Corrigé complet — Bac S 2010 Polynésie (ancien programme)

Physique-chimie, enseignement de spécialité **20 points** **3 h 30**

Ex 1	**Spécialité : L'arôme ananas** Ester et estérification · Extraction liquide-liquide · Constante d'équilibre et taux d'extraction · Chauffage à reflux · Rendement d'une synthèse · Chromatographie sur couche mince	4 pts	52 min	15 questions	p. 2
Ex 2	**Accumulateurs ou piles rechargeables** Quotient de réaction · Sens d'évolution spontanée · Pile électrochimique · Tableau d'avancement · Capacité d'un accumulateur · Énergie électrique	4 pts	52 min	13 questions	p. 7
Ex 3	**Des isotopes du phosphore** Composition d'un noyau et isotopes · Radioactivité β^- et lois de conservation · Loi de décroissance et demi-vie · Activité d'un échantillon · Défaut de masse · Énergie de liaison par nucléon	6 pts	1 h 18	14 questions	p. 11
Ex 4	**Oscillations chimiques et oscillations mécaniques** Couples oxydant-réducteur · Tableau d'avancement · Absorbance et loi de Beer-Lambert · Période et fréquence · Deuxième loi de Newton · Oscillateur solide-ressort	6 pts	1 h 18	14 questions	p. 16

Comment s'en servir. Fais d'abord le sujet en temps limité, puis corrige-toi exercice par exercice. À gauche de chaque question, sur les carreaux : ce qu'il faut écrire sur ta copie. À droite : les pièges, ce qu'il faut comprendre et les méthodes.

Spécialité : L'arôme ananas

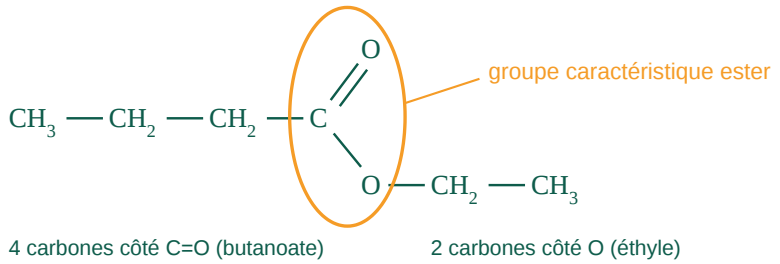
Bac S 2010 Polynésie (ancien programme) · Exercice 1 **4 points** **Durée conseillée 52 min**

1.1 Identifier le butanoate d'éthyle parmi les cinq formules proposées, recopier sa formule et entourer le groupe caractéristique ester.

Un ester contient l'enchaînement $-CO-O-C$. « Butanoate » : chaîne à 4 atomes de carbone portant le $C=O$; « éthyle » : groupe à 2 atomes de carbone lié à l'atome d'oxygène.

Le butanoate d'éthyle est la deuxième formule de la première ligne : $CH_3-CH_2-CH_2-COO-CH_2-CH_3$.

PIÈGE
La troisième formule est aussi un ester, mais avec 2 carbones côté $C=O$ et 4 côté oxygène : c'est l'éthanoate de butyle. Les deux formules sans oxygène lié au $C=O$ sont des cétones, la dernière un éther-oxyde.



1.1 · Butanoate d'éthyle, groupe ester entouré

1.2.1 Quel solvant du tableau faut-il choisir pour extraire le maximum de butanoate d'éthyle ? Justifier.

Le solvant extracteur doit remplir deux conditions :

- ne pas être miscible avec l'eau, pour former deux phases séparables : l'éthanol est écarté ;
- dissoudre l'ester le mieux possible, et mieux que l'eau : la solubilité est bonne dans le dichlorométhane, seulement moyenne dans le cyclohexane.

On choisit le dichlorométhane.

MÉTHODE
Choix d'un solvant d'extraction : 1) non miscible avec le solvant de départ ; 2) espèce à extraire beaucoup plus soluble dans ce solvant. La densité ne sert qu'à placer les phases dans l'ampoule.

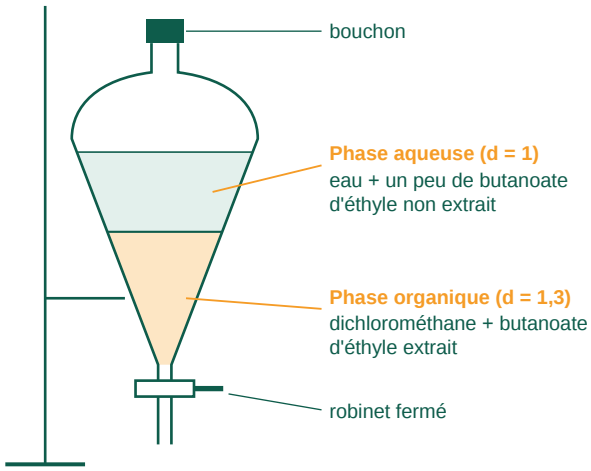
1.2.2 Dessiner l'ampoule à décanter après agitation en précisant le contenu.

Données utiles densités : eau 1 ; dichlorométhane 1,3

Le dichlorométhane ($d = 1{,}3$) est plus dense que l'eau ($d = 1$) : la phase organique est en dessous, la phase aqueuse au-dessus.

Phase supérieure : eau et un peu d'ester restant. Phase inférieure : dichlorométhane et l'essentiel du butanoate d'éthyle.

PIÈGE
Placer d'office la phase organique au-dessus. C'est vrai pour le cyclohexane, pas pour un solvant chloré : il faut comparer les densités.



1.2.2 · Ampoule à décanter après agitation et décantation

1.3.1 Donner l'expression du coefficient de partage K en fonction des concentrations à l'équilibre de E dans les deux phases.

K est la constante d'équilibre de la réaction 1, $\mathrm{E(aq)} = \mathrm{E(org)}$: le produit est au numérateur, le réactif au dénominateur.

$$K = \frac{[\mathrm{E_{org}}]_{éq}}{[\mathrm{E_{aq}}]_{éq}}$$

1.3.2 Déterminer l'expression de l'avancement final $x_{éq}$ en fonction de V, V_S, K et n_0.

Bilan de matière pour $\mathrm{E(aq)} = \mathrm{E(org)}$:

- état initial : $n(\mathrm{E_{aq}}) = n_0$ et $n(\mathrm{E_{org}}) = 0$;
- état final : $n(\mathrm{E_{aq}}) = n_0 - x_{éq}$ dans le volume V, et $n(\mathrm{E_{org}}) = x_{éq}$ dans le volume V_S.

D'où :

$$K = \frac{\frac{x_{éq}}{V_S}}{\frac{n_0 - x_{éq}}{V}} = \frac{x_{éq}\,V}{V_S\,(n_0 - x_{éq})}$$

$K\,V_S\,(n_0 - x_{éq}) = x_{éq}\,V$, soit $K\,V_S\,n_0 = x_{éq}\,(V + K\,V_S)$.

$$x_{éq} = \frac{K\,V_S\,n_0}{V + K\,V_S}$$

PIÈGE
Diviser les deux quantités de matière par le même volume. Chaque phase a le sien : V_S pour la phase organique, V pour la phase aqueuse.

COMPRENDRE
Vérification : en divisant par n_0, on retrouve exactement l'expression de τ donnée à la question suivante.

1.3.3 Calculer le taux d'extraction τ du butanoate d'éthyle lors de l'expérience du 1.2.2.

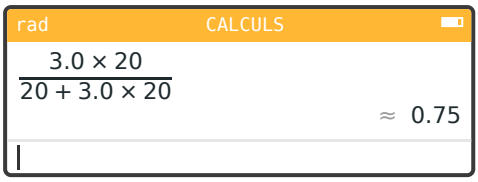
Données utiles $\tau = \frac{K\,V_S}{V + V_S\,K}$; $K = 3{,}0$; $V = 20$ mL ; $V_S = 20$ mL

$$\tau = \frac{K\,V_S}{V + K\,V_S} = \frac{3{,}0 \times 20}{20 + 3{,}0 \times 20} = 0{,}75$$

$\tau = 0{,}75$: 75 % du butanoate d'éthyle passe dans le dichlorométhane.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme K et les volumes. Les volumes peuvent rester en mL : τ est un rapport, les unités se simplifient. Un quart de l'ester reste dans l'eau.

À LA CALCULATRICE



2.1 Identifier le montage de chauffage à reflux. Quel est l'intérêt de ce montage ?

Le montage b comporte un réfrigérant à boules vertical au-dessus du ballon : c'est le chauffage à reflux. Le montage a, avec son réfrigérant incliné et son erlenmeyer de collecte, est une distillation.

Intérêt : chauffer accélère la réaction ; les vapeurs se condensent dans le réfrigérant et retombent dans le ballon.

Montage b : on chauffe le mélange, donc on accélère la transformation, sans perte de matière.

PIÈGE
Répondre seulement « pour chauffer ». Les deux idées sont attendues : la température comme facteur cinétique, et le reflux qui évite les pertes de réactifs et de produits.

2.2 Écrire avec les formules semi-développées l'équation de la réaction d'estérification (réaction 2) et nommer les espèces chimiques.

L'ester a 4 carbones côté C=O : il vient de l'acide butanoïque. Il a 2 carbones côté oxygène : il vient de l'éthanol.

$$CH_3-CH_2-CH_2-COOH + CH_3-CH_2-OH$$
$$= CH_3-CH_2-CH_2-COO-CH_2-CH_3 + H_2O$$

acide butanoïque + éthanol = butanoate d'éthyle + eau

MÉTHODE
Nom d'un ester : la partie en « -oate » désigne l'acide carboxylique de départ, la partie en « -yle » désigne l'alcool. Une estérification produit toujours de l'eau.

2.3 Donner les caractéristiques de cette réaction.

L'estérification est lente et limitée (non totale) : elle conduit à un état d'équilibre, car la réaction inverse, l'hydrolyse de l'ester, se produit en même temps. Elle est aussi athermique.

2.4 Définir le rendement de cette réaction et le calculer à partir du graphe de la quantité d'ester formée en fonction du temps.

Données utiles mélange initial : 0,20 mol d'acide et 0,20 mol d'alcool ; palier du graphe : $n(\text{ester})_f = 0{,}133$ mol

Le rendement est le rapport de la quantité d'ester réellement obtenue à la quantité maximale que l'on obtiendrait si la transformation était totale :

$$\eta = \frac{n(\text{ester})_f}{n(\text{ester})_{max}}$$

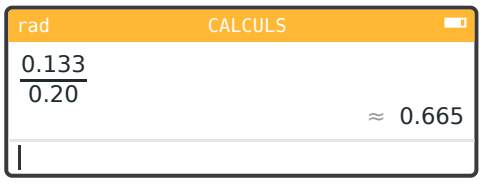
Le mélange est stœchiométrique (1 mol d'acide pour 1 mol d'alcool) : $n(\text{ester})_{max} = 0{,}20$ mol.

$$\eta = \frac{0{,}133}{0{,}20} = 0{,}67$$

$\eta = 0{,}67$, soit 67 %.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme 0,20 mol. Environ deux tiers : c'est le rendement habituel d'une estérification avec un alcool primaire en mélange équimolaire.

À LA CALCULATRICE



2.5 On utilise maintenant 0,50 mol d'acide et 0,20 mol d'alcool. Le rendement va-t-il évoluer ? Expliquer.

L'alcool reste le réactif limitant : la quantité maximale d'ester est toujours 0,20 mol.

L'acide est maintenant en excès. Un excès de l'un des réactifs déplace l'équilibre dans le sens direct, celui de la formation de l'ester : la quantité finale d'ester dépasse 0,133 mol.

Le rendement augmente.

COMPRENDRE
La constante d'équilibre ne change pas. Avec plus d'acide au départ, le quotient de réaction n'atteint cette constante que pour un avancement plus grand.

MÉTHODE
Améliorer le rendement d'une transformation limitée : mettre un réactif en excès (le moins cher) ou éliminer un produit au fur et à mesure. Chauffer ou ajouter un catalyseur ne fait que gagner du temps.

3.1 Quel est le rôle d'une chromatographie sur couche mince ?

La chromatographie sur couche mince sert à séparer les espèces chimiques d'un mélange, puis à les identifier par comparaison avec des espèces de référence déposées sur la même plaque.

3.2 Comment appelle-t-on le solvant ou mélange de solvants utilisé dans la cuve à chromatographie ?

C'est l'éluant (la phase mobile).

3.3 Interpréter le chromatogramme pour les solutions S_1 et S_2.

Le dépôt (a), butanoate d'éthyle pur, donne une seule tache qui sert de référence.

Dépôt (b), solution S_1 : quatre taches, donc quatre espèces chimiques. La plus haute est au niveau de la tache de référence : l'extrait d'arôme contient bien du butanoate d'éthyle, mélangé à trois autres espèces.

Dépôt (c), solution S_2 : deux taches. L'une est au niveau de la référence : la synthèse a bien produit du butanoate d'éthyle. L'autre révèle une seconde espèce : l'ester obtenu n'est pas pur.

S_1 et S_2 contiennent toutes deux du butanoate d'éthyle ; S_1 contient trois autres espèces, S_2 une autre.

COMPRENDRE
C'est cohérent avec le texte : l'arôme est un mélange d'esters et d'acides, et l'estérification est limitée, il reste donc des réactifs. La seconde tache de (c) est à la hauteur d'une tache de (b).

3.4 Déterminer la valeur du rapport frontal R_f du butanoate d'éthyle dans les conditions de cette chromatographie.

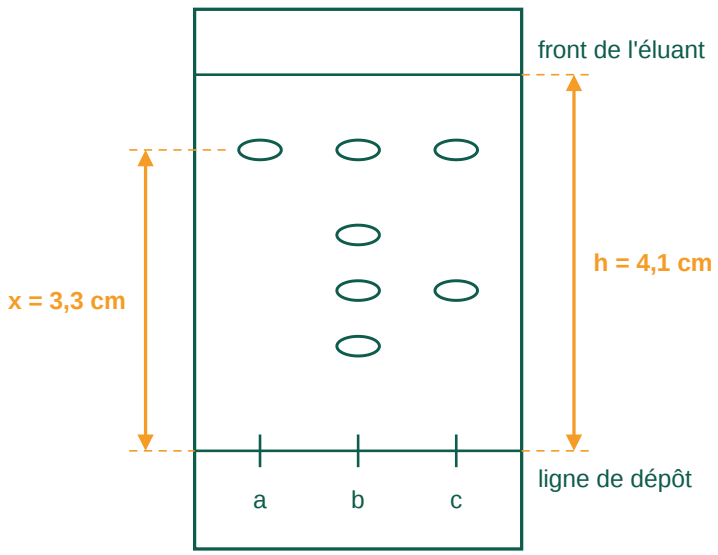
Données utiles $R_f = \frac{x}{h}$; mesures sur le chromatogramme du sujet imprimé : $x = 3{,}3$ cm ; $h = 4{,}1$ cm

On mesure à la règle, à partir de la ligne de dépôt : $x = 3{,}3$ cm jusqu'au centre de la tache du dépôt (a), et $h = 4{,}1$ cm jusqu'au front de l'éluant.

$$R_f = \frac{x}{h} = \frac{3{,}3}{4{,}1} = 0{,}80$$

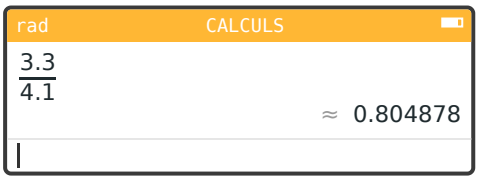
$R_f = 0{,}80$

PIÈGE
Mesurer depuis le bas de la plaque au lieu de la ligne de dépôt, ou jusqu'au bord de la tache. R_f est sans unité et toujours inférieur à 1.



3.4 · Chromatogramme du sujet avec les mesures de x et h

À LA CALCULATRICE



Accumulateurs ou piles rechargeables

Bac S 2010 Polynésie (ancien programme) · Exercice 2 **4 points** **Durée conseillée 52 min**

1.1.1 Donner l'expression littérale du quotient de réaction Q_r de la réaction 1, puis le calculer dans l'état initial.

Données utiles réaction 1 : $\mathrm{Cd^{2+}\,(aq) + Ni\,(s) = Cd\,(s) + Ni^{2+}\,(aq)}$; $c_0 = 0{,}10\ \mathrm{mol\cdot L^{-1}}$ dans les deux demi-piles

Les solides n'apparaissent pas dans le quotient de réaction :

$$Q_r = \frac{[\mathrm{Ni^{2+}}]}{[\mathrm{Cd^{2+}}]}$$

Dans l'état initial, $[\mathrm{Ni^{2+}}]_i = [\mathrm{Cd^{2+}}]_i = c_0$, donc $Q_{r,i} = \dfrac{c_0}{c_0} = \dfrac{0{,}10}{0{,}10}$.

$Q_{r,i} = 1{,}0$

PIÈGE
Faire figurer $\mathrm{Ni\,(s)}$ et $\mathrm{Cd\,(s)}$ dans Q_r, ou inverser le rapport : les produits de l'équation telle qu'elle est écrite vont au numérateur.

COMPRENDRE
Q_r est sans unité. Le résultat garde deux chiffres significatifs, comme c_0 : on écrit $1{,}0$ et non 1.

1.1.2 Sachant que la constante d'équilibre de la réaction 1 vaut $K = 2{,}2 \times 10^{-6}$, prévoir le sens d'évolution spontanée du système, puis écrire l'équation de fonctionnement de la pile.

Données utiles $Q_{r,i} = 1{,}0$ (1.1.1) ; $K = 2{,}2 \times 10^{-6}$

$Q_{r,i} = 1{,}0 > K = 2{,}2 \times 10^{-6}$: le quotient de réaction doit diminuer pour atteindre K. Le système évolue donc spontanément dans le sens **inverse** de la réaction 1.

Équation de fonctionnement de la pile :

$\mathrm{Cd\,(s) + Ni^{2+}\,(aq) \longrightarrow Cd^{2+}\,(aq) + Ni\,(s)}$

MÉTHODE
Critère d'évolution : si $Q_{r,i} < K$, sens direct ; si $Q_{r,i} > K$, sens inverse ; si $Q_{r,i} = K$, équilibre. On compare toujours à l'équation telle qu'elle est écrite.

1.2 Écrire les demi-équations électroniques en précisant s'il s'agit d'une réduction ou d'une oxydation. Indiquer la polarité des électrodes de nickel et de cadmium.

Données utiles équation de fonctionnement (1.1.2) ; couples $\mathrm{Ni^{2+}(aq)/Ni\,(s)}$ et $\mathrm{Cd^{2+}(aq)/Cd\,(s)}$

- Électrode de cadmium : $\mathrm{Cd\,(s) = Cd^{2+}\,(aq) + 2\,e^-}$. Le cadmium cède des électrons : c'est une **oxydation**.
- Électrode de nickel : $\mathrm{Ni^{2+}\,(aq) + 2\,e^- = Ni\,(s)}$. L'ion nickel capte des électrons : c'est une **réduction**.

Les électrons libérés à l'électrode de cadmium rejoignent celle de nickel par le circuit extérieur.

Électrode de cadmium : pôle **négatif** (anode). Électrode de nickel : pôle **positif** (cathode).

PIÈGE
Écrire les demi-équations d'après la réaction 1 de l'énoncé : la pile fonctionne dans le sens inverse, c'est donc le cadmium qui est oxydé.

COMPRENDRE
Dans le circuit extérieur, les électrons vont du pôle $-$ vers le pôle $+$; le courant circule en sens contraire, du nickel vers le cadmium.

1.3 Quel est le rôle du pont salin ?

Le pont salin relie les deux solutions : ses ions se déplacent et transportent le courant entre les demi-piles, ce qui ferme le circuit.

Ses anions compensent les ions $\mathrm{Cd^{2+}}$ formés, ses cations remplacent les ions $\mathrm{Ni^{2+}}$ consommés : chaque solution reste neutre.

Le pont salin ferme le circuit et assure la neutralité électrique des deux solutions.

COMPRENDRE
Les porteurs de charge ne sont pas les mêmes partout : électrons dans les fils et les électrodes, ions dans les solutions et dans le pont. Sans pont, la pile ne débite pas.

2.1 Compléter le tableau descriptif de l'évolution du système, donné en annexe à rendre avec la copie.

Données utiles réaction 2 : $\mathrm{Cd(s) + 2\,NiO(OH)(s) + 2\,H_2O(l) = Cd(OH)_2(s) + 2\,Ni(OH)_2(s)}$; à l'électrode de cadmium : $\mathrm{Cd(s) + 2\,HO^-(aq) = Cd(OH)_2(s) + 2\,e^-}$

D'après la demi-équation, chaque mole de cadmium consommée libère 2 moles d'électrons.

Quantité d'électrons échangés : $2x$ en cours de réaction, $2x_f$ dans l'état final (tableau complété ci-dessous).

PIÈGE
Recopier le nombre stœchiométrique 2 de $\mathrm{NiO(OH)}$ dans sa colonne : il est en excès, comme l'eau, on écrit seulement « excès ».

Équation		$Cd_{(s)}$	+ 2 $NiO(OH)_{(s)}$	+ 2 $H_2O_{(l)}$	= $Cd(OH)_{2(s)}$	+ 2 $Ni(OH)_{2(s)}$	
	Avancement	Quantités de matière (mol)					Quantité d'électrons échangés (mol)
État initial	x = 0	n_0	excès	excès	n_2	n_3	0
En cours de réaction	x	$n_0 - x$	excès	excès	$n_2 + x$	$n_3 + 2x$	2x
État final	x_f	$n_0 - x_f$	excès	excès	$n_2 + x_f$	$n_3 + 2x_f$	$2x_f$

2.1 · Annexe complétée (en orange : ce que l'on écrit)

2.2 Le cadmium étant le réactif limitant, retrouver la relation entre la quantité de matière initiale de cadmium n_0 et la quantité de matière d'électrons échangés lorsque la réaction est terminée.

Données utiles tableau d'avancement (2.1)

Le cadmium est limitant : il est entièrement consommé dans l'état final, donc $n_0 - x_f = 0$, soit $x_f = n_0$.

D'après la dernière colonne du tableau, $n(\mathrm{e^-}) = 2x_f$.

$$n(\mathrm{e^-}) = 2\,n_0$$

2.3 Déterminer la quantité maximale d'électricité que peut débiter cet accumulateur.

Données utiles $m(\mathrm{Cd}) = 2{,}0$ g ; $M(\mathrm{Cd}) = 112{,}4\ \mathrm{g \cdot mol^{-1}}$; $N_a = 6{,}02 \times 10^{23}\ \mathrm{mol^{-1}}$; $e = 1{,}6 \times 10^{-19}$ C ; $n(\mathrm{e^-}) = 2\,n_0$ (2.2)

Une mole d'électrons porte, en valeur absolue, la charge $N_a\,e$. La quantité d'électricité maximale est donc :

$$Q_{max} = n(\mathrm{e^-})\,N_a\,e = 2\,n_0\,N_a\,e \quad \text{avec} \quad n_0 = \frac{m(\mathrm{Cd})}{M(\mathrm{Cd})}$$

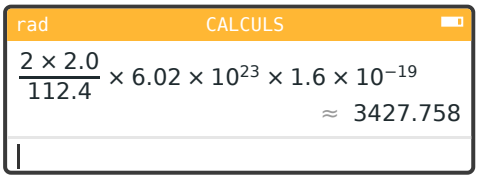
$$Q_{max} = \frac{2\,m(\mathrm{Cd})}{M(\mathrm{Cd})}\,N_a\,e = \frac{2 \times 2{,}0}{112{,}4} \times 6{,}02 \times 10^{23} \times 1{,}6 \times 10^{-19}$$

$$Q_{max} = 3{,}4 \times 10^3\ \mathrm{C}$$

PIÈGE
Oublier le facteur 2 : chaque atome de cadmium cède deux électrons. Sans lui, on trouve $1{,}7 \times 10^3$ C.

COMPRENDRE
Le produit $N_a\,e \approx 9{,}6 \times 10^4\ \mathrm{C \cdot mol^{-1}}$ est la constante de Faraday F. Deux chiffres significatifs, comme la masse et la charge élémentaire.

À LA CALCULATRICE



2.4 Comment réalise-t-on la charge de l'accumulateur ? Quel est alors le type de fonctionnement ? Écrire l'équation de la réaction de charge en justifiant.

Données utiles réaction de décharge (réaction 2)

On branche l'accumulateur sur un générateur de tension continue qui impose un courant de sens opposé à celui de la décharge.

L'accumulateur ne fournit plus d'énergie électrique, il en reçoit : il fonctionne en **récepteur**. La transformation est forcée, c'est une **électrolyse**.

Les électrons circulent en sens inverse, donc chaque réaction d'électrode est inversée : la réaction de charge est l'inverse de la réaction 2, elle régénère le cadmium consommé pendant la décharge.

$$\mathrm{Cd(OH)_2\,(s) + 2\,Ni(OH)_2\,(s) \longrightarrow Cd\,(s) + 2\,NiO(OH)\,(s) + 2\,H_2O\,(l)}$$

COMPRENDRE
La décharge est spontanée et convertit de l'énergie chimique en énergie électrique. La charge fait l'inverse : elle n'a lieu que si le générateur apporte l'énergie.

3.1 Quelle est la valeur de la capacité de cette pile en unité SI ?

Données utiles capacité : 800 mAh

Une capacité est une charge électrique, $Q = I\,\Delta t$; son unité SI est le coulomb, avec I en ampère et Δt en seconde.

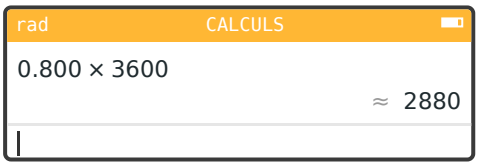
$800\ \mathrm{mAh}$ correspond à $0{,}800$ A pendant $1\ \mathrm{h} = 3600$ s :

$Q = 0{,}800 \times 3600$

$$\boxed{Q = 2{,}88 \times 10^3\ \mathrm{C}}$$

MÉTHODE
Pour convertir des mAh en coulombs, on multiplie par $3{,}6$: $1\ \mathrm{mAh} = 10^{-3}\ \mathrm{A} \times 3600\ \mathrm{s} = 3{,}6$ C.

À LA CALCULATRICE



3.2 L'accumulateur étant totalement déchargé, quelle intensité, en courant constant, faut-il pour retrouver une capacité de 800 mAh en 15 minutes ?

Données utiles $Q = 2{,}88 \times 10^3$ C (3.1) ; $\Delta t = 15$ min

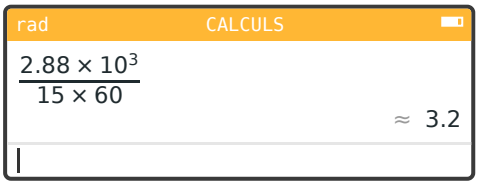
À courant constant, $Q = I\,\Delta t$, donc $I = \dfrac{Q}{\Delta t}$ avec $\Delta t = 15 \times 60 = 900$ s.

$$I = \frac{2{,}88 \times 10^3}{900}$$

$$\boxed{I = 3{,}2\ \mathrm{A}}$$

COMPRENDRE
Vérification rapide en mAh : 15 min est un quart d'heure, donc $I = 800 \div 0{,}25 = 3\,200$ mA. C'est une intensité élevée, d'où le terme de charge rapide.

À LA CALCULATRICE



3.3 L'accumulateur totalement chargé débite une intensité supposée constante de 0,27 A. Quelle est la durée de fonctionnement de cette pile, en minutes ?

Données utiles $Q = 2{,}88 \times 10^3$ C (3.1) ; $I = 0{,}27$ A

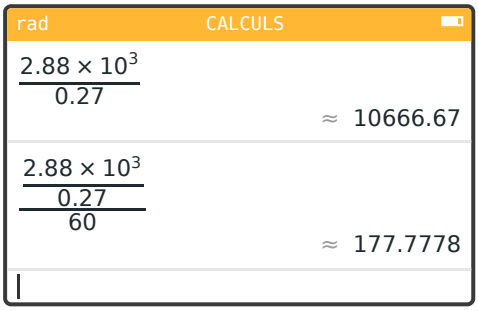
$$\Delta t = \frac{Q}{I} = \frac{2{,}88 \times 10^3}{0{,}27} = 1{,}1 \times 10^4 \text{ s}$$

En minutes : $\Delta t = \dfrac{2{,}88 \times 10^3}{0{,}27 \times 60}$

$\Delta t = 1{,}8 \times 10^2$ min, soit environ 3 h.

PIÈGE
Convertir en minutes à partir de la valeur arrondie $1{,}1 \times 10^4$ s donne 183 min. On garde la valeur exacte dans la calculatrice et on arrondit à la fin.

À LA CALCULATRICE



4.1 Dans quelle colonne de la classification périodique se situe l'élément lithium ? Justifier.

Le texte indique que le lithium est un métal alcalin. Les alcalins forment la première colonne de la classification périodique.

L'atome de lithium a un seul électron externe, qu'il perd facilement pour donner l'ion Li^+ cité dans le texte.

Le lithium se situe dans la **première colonne** (famille des alcalins).

COMPRENDRE
Tous les éléments d'une même colonne ont le même nombre d'électrons externes, donc des propriétés chimiques voisines : sodium et potassium forment eux aussi des ions de charge $+1$.

4.2 La capacité d'une pile de téléphone portable est de 4320 C. Si la tension à ses bornes est de 3,7 V pendant le fonctionnement, quelle énergie électrique peut-elle fournir ?

Données utiles $Q = 4320$ C ; $U = 3{,}7$ V

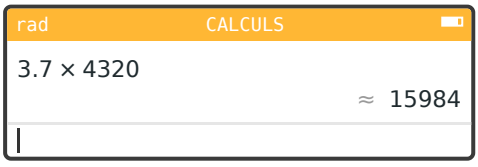
Énergie électrique fournie : $E = P\,\Delta t = U\,I\,\Delta t$. Comme $Q = I\,\Delta t$:

$$E = U\,Q = 3{,}7 \times 4320$$

$E = 1{,}6 \times 10^4$ J

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme la tension. En wattheures : $1{,}6 \times 10^4 \div 3600 \approx 4{,}4$ Wh, l'unité que l'on lit sur les batteries.

À LA CALCULATRICE



Des isotopes du phosphore

Bac S 2010 Polynésie (ancien programme) · Exercice 3 **6 points** **Durée conseillée 1 h 18**

1.1.1 Donner la composition du noyau de phosphore 32.

Données utiles $^{32}_{15}\mathrm{P}$

Le numéro atomique est $Z = 15$ et le nombre de nucléons $A = 32$, donc $A - Z = 32 - 15 = 17$.

Le noyau de phosphore 32 contient **15 protons** et **17 neutrons**.

PIÈGE
Le nombre du haut, 32, compte tous les nucléons, pas les neutrons. On ne parle pas d'électrons : la question porte sur le noyau.

1.1.2 Définir le terme « isotope ».

Des noyaux isotopes possèdent le même nombre de protons Z (même élément chimique) mais des nombres de neutrons différents, donc des nombres de nucléons A différents.

COMPRENDRE
Les phosphores 30, 31 et 32 ont tous 15 protons ; ils comptent respectivement 15, 16 et 17 neutrons.

1.1.3 Quelle est la particule émise lors d'une radioactivité β^- ?

Une désintégration β^- s'accompagne de l'émission d'un **électron**, noté $^{0}_{-1}\mathrm{e}$.

PIÈGE
Ne pas confondre avec la radioactivité β^+, qui émet un positon $^{0}_{1}\mathrm{e}$, ni avec la radioactivité α, qui émet un noyau d'hélium $^{4}_{2}\mathrm{He}$.

1.1.4 Énoncer les lois de conservation d'une réaction nucléaire, puis établir l'équation de désintégration du phosphore 32 en précisant l'élément formé.

Données utiles extrait de la classification : $_{14}\mathrm{Si}$; $_{15}\mathrm{P}$; $_{16}\mathrm{S}$; $_{17}\mathrm{Cl}$

Lors d'une réaction nucléaire, il y a conservation du nombre de charge (somme des Z) et conservation du nombre de nucléons (somme des A).

On écrit $^{32}_{15}\mathrm{P} \longrightarrow {}^{A}_{Z}\mathrm{X} + {}^{0}_{-1}\mathrm{e}$.

- Nombre de nucléons : $32 = A + 0$, donc $A = 32$.
- Nombre de charge : $15 = Z - 1$, donc $Z = 16$: l'élément formé est le soufre.

$^{32}_{15}\mathrm{P} \longrightarrow {}^{32}_{16}\mathrm{S} + {}^{0}_{-1}\mathrm{e}$: il se forme un noyau de **soufre 32**.

PIÈGE
L'électron porte le nombre de charge -1 : écrire $15 = Z + 1$ conduirait au silicium.

COMPRENDRE
Dans le noyau, un neutron se transforme en proton : Z augmente de 1 et A ne change pas. Un antineutrino est aussi émis ; il ne modifie ni A ni Z.

1.2.1 Calculer le nombre initial N_0 de noyaux de phosphore 32.

Données utiles $m_0 = 10{,}0 \times 10^{-9}$ g ; $m(\mathrm{P}) = 5{,}31 \times 10^{-26}$ kg

La masse de l'échantillon est celle de N_0 noyaux identiques : $m_0 = N_0 \times m(\mathrm{P})$, soit $N_0 = \dfrac{m_0}{m(\mathrm{P})}$.

Avec la même unité pour les deux masses : $m_0 = 10{,}0 \times 10^{-9}$ g $= 10{,}0 \times 10^{-12}$ kg.

$$N_0 = \frac{10{,}0 \times 10^{-12}}{5{,}31 \times 10^{-26}} = 1{,}88 \times 10^{14}$$

$N_0 = 1{,}88 \times 10^{14}$ noyaux

PIÈGE
m_0 est en grammes, $m(\mathrm{P})$ en kilogrammes. Sans conversion, le résultat est mille fois trop grand.

COMPRENDRE
Trois chiffres significatifs, comme les deux données. Dans tout l'exercice, le résultat a autant de chiffres que la donnée la moins précise.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$$\frac{10.0 \times 10^{-12}}{5.31 \times 10^{-26}} \approx 1.883239 \times 10^{14}$$

1.2.2 Définir la demi-vie $t_{1/2}$, puis établir la relation entre $t_{1/2}$ et λ.

Données utiles $N = N_0\,\mathrm{e}^{-\lambda t}$

La demi-vie $t_{1/2}$ est la durée au bout de laquelle la moitié des noyaux radioactifs initialement présents s'est désintégrée : $N(t_{1/2}) = \dfrac{N_0}{2}$.

Avec la loi de décroissance : $N_0\,\mathrm{e}^{-\lambda t_{1/2}} = \dfrac{N_0}{2}$, donc $\mathrm{e}^{-\lambda t_{1/2}} = \dfrac{1}{2}$.

En prenant le logarithme : $-\lambda\, t_{1/2} = \ln\dfrac{1}{2} = -\ln 2$.

$t_{1/2} = \dfrac{\ln 2}{\lambda}$, soit $\lambda = \dfrac{\ln 2}{t_{1/2}}$

COMPRENDRE

Vérification de la valeur annoncée : avec $t_{1/2} = 14{,}3$ jours convertis en secondes ($\times\, 86\,400$), on retrouve $\lambda = 5{,}61 \times 10^{-7}\ \mathrm{s}^{-1}$.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$$\frac{\ln(2)}{14.3 \times 86\,400} \approx 5.610166 \times 10^{-7}$$

1.2.3 Définir l'activité $A(t)$ d'un échantillon, en déduire la relation entre $A(t)$ et $N(t)$, puis calculer l'activité initiale A_0.

Données utiles $\lambda = 5{,}61 \times 10^{-7}\ \mathrm{s}^{-1}$; N_0 (1.2.1)

L'activité d'un échantillon est le nombre moyen de désintégrations qu'il produit par seconde ; elle s'exprime en becquerels (Bq). Comme N diminue :

$$A(t) = -\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t}$$

En dérivant $N(t) = N_0\,\mathrm{e}^{-\lambda t}$: $\dfrac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t} = -\lambda\, N_0\,\mathrm{e}^{-\lambda t} = -\lambda\, N(t)$, d'où $A(t) = \lambda\, N(t)$.

À l'instant initial : $A_0 = \lambda\, N_0 = \lambda\,\dfrac{m_0}{m(\mathrm{P})}$

$$A_0 = 5{,}61 \times 10^{-7} \times \frac{10{,}0 \times 10^{-12}}{5{,}31 \times 10^{-26}} = 1{,}06 \times 10^{8}\ \mathrm{Bq}$$

$A(t) = \lambda\, N(t)$ et $A_0 = 1{,}06 \times 10^{8}$ Bq

PIÈGE

Reprendre N_0 arrondi à $1{,}88 \times 10^{14}$ donne $1{,}05 \times 10^{8}$ Bq. On calcule avec la valeur non arrondie, gardée en mémoire.

COMPRENDRE

λ doit être en s^{-1} pour obtenir des becquerels. L'activité suit la même loi que N : $A(t) = A_0\,\mathrm{e}^{-\lambda t}$.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$$\frac{5.61 \times 10^{-7} \times 10.0 \times 10^{-12}}{5.31 \times 10^{-26}} \approx 1.056497 \times 10^{8}$$

1.2.4 Déterminer l'instant t_1 où l'activité sera divisée par 10.

Données utiles $\lambda = 5{,}61 \times 10^{-7}\ \mathrm{s}^{-1}$

On cherche t_1 tel que $A(t_1) = \dfrac{A_0}{10}$, avec $A(t) = A_0\,\mathrm{e}^{-\lambda t}$:

$\mathrm{e}^{-\lambda t_1} = \dfrac{1}{10}$, donc $-\lambda\, t_1 = -\ln 10$, soit $t_1 = \dfrac{\ln 10}{\lambda}$.

$$t_1 = \frac{\ln 10}{5{,}61 \times 10^{-7}} = 4{,}10 \times 10^{6}\ \mathrm{s}$$

$t_1 = 4{,}10 \times 10^{6}$ s, soit environ 47,5 jours

MÉTHODE

Pour une activité divisée par k : $t = \dfrac{\ln k}{\lambda}$. Le cas $k = 2$ redonne la demi-vie. Le résultat ne dépend pas de A_0.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$\dfrac{\ln(10)}{5.61 \times 10^{-7}}$ $\approx$ 4104430

$\dfrac{4\,104\,429.756}{86\,400}$ $\approx$ 47.50497

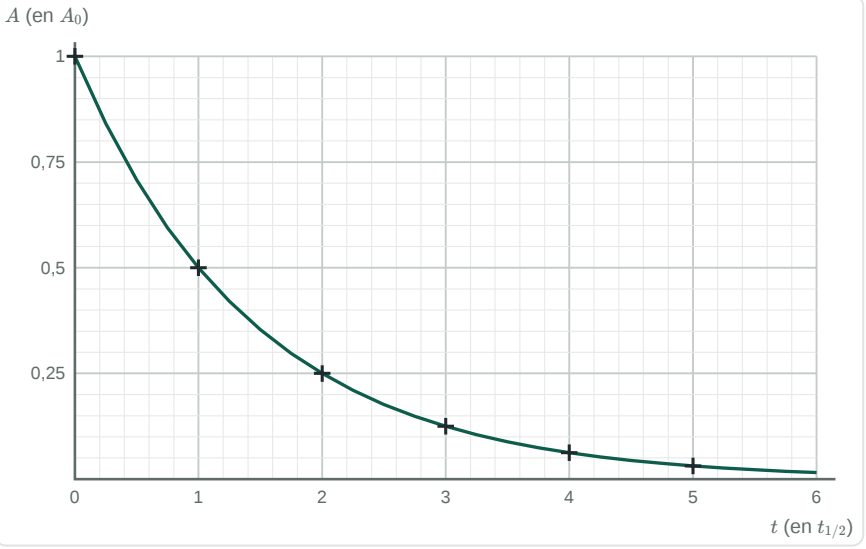
1.2.5 Tracer l'allure de la courbe représentant $A(t)$, sans calculatrice, à l'aide des activités aux instants $t_{1/2}$, $2\,t_{1/2}$, $3\,t_{1/2}$, $4\,t_{1/2}$, $5\,t_{1/2}$.

À chaque demi-vie écoulée, l'activité est divisée par deux :

$A(t_{1/2}) = \dfrac{A_0}{2}$; $A(2\,t_{1/2}) = \dfrac{A_0}{4}$; $A(3\,t_{1/2}) = \dfrac{A_0}{8}$; $A(4\,t_{1/2}) = \dfrac{A_0}{16}$; $A(5\,t_{1/2}) = \dfrac{A_0}{32}$

On place ces points et on les relie par une courbe décroissante, de plus en plus proche de l'axe des abscisses sans l'atteindre.

PIÈGE
Ne pas relier les points par des segments ni faire toucher l'axe des temps : la courbe est une exponentielle, qui tend vers zéro sans s'annuler.



1.2.5 · Allure de $A(t)$: l'activité est divisée par deux à chaque demi-vie

1.2.6 Retrouver graphiquement l'ordre de grandeur du temps t_1.

Données utiles $t_{1/2} = 14{,}3$ jours ; courbe (1.2.5)

On trace l'horizontale d'ordonnée $\dfrac{A_0}{10}$: elle coupe la courbe entre $3\,t_{1/2}$ (où $A = A_0/8$) et $4\,t_{1/2}$ (où $A = A_0/16$), vers $t_1 \approx 3{,}3\,t_{1/2}$.

$t_1 \approx 3{,}3 \times 14{,}3 \approx 47$ jours, soit $47 \times 86\,400 \approx 4 \times 10^6$ s.

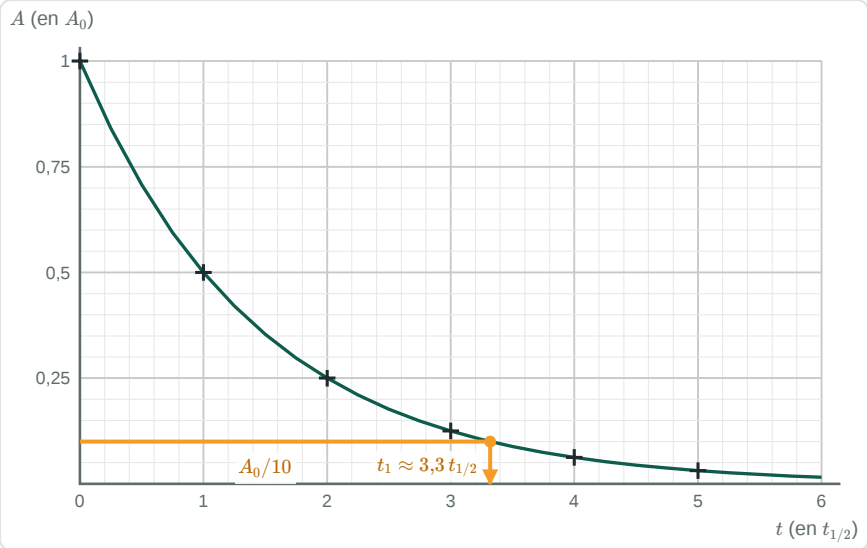
$t_1 \approx 3{,}3\,t_{1/2} \approx 4 \times 10^6$ s : ordre de grandeur 10^6 s, en accord avec la question 1.2.4.

COMPRENDRE
$A_0/10$ est compris entre $A_0/8$ et $A_0/16$, plus près de $A_0/8$: le point cherché est donc plus proche de $3\,t_{1/2}$ que de $4\,t_{1/2}$.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$3.3 \times 14.3 \times 86\,400$ $\approx$ 4077216



1.2.6 · Lecture de t_1 pour $A = A_0/10$

2.1 Donner la définition de l'énergie de liaison E_l d'un noyau.

L'énergie de liaison E_l d'un noyau est l'énergie qu'il faut fournir à ce noyau, pris au repos, pour le séparer en ses nucléons isolés et immobiles.

COMPRENDRE
C'est une énergie reçue par le noyau, donc positive. Plus elle est grande, plus il est difficile de dissocier le noyau.

2.2 Exprimer le défaut de masse Δm d'un noyau en fonction de A, Z, m_p, m_n et $m(^{30}\mathrm{P})$. Le calculer pour le phosphore 30, en kg.

Données utiles $m_p = 1{,}007\,28$ u ; $m_n = 1{,}008\,66$ u ; $m(^{30}\mathrm{P}) = 29{,}970\,06$ u ; $1\ \mathrm{u} = 1{,}660\,5 \times 10^{-27}$ kg

Le défaut de masse est l'écart entre la masse des nucléons séparés et la masse du noyau :

$$\Delta m = Z\,m_p + (A - Z)\,m_n - m(^{30}\mathrm{P})$$

Pour le phosphore 30, $Z = 15$ et $A - Z = 15$:

$$\Delta m = 15 \times 1{,}007\,28 + 15 \times 1{,}008\,66 - 29{,}970\,06 = 0{,}269\,04\ \mathrm{u}$$

$$\Delta m = 0{,}269\,04 \times 1{,}660\,5 \times 10^{-27} = 4{,}467\,4 \times 10^{-28}\ \mathrm{kg}$$

$$\Delta m = 0{,}269\,04\ \mathrm{u} = 4{,}467\,4 \times 10^{-28}\ \mathrm{kg}$$

PIÈGE
Arrondir les masses avant de soustraire fait disparaître le résultat : la différence ne représente que 0,9 % de la masse du noyau. On garde toutes les décimales.

COMPRENDRE
Le défaut de masse est positif : le noyau est plus léger que ses nucléons séparés. Cinq chiffres significatifs ici, comme la valeur de l'unité de masse atomique.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$15 \times 1.00728 + 15 \times 1.00866 - 29.97006$
≈ 0.26904

$0.26904 \times 1.6605 \times 10^{-27}$
$\approx 4.467409 \times 10^{-28}$

2.3.1 Quelle relation lie l'énergie de liaison et le défaut de masse ? Calculer l'énergie de liaison du phosphore 30 en joule puis en MeV, et en déduire l'énergie de liaison par nucléon.

Données utiles Δm (2.2) ; $c = 2{,}997\,92 \times 10^{8}\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$; $1\ \text{eV} = 1{,}602\,18 \times 10^{-19}\ \text{J}$

Relation d'équivalence masse-énergie : $E_l = \Delta m \times c^2$, avec Δm en kg et E_l en J.

$$E_l = 4{,}467\,4 \times 10^{-28} \times (2{,}997\,92 \times 10^{8})^2 = 4{,}015\,1 \times 10^{-11}\ \text{J}$$

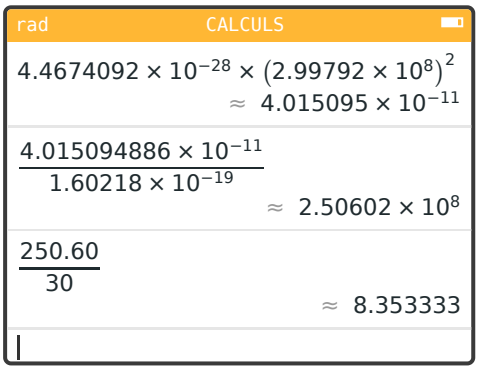
En électron-volts : $E_l = \dfrac{4{,}015\,1 \times 10^{-11}}{1{,}602\,18 \times 10^{-19}} = 2{,}506\,0 \times 10^{8}\ \text{eV} = 250{,}60\ \text{MeV}$

Le noyau contient $A = 30$ nucléons : $\dfrac{E_l}{A} = \dfrac{250{,}60}{30} = 8{,}353\ \text{MeV/nucléon}$

$E_l = 4{,}015\,1 \times 10^{-11}\ \text{J} = 250{,}60\ \text{MeV}$ et $\dfrac{E_l}{A} = 8{,}353$ MeV/nucléon

PIÈGE
Oublier le carré de c, ou laisser Δm en unité de masse atomique. Pour passer en MeV, on divise par $1{,}602\,18 \times 10^{-19}$ puis par 10^6.

À LA CALCULATRICE



2.3.2 Comparer cette valeur à l'énergie de liaison par nucléon du phosphore 31. Conclure.

Données utiles $\dfrac{E_l}{A}(^{31}\text{P}) = 8{,}48$ MeV/nucléon ; $\dfrac{E_l}{A}(^{30}\text{P}) = 8{,}353$ MeV/nucléon (2.3.1)

$8{,}35 < 8{,}48$: l'énergie de liaison par nucléon du phosphore 30 est inférieure à celle du phosphore 31.

Un noyau est d'autant plus stable que son énergie de liaison par nucléon est grande.

Le phosphore 31 est plus stable que le phosphore 30, ce qui s'accorde avec le sujet : le phosphore 31 est l'isotope présent dans la nature, le phosphore 30 est radioactif.

PIÈGE
La stabilité se compare avec l'énergie de liaison par nucléon, jamais avec l'énergie de liaison totale, qui augmente simplement avec le nombre de nucléons.

Oscillations chimiques et oscillations mécaniques

Bac S 2010 Polynésie (ancien programme) · Exercice 4 **6 points** **Durée conseillée 1 h 18**

1.1 Dans la dismutation du peroxyde d'hydrogène, quel est l'autre couple oxydant-réducteur mis en jeu, et quel rôle y joue H_2O_2 ?

Dans la réaction 1, une partie du peroxyde d'hydrogène est transformée en dioxygène. L'autre couple est donc $O_2\,(g)$ / $H_2O_2\,(aq)$, de demi-équation :

$$H_2O_2\,(aq) = O_2\,(g) + 2\,H^+\,(aq) + 2\,e^-$$

Autre couple : $O_2\,(g)$ / $H_2O_2\,(aq)$; le peroxyde d'hydrogène y est le **réducteur**.

PIÈGE
Dans l'écriture d'un couple, l'oxydant est toujours à gauche : on écrit O_2 / H_2O_2, pas H_2O_2 / O_2.

COMPRENDRE
Une dismutation est une réaction où la même espèce est à la fois l'oxydant d'un couple et le réducteur d'un autre. En ajoutant $H_2O_2 + 2\,H^+ + 2\,e^- = 2\,H_2O$ à la demi-équation ci-dessus, on retrouve la réaction 1.

1.2.1 Calculer les quantités de matière initiales de H_2O_2 et de HIO_3, compléter le tableau d'évolution de la réaction 2, puis déterminer le réactif limitant et l'avancement maximal.

Données utiles $V_1 = 20$ mL ; $c_1 = 4{,}5$ mol · L^{-1} ; $m_2 = 0{,}70$ g ; $M(H) = 1{,}0$, $M(O) = 16{,}0$, $M(I) = 126{,}9$ g · mol^{-1}

Peroxyde d'hydrogène : $n_1 = c_1 V_1 = 4{,}5 \times 20 \times 10^{-3} = 9{,}0 \times 10^{-2}$ mol.

Acide iodique : $M(HIO_3) = 1{,}0 + 126{,}9 + 3 \times 16{,}0 = 175{,}9$ g · mol^{-1}, donc

$$n_2 = \frac{m_2}{M(HIO_3)} = \frac{0{,}70}{175{,}9} = 4{,}0 \times 10^{-3}\ \text{mol}$$

Tableau : voir l'annexe complétée ci-dessous.

Si H_2O_2 est limitant : $n_1 - 5x_{max} = 0$, soit $x_{max} = \dfrac{n_1}{5} = 1{,}8 \times 10^{-2}$ mol.

Si HIO_3 est limitant : $n_2 - 2x_{max} = 0$, soit $x_{max} = \dfrac{n_2}{2} = 2{,}0 \times 10^{-3}$ mol.

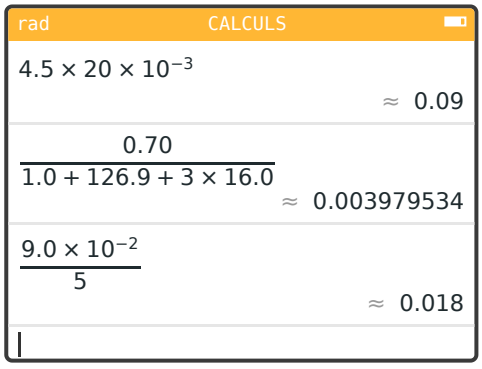
La plus petite des deux valeurs est la seule possible.

Réactif limitant : l'acide iodique HIO_3 ; $x_{max} = 2{,}0 \times 10^{-3}$ mol.

PIÈGE
Comparer directement n_1 et n_2 sans diviser par les nombres stœchiométriques 5 et 2. Autre oubli fréquent : convertir V_1 en litres.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme c_1, V_1 et m_2, les données les moins précises. La calculatrice affiche $3{,}98 \times 10^{-3}$ pour n_2 : on arrondit à $4{,}0 \times 10^{-3}$ mol.

À LA CALCULATRICE



Équation chimique		5 H_2O_2(aq) + 2 HIO_3(aq) = 5 O_2(g) + I_2(aq) + 6 H_2O(l)				
État du système	Avancement (mol)	Quantité de matière (mol)				
État initial	0	n_1	n_2	0	0	solvant
Au cours de la transformation	x	$n_1 - 5x$	$n_2 - 2x$	$5x$	x	solvant
État final	x_{max}	$n_1 - 5x_{max}$	$n_2 - 2x_{max}$	$5x_{max}$	x_{max}	solvant

1.2.1 · Annexe complétée : tableau d'évolution de la réaction 2, avec $n_1 = 9{,}0 \times 10^{-2}$ mol et $n_2 = 4{,}0 \times 10^{-3}$ mol

1.2.2 En déduire la concentration maximale du diiode qui peut se former dans le milieu réactionnel.

Données utiles $x_{max} = 2{,}0 \times 10^{-3}$ mol (1.2.1) ; volume total $V_{tot} = 60$ mL

D'après le tableau, la quantité de diiode formée à l'état final est $n(I_2)_{max} = x_{max}$.

$$[I_2]_{max} = \frac{x_{max}}{V_{tot}} = \frac{2{,}0 \times 10^{-3}}{60 \times 10^{-3}}$$

$[I_2]_{max} = 3{,}3 \times 10^{-2}$ mol · L^{-1}

PIÈGE
Diviser par $V_1 + V_2 = 40$ mL. L'énoncé précise que le volume total du mélange est de 60 mL : c'est lui qu'il faut utiliser.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$$\frac{2.0 \times 10^{-3}}{60 \times 10^{-3}} \approx 0.03333333$$

1.3.1 Quelle est la grandeur mesurée par un spectrophotomètre ?

Un spectrophotomètre mesure l'**absorbance** A de la solution, grandeur sans unité, à une longueur d'onde choisie.

1.3.2 Le spectrophotomètre est réglé sur 600 nm, dans le domaine du jaune, pour suivre la concentration du complexe bleu. Justifier ce choix de longueur d'onde.

Une solution a la couleur complémentaire de celle qu'elle absorbe le plus. Le complexe est bleu : il absorbe donc surtout les radiations jaunes, autour de 600 nm.

À 600 nm, l'absorbance du complexe bleu est maximale : les mesures sont les plus sensibles et les plus précises.

PIÈGE
Choisir la longueur d'onde du bleu parce que la solution est bleue. La lumière bleue est justement celle que la solution laisse passer : son absorbance y serait très faible.

MÉTHODE
On règle toujours le spectrophotomètre sur la longueur d'onde du maximum d'absorption de l'espèce suivie, c'est-à-dire dans la couleur complémentaire de la couleur de la solution.

1.3.3 Énoncer la relation entre la concentration d'une espèce colorée et la grandeur mesurée par un spectrophotomètre.

Loi de Beer-Lambert : pour une solution peu concentrée, l'absorbance est proportionnelle à la concentration c de l'espèce colorée.

$A = k \times c$, avec k une constante à longueur d'onde et épaisseur de cuve fixées.

COMPRENDRE
La constante s'écrit $k = \varepsilon \ell$: ε est le coefficient d'absorption molaire de l'espèce à la longueur d'onde choisie, ℓ l'épaisseur de solution traversée.

1.4.1 Déterminer graphiquement la période des oscillations observées. En déduire leur fréquence.

Le premier maximum d'absorbance est à $t = 10$ s et le onzième à $t = 260$ s : dix périodes durent $260 - 10 = 250$ s.

$$T = \frac{250}{10} = 25 \text{ s} \qquad f = \frac{1}{T} = \frac{1}{25}$$

$T = 25$ s et $f = 4{,}0 \times 10^{-2}$ Hz

PIÈGE
Onze maximums délimitent dix périodes, pas onze.

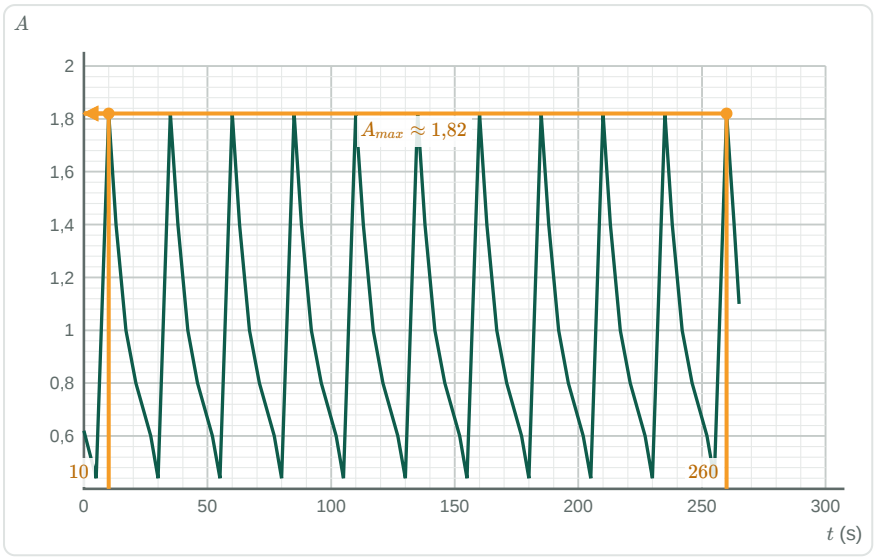
MÉTHODE
Mesurer la durée du plus grand nombre possible de périodes, puis diviser : l'incertitude de lecture est répartie sur dix périodes au lieu d'une.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$$\frac{260 - 10}{10} \approx 25$$

$$\frac{1}{25} \approx 0.04$$



1.4.1 · Courbe du sujet : onze maximums entre $t = 10$ s et $t = 260$ s, soit dix périodes

1.4.2 Déterminer la concentration molaire maximale du diiode dans le milieu réactionnel. Comparer à la valeur de la question 1.2.2 et conclure.

Données utiles $A = 1{,}03$ pour $[\mathrm{I_2}] = 2{,}50 \times 10^{-3}\ \mathrm{mol \cdot L^{-1}}$; $A_{max} \approx 1{,}82$ (courbe) ; $[\mathrm{I_2}]_{max} = 3{,}3 \times 10^{-2}\ \mathrm{mol \cdot L^{-1}}$ (1.2.2)

La quantité de complexe est égale à celle de diiode, donc $A = k\,[\mathrm{I_2}]$ (loi de Beer-Lambert). L'absorbance et la concentration sont proportionnelles :

$$\frac{[\mathrm{I_2}]_{exp}}{[\mathrm{I_2}]} = \frac{A_{max}}{A}$$

$$[\mathrm{I_2}]_{exp} = \frac{1{,}82}{1{,}03} \times 2{,}50 \times 10^{-3} = 4{,}4 \times 10^{-3}\ \mathrm{mol \cdot L^{-1}}$$

Cette valeur est environ 7,5 fois plus petite que la concentration maximale prévue à la question 1.2.2. La réaction 2 n'atteint donc pas son avancement maximal : la réaction 3 consomme le diiode avant que tout l'acide iodique ait réagi.

$[\mathrm{I_2}]_{exp} \approx 4{,}4 \times 10^{-3}\ \mathrm{mol \cdot L^{-1}}$, bien inférieure à $3{,}3 \times 10^{-2}\ \mathrm{mol \cdot L^{-1}}$.

COMPRENDRE

La lecture de A_{max} sur la courbe (entre 1,80 et 1,84) limite la précision : on garde deux chiffres significatifs. C'est l'alternance des réactions 2 et 3 qui fait monter puis descendre l'absorbance.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$\frac{1.82}{1.03} \times 2.50 \times 10^{-3}$ ≈ 0.004417476

$\frac{3.3 \times 10^{-2}}{4.4 \times 10^{-3}}$ ≈ 7.5

2.1.1 Nommer les forces extérieures appliquées au solide (S) à l'instant t et les représenter, sans souci d'échelle, sur le schéma 1 de l'annexe.

Système : le solide (S), dans le référentiel terrestre supposé galiléen. Les frottements sont négligés. Trois forces s'exercent sur (S) :

- son poids $\vec{P}$, vertical, vers le bas ;
- la réaction $\vec{R}$ du rail (coussin d'air), verticale, vers le haut ;
- la force de rappel $\vec{F}$ du ressort, horizontale, dirigée vers la position d'équilibre O.

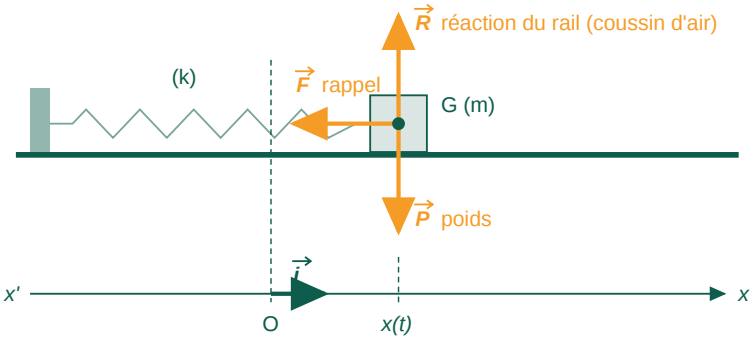
Poids $\vec{P}$, réaction du rail $\vec{R}$ et force de rappel du ressort $\vec{F} = -k\,x\,\vec{i}$.

PIÈGE

Oublier la réaction du rail : sans frottement elle est perpendiculaire au rail et compense exactement le poids, car le mouvement reste horizontal.

COMPRENDRE

Sur le schéma, $x > 0$: le ressort est étiré et tire le solide vers la gauche. Si $x < 0$, il est comprimé et pousse vers la droite. Dans les deux cas $\vec{F} = -k\,x\,\vec{i}$.



2.1.1 · Schéma 1 complété (instant où $x > 0$: ressort étiré)

2.1.2 Quelle loi faut-il appliquer au solide (S) pour déterminer son accélération ?

La **deuxième loi de Newton**, dans le référentiel terrestre supposé galiléen : $\sum \vec{F}_{ext} = m\,\vec{a}_G$.

2.1.3 Montrer que l'équation différentielle du mouvement du centre d'inertie G est $\dfrac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} + \dfrac{k}{m}x = 0$.

Deuxième loi de Newton appliquée à (S), de masse m constante :

$$\vec{P} + \vec{R} + \vec{F} = m\,\vec{a}_G$$

$\vec{P}$ et $\vec{R}$ sont verticaux : leur projection sur l'axe (Ox) est nulle. Avec $\vec{F} = -k\,x\,\vec{i}$ et $a_x = \dfrac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}$, la projection sur (Ox) donne :

$$-k\,x = m\,\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}$$

En divisant par m et en regroupant dans le même membre :

$$\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} + \frac{k}{m}x = 0$$

PIÈGE
Perdre le signe « $-$ » de la force de rappel : on obtiendrait $\dfrac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} - \dfrac{k}{m}x = 0$, dont les solutions ne sont pas des oscillations.

MÉTHODE
Toujours la même démarche : système, référentiel, bilan des forces, deuxième loi de Newton en vecteurs, puis projection sur l'axe du mouvement.

2.1.4 Vérifier que $x(t) = x_{max}\cos\left(2\pi\dfrac{t}{T_0}\right)$ est solution de l'équation différentielle pour la période propre $T_0 = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}}$.

On dérive deux fois $x(t)$ par rapport au temps :

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = -x_{max}\,\frac{2\pi}{T_0}\,\sin\left(2\pi\frac{t}{T_0}\right)$$

$$\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} = -x_{max}\,\frac{4\pi^2}{T_0^2}\,\cos\left(2\pi\frac{t}{T_0}\right) = -\frac{4\pi^2}{T_0^2}\,x(t)$$

On reporte dans l'équation différentielle :

$$-\frac{4\pi^2}{T_0^2}\,x + \frac{k}{m}\,x = \left(\frac{k}{m} - \frac{4\pi^2}{T_0^2}\right)x = 0$$

L'égalité est vraie à chaque instant si $\dfrac{4\pi^2}{T_0^2} = \dfrac{k}{m}$, soit $T_0^2 = 4\pi^2\,\dfrac{m}{k}$.

$x(t)$ est solution à condition que $T_0 = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}}$, la période étant positive.

PIÈGE
En dérivant $\cos(at)$, oublier le facteur $a = \dfrac{2\pi}{T_0}$, qui sort à chaque dérivation : il apparaît donc au carré dans la dérivée seconde.

MÉTHODE
« Vérifier qu'une fonction est solution » : dériver la fonction proposée, reporter dans l'équation, puis chercher la condition pour que l'égalité soit vraie quel que soit t.

2.2.1 Donner l'expression littérale des périodes propres T_1 et T_2, puis vérifier que $M = \left(\frac{T_2^2}{T_1^2} - 1\right) \times m$.

Chaise vide, masse oscillante m : $T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$.

Chaise et astronaute, masse oscillante $m + M$: $T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{m+M}{k}}$.

Le ressort est le même. On élève au carré et on fait le rapport :

$$\frac{T_2^2}{T_1^2} = \frac{4\pi^2\,(m+M)/k}{4\pi^2\,m/k} = \frac{m+M}{m} = 1 + \frac{M}{m}$$

d'où $\frac{M}{m} = \frac{T_2^2}{T_1^2} - 1$.

$$\boxed{M = \left(\frac{T_2^2}{T_1^2} - 1\right) \times m}$$

COMPRENDRE
Le rapport des périodes élimine la raideur k, inconnue. Et la période d'un oscillateur solide-ressort ne dépend pas de la pesanteur : la mesure fonctionne en apesanteur, là où une balance est inutilisable.

2.2.2 Calculer la masse M de l'astronaute.

Données utiles $m = 25{,}2$ kg ; $T_1 = 1{,}28$ s ; $T_2 = 2{,}39$ s

$$M = \left(\frac{T_2^2}{T_1^2} - 1\right) \times m = \left(\frac{2{,}39^2}{1{,}28^2} - 1\right) \times 25{,}2$$

$$\boxed{M = 62{,}7 \text{ kg}}$$

PIÈGE
Oublier d'élever les périodes au carré, ou oublier de retrancher 1 : on obtiendrait alors la masse totale $m + M = 87{,}9$ kg et non celle de l'astronaute.

COMPRENDRE
Trois chiffres significatifs, comme les trois données. La valeur est plausible pour un adulte.

À LA CALCULATRICE

