^+\,(aq) \rightleftharpoons (CO_2, H_2O)(aq) + H_2O\,(l)$$

COMPRENDRE
(CO_2, H_2O) désigne le dioxyde de carbone dissous : c'est l'acide conjugué de l'ion hydrogénocarbonate.

1.4.2 Calculer la constante d'équilibre K de cette réaction.

Données utiles pK_a du couple $(CO_2, H_2O)/HCO_3^-$: 6,4

L'eau, solvant, n'apparaît pas dans l'expression de K :

$$K = \frac{[CO_2, H_2O]_{éq}}{[HCO_3^-]_{éq}\,[H_3O^+]_{éq}}$$

La constante d'acidité du couple est $K_a = \dfrac{[HCO_3^-]_{éq}\,[H_3O^+]_{éq}}{[CO_2, H_2O]_{éq}}$: la réaction étudiée est l'inverse de celle qui définit K_a.

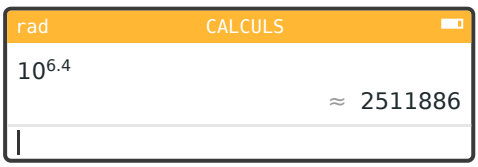
Donc $K = \dfrac{1}{K_a} = 10^{pK_a} = 10^{6{,}4}$

$K = 2{,}5 \times 10^6$

COMPRENDRE
K est très supérieure à 10^4 : la réaction peut être considérée comme totale.

MÉTHODE
Pour une réaction acide-base, comparer son équation à celle qui définit K_a : même sens, $K = K_a$; sens inverse, $K = 1/K_a$.

À LA CALCULATRICE



1.4.3 Le quotient de réaction initial est faible par rapport à K : en déduire l'influence des ions hydrogénocarbonate sur le pH de l'estomac.

$Q_{r,i} < K$: le système évolue dans le sens direct de l'équation, celui qui consomme les ions H_3O^+.

La concentration $[H_3O^+]$ diminue ; or $pH = -\log[H_3O^+]$.

Les ions hydrogénocarbonate font augmenter le pH de l'estomac : le milieu devient moins acide.

COMPRENDRE
Critère d'évolution : si $Q_r < K$, sens direct ; si $Q_r > K$, sens inverse ; si $Q_r = K$, l'équilibre est atteint.

2.1 Lequel des deux montages (a) ou (b) permet de réaliser un chauffage à reflux ? Justifier.

Montage (a) : un réfrigérant à boules vertical surmonte l'erlenmeyer chauffé. Les vapeurs s'y liquéfient et retombent dans le mélange réactionnel : on chauffe sans perdre de matière.

Montage (b) : colonne de Vigreux, thermomètre en tête de colonne, réfrigérant incliné et récipient de récupération : c'est une distillation fractionnée, qui sépare les constituants.

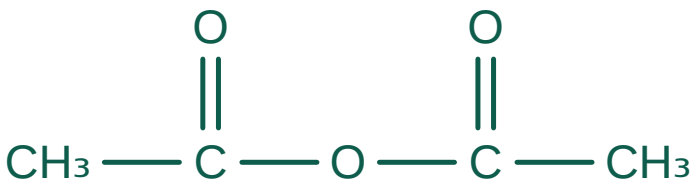
Le chauffage à reflux est le montage (a).

2.2.1 Donner la formule semi-développée de l'anhydride acétique (ou éthanoïque).

Deux groupes CH_3-CO^- reliés par un atome d'oxygène :

$CH_3-CO-O-CO-CH_3$, soit $C_4H_6O_3$ (formule détaillée ci-dessous).

COMPRENDRE
La formule brute donne $M = 4 \times 12 + 6 \times 1 + 3 \times 16 = 102\ g \cdot mol^{-1}$, la valeur de l'énoncé.



2.2.1 · Formule semi-développée de l'anhydride éthanoïque

2.2.2 Pourquoi utilise-t-on l'anhydride éthanoïque plutôt que l'acide acétique pour cette synthèse ?

Avec l'acide éthanoïque, l'estérification est lente et limitée : elle conduit à un équilibre.

Avec l'anhydride éthanoïque, la transformation est rapide et totale.

L'anhydride permet d'obtenir l'ester avec un meilleur rendement.

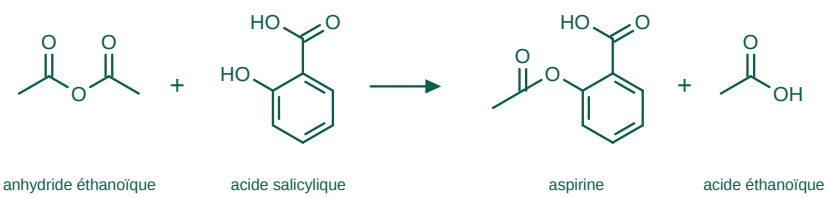
COMPRENDRE
Avec l'anhydride, il ne se forme pas d'eau : la réaction inverse, l'hydrolyse de l'ester, ne peut pas avoir lieu.

2.2.3 Écrire l'équation de la synthèse de l'aspirine à partir de l'anhydride acétique et de l'acide salicylique.

Le groupe hydroxyle de l'acide salicylique est transformé en groupe ester ; il se forme aussi de l'acide éthanoïque.

$C_4H_6O_3 + C_7H_6O_3 \longrightarrow C_9H_8O_4 + C_2H_4O_2$ (formules topologiques ci-dessous)

MÉTHODE
Vérifier la conservation des éléments : 11 C, 12 H et 6 O de chaque côté.



2.2.3 · Équation de la synthèse en formules topologiques

2.3.1 À quoi sert l'acide sulfurique ?

Il n'apparaît pas dans l'équation de la réaction.

L'acide sulfurique est un **catalyseur** : il accélère la transformation sans modifier l'état final.

2.3.2 Calculer les quantités de matière des réactifs introduits. Déterminer le réactif limitant.

Données utiles $m_{ac} = 10{,}0$ g ; $V_{anh} = 12{,}0$ mL ; $\rho = 1{,}08$ g · mL^{-1} ; $M_{ac} = 138$ g · mol^{-1} ; $M_{anh} = 102$ g · mol^{-1}

Acide salicylique (solide) : $n_{ac} = \dfrac{m_{ac}}{M_{ac}} = \dfrac{10{,}0}{138} = 7{,}25 \times 10^{-2}$ mol

Anhydride éthanoïque (liquide) : $n_{anh} = \dfrac{\rho\, V_{anh}}{M_{anh}} = \dfrac{1{,}08 \times 12{,}0}{102} = 0{,}127$ mol

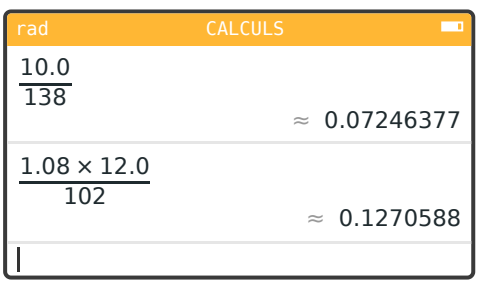
Les deux réactifs réagissent mole à mole et $n_{ac} < n_{anh}$.

$n_{ac} = 7{,}25 \times 10^{-2}$ mol ; $n_{anh} = 0{,}127$ mol ; le réactif limitant est l'acide salicylique.

PIÈGE
Comparer les masses au lieu des quantités de matière. Pour un liquide, passer par $m = \rho V$, avec ρ en g · mL^{-1} et V en mL.

COMPRENDRE
Les données ont trois chiffres significatifs : les résultats en gardent trois. On conserve la valeur non arrondie en mémoire pour la suite.

À LA CALCULATRICE



2.3.3 En déduire la masse théorique $m_{théo}$ d'aspirine que l'on peut espérer obtenir.

Données utiles n_{ac} (2.3.2) ; $M_{asp} = 180$ g · mol^{-1}

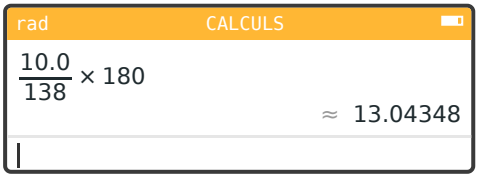
Si la transformation est totale, une mole d'acide salicylique consommée donne une mole d'aspirine : $n_{asp} = x_{max} = n_{ac}$.

$m_{théo} = n_{ac} \times M_{asp} = \dfrac{10{,}0}{138} \times 180$

$m_{théo} = 13{,}0$ g

PIÈGE
Avec la valeur arrondie $7{,}25 \times 10^{-2}$ mol, on trouve 13,05 g, que l'on arrondirait à 13,1 g : il faut garder la valeur non arrondie.

À LA CALCULATRICE



2.4 Calculer le rendement de cette synthèse.

Données utiles $m_{\text{exp}} = 10{,}5$ g ; $m_{\text{théo}}$ (2.3.3)

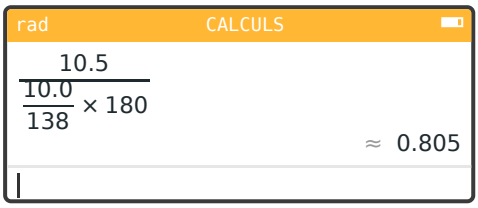
Le rendement est le rapport de la masse obtenue à la masse maximale attendue :

$$\eta = \frac{m_{\text{exp}}}{m_{\text{théo}}} = \frac{10{,}5}{13{,}04} = 0{,}805$$

$\eta = 80{,}5\ \%$

COMPRENDRE
Un rendement est toujours inférieur à 100 % : ici, une partie de l'aspirine reste dissoute dans l'eau ou est perdue lors de la filtration et du rinçage.

À LA CALCULATRICE



3.1 Écrire l'équation de la réaction de titrage de l'aspirine, notée HA.

L'acide HA réagit avec la base HO^- apportée par la solution d'hydroxyde de sodium :

$$\text{HA (aq)} + \text{HO}^- \text{(aq)} \longrightarrow \text{A}^- \text{(aq)} + \text{H}_2\text{O (l)}$$

COMPRENDRE
Une réaction support de titrage doit être totale, rapide et unique : d'où la flèche simple.

3.2 Calculer la quantité de matière d'aspirine dosée, puis celle contenue dans la fiole entière.

Données utiles $c_B = 0{,}250\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$; $V_{bE} = 9{,}3$ mL ; prise d'essai de 10,0 mL ; fiole de 100 mL

À l'équivalence, les réactifs ont été introduits dans les proportions stœchiométriques : $n(\text{HA})_{\text{dosée}} = n(\text{HO}^-)_{\text{versée}} = c_B\, V_{bE}$

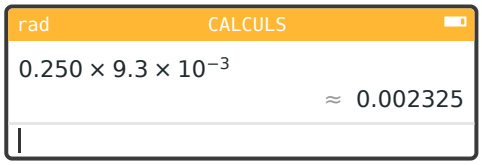
$n(\text{HA})_{\text{dosée}} = 0{,}250 \times 9{,}3 \times 10^{-3} = 2{,}3 \times 10^{-3}$ mol

Le prélèvement de 10,0 mL représente un dixième des 100 mL de la fiole : $n(\text{HA})_{\text{fiole}} = 10 \times n(\text{HA})_{\text{dosée}}$

$n(\text{HA})_{\text{dosée}} = 2{,}3 \times 10^{-3}$ mol ; $n(\text{HA})_{\text{fiole}} = 2{,}3 \times 10^{-2}$ mol

PIÈGE
Laisser V_{bE} en mL. Deux chiffres significatifs seulement, car $V_{bE} = 9{,}3$ mL n'en a que deux.

À LA CALCULATRICE



3.3 Comparer la masse d'aspirine dosée à la masse introduite. L'aspirine préparée est-elle pure ?

Données utiles $n(\mathrm{HA})_{\text{fiole}}$ (3.2) ; $M_{asp} = 180\ \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$; masse introduite : $6{,}0$ g

Masse d'aspirine réellement présente dans la fiole :

$m_{\text{dosée}} = n(\mathrm{HA})_{\text{fiole}} \times M_{asp} = 2{,}325 \times 10^{-2} \times 180 = 4{,}2$ g

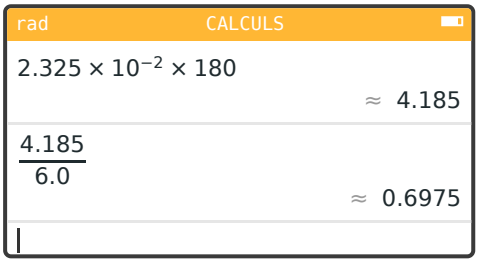
$m_{\text{dosée}} < 6{,}0$ g : le solide ne contient que $\dfrac{4{,}2}{6{,}0} = 70\ \%$ d'aspirine en masse.

$m_{\text{dosée}} = 4{,}2$ g contre 6,0 g introduits : l'aspirine préparée n'est pas pure (environ 30 % d'impuretés).

COMPRENDRE

Les impuretés peuvent être de l'eau, si le séchage est incomplet, ou des espèces non éliminées au rinçage. Une recristallisation permettrait de purifier le produit.

À LA CALCULATRICE



Un service au tennis

Bac S 2009 Amérique du Sud (ancien programme) · Exercice 3 **5,5 points** **Durée conseillée 1 h 05**

1.1 Faire le bilan des forces appliquées à la balle entre D et B ; en donner les caractéristiques (direction, sens, grandeur) et l'expression.

Données utiles $m = 58{,}0$ g ; $g = 9{,}81\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$; action de l'air négligeable

Système {balle}, référentiel terrestre supposé galiléen.

Une fois la balle partie de la raquette, et l'action de l'air étant négligée, une seule force s'exerce : le poids $\vec{P} = m\,\vec{g}$.

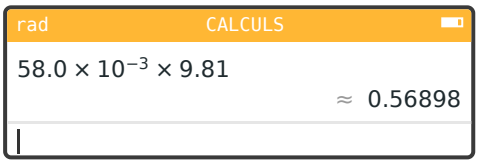
- direction : verticale ;
- sens : vers le bas ;
- valeur : $P = m\,g = 58{,}0 \times 10^{-3} \times 9{,}81 = 0{,}569$ N.

Seule force : le poids $\vec{P} = m\,\vec{g} = -m\,g\,\vec{j}$, vertical, vers le bas, de valeur $P = 0{,}569$ N.

PIÈGE
Ajouter la force de la raquette. Elle n'agit que pendant la frappe : entre D et B la balle ne touche plus rien. La masse doit être convertie en kilogrammes.

COMPRENDRE
Trois chiffres significatifs, comme m et g. La valeur de g n'est donnée qu'en partie 2 du sujet, mais elle est nécessaire ici pour chiffrer le poids.

À LA CALCULATRICE



1.2 Établir l'expression du vecteur accélération de la balle au cours de son mouvement.

Deuxième loi de Newton, la masse étant constante : $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\,\vec{a}$, soit $m\,\vec{g} = m\,\vec{a}$.

Dans le repère $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$, où $\vec{j}$ est vertical vers le haut : $a_x = 0$; $a_y = -g$; $a_z = 0$.

$\vec{a} = \vec{g} = -g\,\vec{j}$

COMPRENDRE
La masse se simplifie : sans action de l'air, l'accélération est la même pour toutes les balles. Le vecteur $\vec{a}$ est constant, vertical et dirigé vers le bas pendant tout le vol.

1.3 Montrer que les équations horaires du mouvement sont $x(t) = v_0\,t$, $y(t) = -\dfrac{g\,t^2}{2} + H$ et $z(t) = 0$.

Données utiles à $t = 0$: balle en D $(0;H;0)$, vitesse $\vec{v}_0 = v_0\,\vec{i}$; $\vec{a}$ (1.2)

Comme $\vec{a} = \dfrac{\text{d}\vec{v}}{\text{d}t}$, on cherche les primitives de $a_x = 0$, $a_y = -g$, $a_z = 0$:

$v_x = C_1$; $v_y = -g\,t + C_2$; $v_z = C_3$.

À $t = 0$, $\vec{v}(0) = \vec{v}_0$ est horizontale selon $\vec{i}$: $C_1 = v_0$, $C_2 = 0$, $C_3 = 0$.

Donc

$$v_x = v_0 \qquad v_y = -g\,t \qquad v_z = 0$$

Comme $\vec{v} = \dfrac{\text{d}\overrightarrow{OM}}{\text{d}t}$, on intègre une seconde fois :

$x = v_0\,t + C_4$; $y = -\dfrac{g\,t^2}{2} + C_5$; $z = C_6$.

À $t = 0$, la balle est en D $(0;H;0)$: $C_4 = 0$, $C_5 = H$, $C_6 = 0$.

$x(t) = v_0\,t$; $y(t) = -\dfrac{g\,t^2}{2} + H$; $z(t) = 0$: ce sont les équations attendues.

PIÈGE
Oublier la constante H : la balle part de D, pas de l'origine O. Ici $\vec{v}_0$ est horizontale, donc $v_{0y} = 0$ et il n'y a ni cosinus ni sinus.

MÉTHODE
Toujours le même enchaînement : accélération, primitive, constante fixée par la vitesse initiale ; puis primitive, constante fixée par la position initiale. Les conditions initiales doivent apparaître explicitement sur la copie.

1.4 Montrer que le mouvement de la balle a lieu dans un plan.

À chaque instant, $z(t) = 0$: la balle ne quitte jamais le plan d'équation $z = 0$.

Le mouvement est plan : il a lieu dans le plan vertical (xOy), qui contient $\vec{v}_0$ et $\vec{g}$.

COMPRENDRE
Ni la vitesse initiale ni l'accélération n'ont de composante selon $\vec{k}$: rien ne peut faire sortir la balle du plan vertical contenant $\vec{v}_0$.

1.5 Déduire de la question 1.3 l'équation littérale de la trajectoire de la balle dans le plan xOy.

On élimine le temps : $x = v_0\,t$ donne $t = \dfrac{x}{v_0}$.

En reportant dans $y(t)$: $y = -\dfrac{g}{2}\left(\dfrac{x}{v_0}\right)^2 + H$.

$y(x) = -\dfrac{g}{2\,v_0^2}\,x^2 + H$: la trajectoire est un arc de parabole.

MÉTHODE
Pour passer des équations horaires à la trajectoire, on isole t dans l'équation la plus simple (ici x) et on le remplace dans l'autre. Le résultat ne doit plus contenir t.

2.1 Sachant que $OF = 12{,}2$ m, la balle, supposée ponctuelle, passe-t-elle au-dessus du filet ?

Données utiles $v_0 = 126\ \text{km}\cdot\text{h}^{-1}$; $H = 2{,}20$ m ; $g = 9{,}81\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$; hauteur du filet : $0{,}920$ m ; $y(x)$ (1.5)

Conversion : $v_0 = \dfrac{126}{3{,}6} = 35{,}0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$.

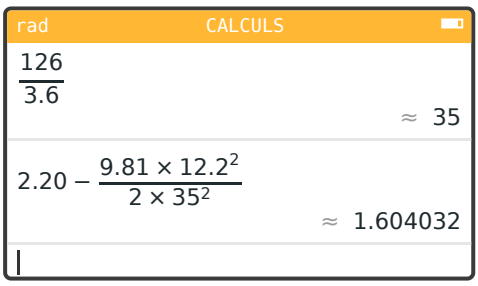
Altitude de la balle à la verticale du filet, en $x = OF$:

$$y(OF) = -\frac{g}{2\,v_0^2}\,OF^2 + H = -\frac{9{,}81 \times 12{,}2^2}{2 \times 35{,}0^2} + 2{,}20 = 1{,}60\ \text{m}$$

$y(OF) = 1{,}60\ \text{m} > 0{,}920\ \text{m}$: la balle passe au-dessus du filet.

PIÈGE
Laisser v_0 en $\text{km}\cdot\text{h}^{-1}$: on trouverait $y \approx 2{,}15$ m, résultat faux. La conclusion doit comparer explicitement la valeur trouvée à la hauteur du filet.

À LA CALCULATRICE



2.2 Montrer que le service est mauvais, c'est-à-dire que la balle frappe le sol en un point B' tel que OB' soit supérieur à OB.

Données utiles $OB = L = 18{,}7$ m ; $v_0 = 35{,}0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ (2.1) ; $H = 2{,}20$ m ; $g = 9{,}81\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$

La balle touche le sol en B' lorsque $y = 0$:

$-\dfrac{g}{2\,v_0^2}\,x_{B'}^2 + H = 0$, soit $x_{B'}^2 = \dfrac{2\,v_0^2\,H}{g}$.

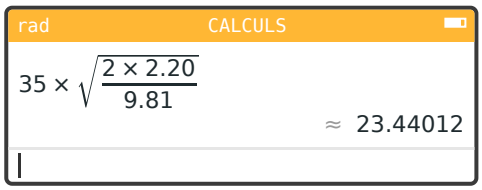
On garde la solution positive :

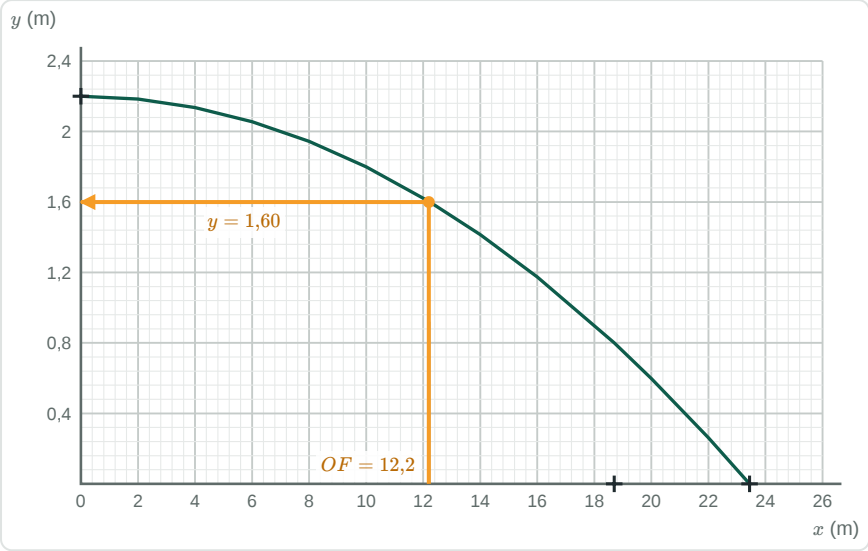
$$OB' = x_{B'} = v_0\sqrt{\frac{2\,H}{g}} = 35{,}0 \times \sqrt{\frac{2 \times 2{,}20}{9{,}81}} = 23{,}4\ \text{m}$$

$OB' = 23{,}4\ \text{m} > OB = 18{,}7\ \text{m}$: la balle retombe trop loin, le service est mauvais.

COMPRENDRE
Autre lecture possible : en $x = 18{,}7$ m, la balle est encore à $y = 0{,}80$ m du sol. Elle survole donc le point B au lieu d'y tomber.

À LA CALCULATRICE





2.2 · Trajectoire calculée de la balle (sans action de l'air)

2.3 En réalité, la balle tombe en B. Quel paramètre, non pris en compte dans ce problème, peut expliquer cette différence ?

Le modèle néglige l'action de l'air. En réalité, l'air exerce sur la balle une force de frottement, opposée à la vitesse, qui la freine : la portée réelle est plus courte que la portée calculée.

Le paramètre négligé est l'action de l'air (frottements) : elle ramène le point de chute de B' vers B.

COMPRENDRE
À $126\ \text{km} \cdot \text{h}^{-1}$, l'air n'est plus négligeable pour une balle aussi légère. Les joueurs la font aussi tourner sur elle-même : l'air la rabat alors vers le sol, ce qui raccourcit encore la trajectoire.

3.1 Donner l'expression littérale de la variation d'énergie potentielle de la balle entre l'instant où elle quitte la raquette et celui où elle touche le sol. Calculer sa valeur.

Données utiles $m = 58{,}0$ g ; $g = 9{,}81\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$; $H = 2{,}20$ m

Avec l'axe (Oy) vertical orienté vers le haut et la référence au niveau du sol : $E_p = m\,g\,y$.

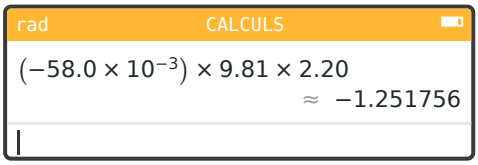
$\Delta E_p = E_{pB'} - E_{pD} = m\,g\,y_{B'} - m\,g\,y_D$, avec $y_{B'} = 0$ et $y_D = H$.

$$\Delta E_p = -m\,g\,H = -58{,}0 \times 10^{-3} \times 9{,}81 \times 2{,}20 = -1{,}25\ \text{J}$$

$\Delta E_p = -m\,g\,H = -1{,}25$ J

PIÈGE
Une variation, c'est « valeur finale moins valeur initiale ». La balle descend : son énergie potentielle de pesanteur diminue et le résultat doit être négatif. Un signe « + » fait perdre le point.

À LA CALCULATRICE



3.2 Quelle est l'expression de l'énergie cinétique de la balle lorsqu'elle part de D ? Indiquer les unités dans le système international.

En D, la vitesse de la balle a pour valeur v_0.

$E_{cD} = \dfrac{1}{2}\,m\,v_0^2$, avec m en kilogrammes (kg), v_0 en mètres par seconde ($\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$) et E_{cD} en joules (J).

COMPRENDRE
Aucune valeur n'est demandée. Avec $m = 0{,}0580$ kg et $v_0 = 35{,}0\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$, on trouverait $35{,}5$ J : bien plus que les $1{,}25$ J perdus en énergie potentielle.

3.3 Écrire les expressions de l'énergie mécanique de la balle en D (E_{mD}) et en B' ($E_{mB'}$).

L'énergie mécanique est la somme $E_m = E_c + E_p$, avec $E_p = m\,g\,y$.

En D ($y_D = H$) : $E_{mD} = \dfrac{1}{2}\,m\,v_0^2 + m\,g\,H$.

En B' ($y_{B'} = 0$) : $E_{mB'} = \dfrac{1}{2}\,m\,v_{B'}^2 + 0$.

$$E_{mD} = \frac{1}{2}\,m\,v_0^2 + m\,g\,H \text{ et } E_{mB'} = \frac{1}{2}\,m\,v_{B'}^2$$

3.4 Quelle est la relation entre E_{mD} et $E_{mB'}$? Justifier.

Entre D et B', la balle n'est soumise qu'à son poids, qui est une force conservative ; l'action de l'air (force non conservative) est négligée. L'énergie mécanique se conserve donc.

$E_{mD} = E_{mB'}$: l'énergie mécanique de la balle est constante pendant le vol.

PIÈGE
Écrire l'égalité sans la justifier. Le point est attribué à l'argument : seule force, le poids, conservative ; pas de frottement.

3.5 Déduire de la question 3.4 l'expression de la vitesse $v_{B'}$ de la balle lorsqu'elle frappe le sol. Calculer cette vitesse.

Données utiles $v_0 = 35{,}0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ (2.1) ; $g = 9{,}81\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$; $H = 2{,}20\ \text{m}$

$E_{mB'} = E_{mD}$ s'écrit : $\dfrac{1}{2}\,m\,v_{B'}^2 = \dfrac{1}{2}\,m\,v_0^2 + m\,g\,H$.

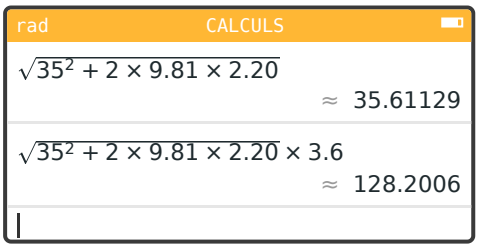
En divisant par $\dfrac{m}{2}$: $v_{B'}^2 = v_0^2 + 2\,g\,H$. La valeur d'une vitesse est positive :

$$v_{B'} = \sqrt{v_0^2 + 2\,g\,H} = \sqrt{35{,}0^2 + 2 \times 9{,}81 \times 2{,}20} = 35{,}6\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$v_{B'} = \sqrt{v_0^2 + 2\,g\,H} = 35{,}6\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}\text{, soit environ } 128\ \text{km}\cdot\text{h}^{-1}.$$

COMPRENDRE
La balle arrive au sol un peu plus vite qu'elle n'est partie : l'énergie potentielle perdue est devenue de l'énergie cinétique. La masse n'intervient pas dans le résultat.

À LA CALCULATRICE



Spécialité : Téléphone portable et ondes radio

Bac S 2009 Amérique du Sud (ancien programme) · Exercice 4 **4 points** **Durée conseillée 52 min**

1.1 Quel est l'ordre de grandeur de la fréquence des ondes porteuses utilisées pour le téléphone portable ?

Données utiles gamme de fréquences citée dans le texte : de 890 à 915 MHz

La gamme citée se situe autour de $900\ \text{MHz} = 900 \times 10^6\ \text{Hz} = 9{,}00 \times 10^8\ \text{Hz}$.

Comme $9{,}00 \geqslant 5$, on arrondit à la puissance de dix supérieure.

Ordre de grandeur de la fréquence : $f \sim 10^9\ \text{Hz}$

COMPRENDRE
L'ordre de grandeur est la puissance de dix la plus proche de la valeur : $9{,}00 \times 10^8$ est bien plus près de 10^9 que de 10^8.

COMPRENDRE
La modulation d'amplitude relevait de l'ancien enseignement de spécialité ; elle ne figure plus au programme actuel. Fréquence, période, longueur d'onde et lecture de courbe restent exigibles.

1.2 En déduire l'ordre de grandeur de la longueur d'onde dans le vide.

Données utiles $c = 3 \times 10^8\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$; $f \approx 9{,}00 \times 10^8\ \text{Hz}$ (1.1)

Dans le vide : $\lambda = \dfrac{c}{f}$

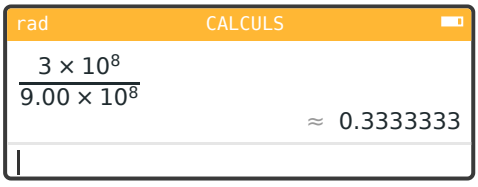
$$\lambda = \frac{3 \times 10^8}{9{,}00 \times 10^8} = 0{,}3\ \text{m}$$

Comme $0{,}3 = 3 \times 10^{-1}$ et $3 < 5$:

Ordre de grandeur de la longueur d'onde : $\lambda \sim 10^{-1}\ \text{m}$

COMPRENDRE
Un seul chiffre significatif, comme c donnée à 3×10^8. Une longueur d'onde de quelques dizaines de centimètres : les antennes des portables ont des dimensions comparables.

À LA CALCULATRICE



2.1.1 En quel point, A, B ou C de la figure 1, trouve-t-on l'onde porteuse ?

La porteuse est la tension sinusoïdale de haute fréquence, fournie par l'oscillateur haute fréquence.

L'onde porteuse se trouve au point **B**.

2.1.2 En quel point, A, B ou C de la figure 1, trouve-t-on le signal modulant ?

Le signal modulant est la tension qui porte l'information : elle sort du micro, puis est amplifiée.

Le signal modulant se trouve au point **A**.

COMPRENDRE
Au point C, à la sortie du circuit de modulation, on trouve le signal modulé : la porteuse dont l'amplitude varie au rythme du signal modulant.

2.2.1 Pour obtenir une modulation de bonne qualité, faut-il choisir f_p très supérieure ou très inférieure à f_m ?

L'amplitude de la porteuse doit suivre fidèlement les variations du signal modulant : il faut un grand nombre de périodes de la porteuse pendant une période du signal modulant.

Il faut f_p très supérieure à f_m : $f_p \gg f_m$.

COMPRENDRE
C'est le cas ici : la voix correspond à des fréquences audibles, de 20 Hz à 20 kHz, alors que la porteuse est proche de 10^9 Hz (1.1).

2.2.2 Écrire $s(t)$ sous la forme $s(t) = S_m \cos(2\pi f_p t)$ et identifier S_m, l'amplitude du signal modulé.

Données utiles $s(t) = k\,u_1(t)\,u_2(t)$; $u_1(t) = u(t) + U_0$; $u_2(t) = v(t) = V_m \cos(2\pi f_p t)$; $u(t) = U_m \cos(2\pi f_m t)$

$$s(t) = k\,u_1(t)\,u_2(t) = k\left[u(t) + U_0\right] v(t)$$
$$s(t) = k\left[U_m \cos(2\pi f_m t) + U_0\right] V_m \cos(2\pi f_p t)$$

En identifiant avec $s(t) = S_m \cos(2\pi f_p t)$:

$$\boxed{S_m = k\,V_m\left[U_m \cos(2\pi f_m t) + U_0\right]}$$

COMPRENDRE
S_m n'est pas une constante : elle dépend du temps et varie à la fréquence f_m. C'est le principe même de la modulation d'amplitude.

2.2.3 En posant $A = k\,V_m\,U_0$ et $m = U_m/U_0$, montrer que $S_m = A\left(m\cos(2\pi f_m t) + 1\right)$.

Données utiles $S_m = k\,V_m\left[U_m \cos(2\pi f_m t) + U_0\right]$ (2.2.2)

On met U_0 en facteur dans le crochet :

$$S_m = k\,V_m\,U_0\left[\frac{U_m}{U_0}\cos(2\pi f_m t) + 1\right]$$

Avec $A = k\,V_m\,U_0$ et $m = \dfrac{U_m}{U_0}$:

$$\boxed{S_m = A\left(m\cos(2\pi f_m t) + 1\right)\text{, expression attendue.}}$$

MÉTHODE
Pour faire apparaître un rapport comme U_m/U_0, factoriser par le dénominateur voulu, ici U_0 ; le produit $k\,V_m\,U_0$ se regroupe alors de lui-même.

2.2.4 Quelle condition doit remplir m, le taux de modulation, pour que la modulation soit de bonne qualité ?

L'amplitude S_m doit rester positive à chaque instant. Sa valeur minimale, obtenue pour $\cos(2\pi f_m t) = -1$, vaut $A\,(1 - m)$: il faut $1 - m > 0$.

Il faut $m < 1$, c'est-à-dire $U_m < U_0$.

COMPRENDRE
Si $m > 1$, il y a surmodulation : l'enveloppe du signal modulé ne reproduit plus le signal modulant et la démodulation par détection d'enveloppe restitue un signal déformé.

2.3.1 Déterminer la fréquence f_p de la porteuse utilisée pour la simulation.

Données utiles courbe $s(t)$: échelle horizontale graduée en ms

La porteuse correspond aux oscillations rapides. Sur la courbe, on compte 20 périodes entre $t = 0$ et $t = 10$ ms :

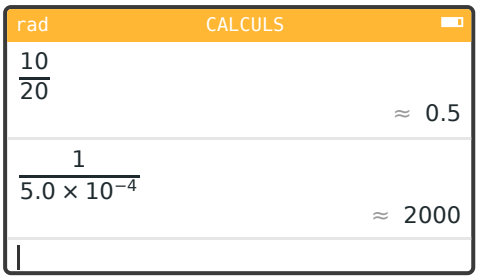
$$T_p = \frac{10}{20} = 0{,}50\text{ ms} = 5{,}0 \times 10^{-4}\text{ s}$$
$$f_p = \frac{1}{T_p} = \frac{1}{5{,}0 \times 10^{-4}} = 2{,}0 \times 10^{3}\text{ Hz}$$

$$\boxed{f_p = 2{,}0 \times 10^{3}\text{ Hz}}$$

PIÈGE
Laisser la période en millisecondes : $1/0{,}50$ donnerait 2,0 kHz et non 2,0 Hz. Convertir en secondes avant de calculer la fréquence.

MÉTHODE
Mesurer la durée d'un grand nombre de périodes, puis diviser : l'incertitude de lecture est répartie sur toutes les périodes.

À LA CALCULATRICE



2.3.2 Déterminer la fréquence f_m du signal modulant utilisé pour la simulation.

Données utiles courbe $s(t)$: échelle horizontale graduée en ms

Le signal modulant impose la forme de l'enveloppe, c'est-à-dire la ligne qui joint les sommets des oscillations. L'enveloppe est maximale à $t = 0$, 5, 10 et 15 ms : 2 périodes durent 10 ms.

$$T_m = \frac{10}{2} = 5{,}0 \text{ ms} = 5{,}0 \times 10^{-3} \text{ s}$$

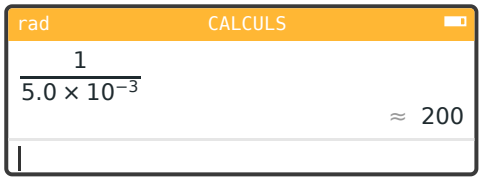
$$f_m = \frac{1}{T_m} = \frac{1}{5{,}0 \times 10^{-3}} = 2{,}0 \times 10^{2} \text{ Hz}$$

$$\boxed{f_m = 2{,}0 \times 10^{2} \text{ Hz}}$$

COMPRENDRE

Ici $f_p = 10\, f_m$ seulement : la simulation privilégie la lisibilité. Pour un portable réel, le rapport dépasse plusieurs dizaines de milliers.

À LA CALCULATRICE



2.3.3 Déterminer $S_{m\,max}$ et $S_{m\,min}$, valeurs maximale et minimale de l'amplitude du signal modulé, et en déduire le taux de modulation m.

Données utiles $m = \dfrac{S_{m\,max} - S_{m\,min}}{S_{m\,max} + S_{m\,min}}$

Sur l'enveloppe supérieure, on lit : $S_{m\,max} = 9{,}0$ V (à $t = 5$ ms) et $S_{m\,min} = 6{,}0$ V (à $t = 7{,}5$ ms).

$$m = \frac{9{,}0 - 6{,}0}{9{,}0 + 6{,}0} = 0{,}20$$

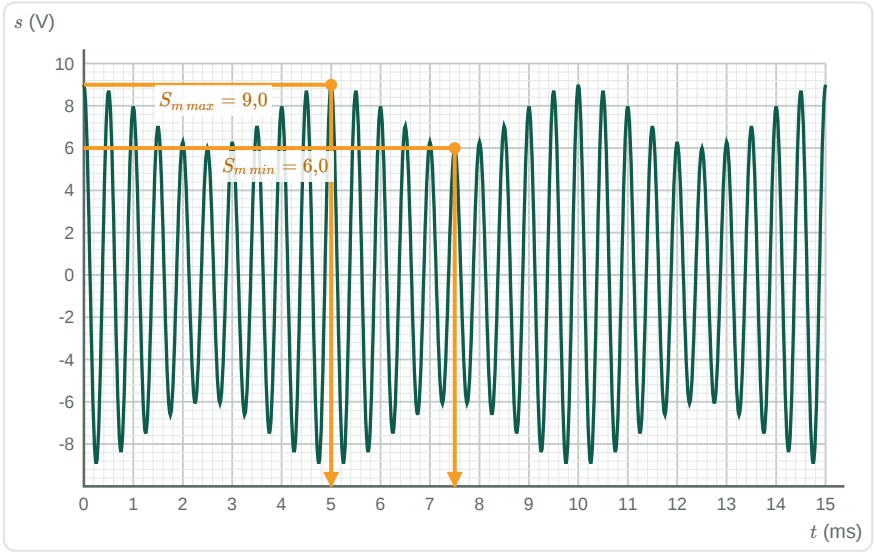
$$\boxed{S_{m\,max} = 9{,}0 \text{ V} \; ; \; S_{m\,min} = 6{,}0 \text{ V} \; ; \; m = 0{,}20}$$

PIÈGE

Prendre pour $S_{m\,min}$ le point le plus bas de la courbe (-9 V). $S_{m\,min}$ est le plus petit sommet de l'enveloppe supérieure, là où les oscillations sont les moins hautes.

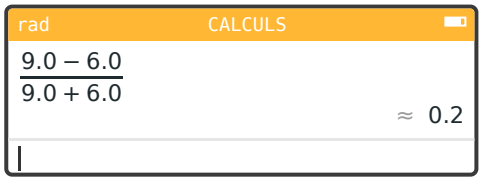
COMPRENDRE

m est un rapport de tensions, donc sans unité. On vérifie $m < 1$: la condition de la question 2.2.4 est respectée.



2.3.3 · Tension modulée $s(t)$ du sujet, avec les lectures de $S_{m\,max}$ et $S_{m\,min}$

À LA CALCULATRICE



3.1 Parmi les circuits (a), (b) et (c), indiquer celui qu'il convient d'utiliser pour le détecteur d'enveloppe.

Le détecteur d'enveloppe comporte une diode, qui supprime les alternances négatives, suivie d'un conducteur ohmique et d'un condensateur en parallèle, qui éliminent la porteuse.

Détecteur d'enveloppe : circuit **(b)**.

COMPRENDRE
Le circuit (a), sans condensateur, ne fait que redresser la tension : les oscillations de la porteuse subsistent. C'est la décharge lente du condensateur dans le conducteur ohmique qui fait suivre l'enveloppe.

3.2 Parmi les circuits (a), (b) et (c), indiquer celui qu'il convient d'utiliser pour le filtre passe-haut.

Le filtre passe-haut est un dipôle RC série dont le condensateur est placé sur le trajet du signal : la tension de sortie est prise aux bornes du conducteur ohmique.

Filtre passe-haut : circuit **(c)**.

COMPRENDRE
Le condensateur bloque la composante continue, c'est-à-dire la tension de décalage U_0 : il ne reste que la partie variable, image du signal modulant, envoyée vers l'amplificateur puis le haut-parleur.