L'huile dans l'eau, ça fait des vagues

Bac S 2010 Polynésie rattrapage (ancien programme) · Exercice 2 **4 points** **Durée conseillée 52 min**

1.1 Faire le bilan des forces agissant sur la goutte d'huile en mouvement dans l'air et calculer leurs valeurs.

Données utiles $\rho_H = 800\ \text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$; $\rho = 1{,}30\ \text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$ (air) ; $V = 0{,}50\ \text{mL}$; $g = 10\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$

Système {goutte d'huile}, référentiel terrestre supposé galiléen. Les frottements étant négligés, il reste deux forces verticales :

- le poids $\vec{P}$, vers le bas, de valeur $P = m\,g = \rho_H\,V\,g$;
- la poussée d'Archimède $\vec{\Pi}$ exercée par l'air, vers le haut, de valeur $\Pi = \rho\,V\,g$.

Volume en unité SI : $V = 0{,}50\ \text{mL} = 0{,}50 \times 10^{-6}\ \text{m}^3$.

$P = 800 \times 0{,}50 \times 10^{-6} \times 10 = 4{,}0 \times 10^{-3}\ \text{N}$

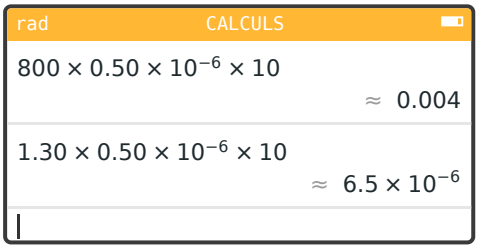
$\Pi = 1{,}30 \times 0{,}50 \times 10^{-6} \times 10 = 6{,}5 \times 10^{-6}\ \text{N}$

$P = 4{,}0 \times 10^{-3}\ \text{N}$ et $\Pi = 6{,}5 \times 10^{-6}\ \text{N}$

PIÈGE
Laisser le volume en mL. Les masses volumiques sont en $\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$: il faut $1\ \text{mL} = 10^{-6}\ \text{m}^3$.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme V et g. La poussée d'Archimède se calcule avec la masse volumique du fluide déplacé, ici l'air, et non celle de l'huile.

À LA CALCULATRICE



1.2 Montrer que l'on peut négliger une force par rapport à l'autre et indiquer laquelle.

Données utiles $\rho_H = 800\ \text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$; $\rho = 1{,}30\ \text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$

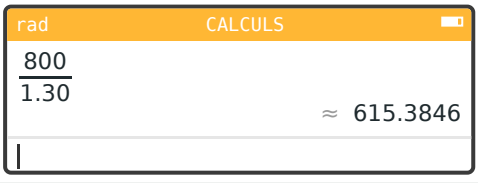
On compare les deux valeurs par leur rapport :

$$\frac{P}{\Pi} = \frac{\rho_H\,V\,g}{\rho\,V\,g} = \frac{\rho_H}{\rho} = \frac{800}{1{,}30} \approx 6{,}2 \times 10^2$$

Le poids est environ 600 fois plus grand que la poussée d'Archimède : on néglige la **poussée d'Archimède** devant le poids.

MÉTHODE
Pour justifier qu'une grandeur est négligeable devant une autre, calculer leur rapport : au-delà d'un facteur 100, l'approximation est acceptée.

À LA CALCULATRICE



1.3 En appliquant la deuxième loi de Newton, déterminer la valeur de l'accélération de la goutte et établir l'équation horaire de son mouvement sur l'axe Z'Z d'origine O.

Données utiles $g = 10\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$; à $t = 0$: goutte en O, vitesse nulle

La goutte, de masse m constante, n'est soumise qu'à son poids (chute libre). Deuxième loi de Newton :

$$\vec{P} = m\,\vec{a} \quad \Rightarrow \quad m\,\vec{g} = m\,\vec{a} \quad \Rightarrow \quad \vec{a} = \vec{g}$$

L'axe Z'Z est vertical, orienté vers le bas : $a_Z = g = 10\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$.

Comme $a_Z = \dfrac{\mathrm{d}v_Z}{\mathrm{d}t}$, on obtient par primitive $v_Z(t) = g\,t + C_1$. La goutte est lâchée sans vitesse : $v_Z(0) = 0$, donc $C_1 = 0$ et $v_Z(t) = g\,t$.

Comme $v_Z = \dfrac{\mathrm{d}Z}{\mathrm{d}t}$, on obtient $Z(t) = \dfrac{1}{2}\,g\,t^2 + C_2$. La goutte part de O : $Z(0) = 0$, donc $C_2 = 0$.

$a = g = 10\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$ et $Z(t) = \dfrac{1}{2}\,g\,t^2$, soit $Z(t) = 5{,}0\,t^2$ (Z en m, t en s)

PIÈGE
Oublier de justifier les constantes d'intégration par les conditions initiales, ou écrire $a_Z = -g$: l'axe du sujet pointe vers le bas.

COMPRENDRE
La masse se simplifie : dans une chute libre, l'accélération ne dépend pas de l'objet.

1.4 Utiliser cette équation horaire pour calculer la vitesse de la goutte d'huile lorsqu'elle frappe la surface de l'eau.

Données utiles $H = 1{,}0\ \text{m}$; $g = 10\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$; $Z(t) = \frac{1}{2}\,g\,t^2$ et $v_Z(t) = g\,t$ (1.3)

La goutte touche l'eau à la date t_e telle que $Z(t_e) = H$:

$$\frac{1}{2}\,g\,t_e^2 = H \quad \Rightarrow \quad t_e = \sqrt{\frac{2H}{g}} \quad (t_e > 0)$$

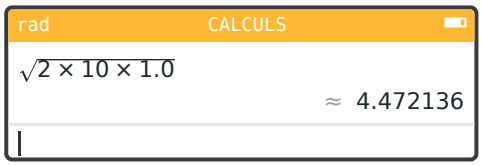
La vitesse vaut alors $v_Z(t_e) = g\,t_e = g\sqrt{\dfrac{2H}{g}} = \sqrt{2\,g\,H}$.

$$v = \sqrt{2 \times 10 \times 1{,}0} = 4{,}5\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

$v = \sqrt{2\,g\,H} = 4{,}5\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$

COMPRENDRE
La durée de chute vaut $t_e = 0{,}45$ s. Garder l'expression littérale $\sqrt{2gH}$ évite de réutiliser une valeur arrondie de t_e.

À LA CALCULATRICE



2.1 Qu'appelle-t-on « onde » ?

Une onde est la propagation d'une perturbation, de proche en proche, **sans transport de matière** mais **avec transport d'énergie**.

PIÈGE
Oublier « sans transport de matière » : c'est le mot attendu. L'eau monte et descend sur place, seule la déformation avance.

2.2 Les ondes qui apparaissent sur la surface de l'eau sont-elles transversales ou longitudinales ? Justifier.

Chaque point de la surface se déplace verticalement, alors que l'onde se propage horizontalement, le long de la surface.

La perturbation est perpendiculaire à la direction de propagation : l'onde est **transversale**.

COMPRENDRE
Une onde est longitudinale quand la perturbation est parallèle à la direction de propagation, comme le son dans l'air.

2.3 À l'aide des données expérimentales, calculer la vitesse de propagation des ondes à la surface de l'eau.

Données utiles film à 10 images par seconde ; image n°1 à $t_0 = 0$ s ; règle de 30 cm

Durée : deux images successives sont séparées de $\frac{1}{10} = 0{,}10$ s. De l'image n°1 à l'image n°5, il y a 4 intervalles : $\Delta t = 4 \times 0{,}10 = 0{,}40$ s.

Distance : sur l'image n°5, le diamètre du front d'onde mesure 1,05 fois la longueur de la règle, soit $1{,}05 \times 30 = 31{,}5$ cm. L'onde est partie du centre : elle a parcouru le rayon $d = \frac{31{,}5}{2} \approx 15{,}8$ cm $= 0{,}158$ m.

$$v = \frac{d}{\Delta t} = \frac{0{,}158}{0{,}40} = 0{,}39 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

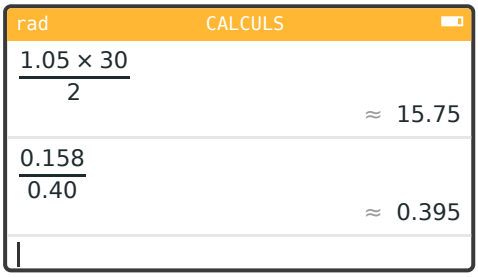
$v \approx 0{,}39 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ (environ $0{,}4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, selon la précision des mesures)

PIÈGE
Compter 5 intervalles pour l'image n°5 (il y en a 4), ou prendre le diamètre du cercle comme distance parcourue.

COMPRENDRE
Vérification avec l'image n°3 : rayon voisin de 7,5 cm en 0,20 s, soit la même vitesse. La valeur est cohérente avec celle de la question 3.2.

MÉTHODE
Mesurer à la règle sur le document, puis convertir avec l'échelle donnée par la règle de 30 cm. Le diamètre se mesure mieux que le rayon ; on divise ensuite par deux.

À LA CALCULATRICE



3.1 Déterminer la distance entre les différents cercles noirs. Que représente-t-elle ?

Données utiles règle de 30 cm sur le document

Pour gagner en précision, on mesure plusieurs intervalles à la fois. Entre le plus petit et le plus grand cercle, il y a 2 intervalles ; cet écart mesure 0,535 fois la longueur de la règle :

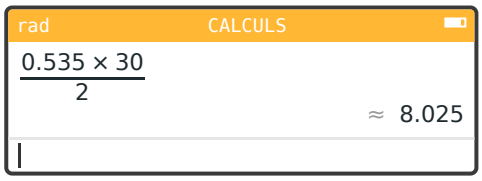
$$2D = 0{,}535 \times 30 = 16 \text{ cm} \quad \Rightarrow \quad D = 8{,}0 \text{ cm}$$

Les gouttes tombent à intervalles de temps réguliers : l'onde est périodique. La distance entre deux fronts d'onde consécutifs est la distance parcourue par l'onde pendant une période.

$D = \lambda \approx 8$ cm : c'est la **longueur d'onde** (une valeur entre 7,5 et 8 cm est acceptable).

MÉTHODE
Mesurer plusieurs longueurs d'onde d'un coup puis diviser : l'erreur de lecture est répartie sur tous les intervalles.

À LA CALCULATRICE



3.2 En considérant la vitesse de propagation donnée, calculer la fréquence à laquelle les gouttes d'huile tombent à la surface de l'eau.

Données utiles $V = 0{,}38 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$; $\lambda = 8{,}0$ cm (3.1)

La longueur d'onde, la célérité et la fréquence sont liées par $\lambda = \frac{V}{f}$, donc $f = \frac{V}{\lambda}$ avec $\lambda = 8{,}0 \times 10^{-2}$ m.

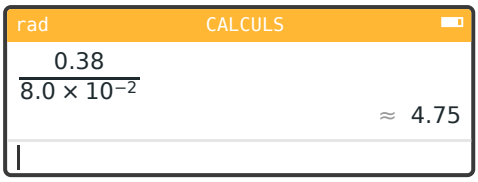
$$f = \frac{0{,}38}{8{,}0 \times 10^{-2}} = 4{,}8 \text{ Hz}$$

$f \approx 4{,}8$ Hz : il tombe environ 5 gouttes par seconde.

PIÈGE
Laisser λ en centimètres avec V en $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$: la fréquence serait cent fois trop petite.

COMPRENDRE
La fréquence de l'onde est celle de la source : chaque goutte crée un front d'onde. Le symbole V désigne ici la célérité, alors qu'il désignait le volume de la goutte au début.

À LA CALCULATRICE



3.3 On interpose un obstacle présentant une ouverture de 3 cm de large. Quel phénomène va-t-on observer ? Pourquoi ?

Données utiles ouverture $a = 3$ cm ; $\lambda \approx 8$ cm (3.1)

La largeur de l'ouverture, $a = 3$ cm, est inférieure à la longueur d'onde $\lambda \approx 8$ cm (elle est du même ordre de grandeur).

On observe la **diffraction** de l'onde : après l'ouverture, elle se propage dans toutes les directions, car $a < \lambda$.

COMPRENDRE
La diffraction est d'autant plus marquée que l'ouverture est petite devant la longueur d'onde. Avec une ouverture très large devant λ, l'onde passerait sans s'étaler.

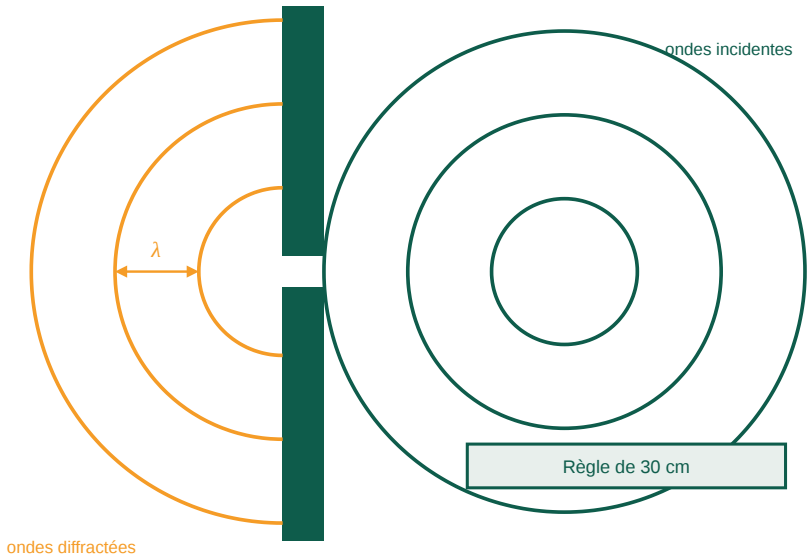
3.4 Dessiner sur l'annexe la forme des ondes obtenues.

Derrière l'obstacle, l'ouverture se comporte comme une source ponctuelle : les fronts d'onde sont des demi-cercles centrés sur l'ouverture.

La diffraction ne change ni la fréquence ni la célérité : l'écart entre deux demi-cercles reste égal à λ, comme entre les cercles incidents.

Demi-cercles centrés sur l'ouverture, espacés de la même longueur d'onde λ (tracé orange).

PIÈGE
Dessiner des fronts d'onde plus serrés ou plus écartés après l'ouverture, ou limiter l'onde à un faisceau étroit en face de l'ouverture.



3.4 · Annexe complétée : ondes diffractées par l'ouverture