Corrigé complet — Bac S 2010 Nouvelle-Calédonie rattrapage (ancien programme)

Physique-chimie, enseignement de spécialité **20 points** **3 h 30**

Ex 1	**L'américium 241 et quelques applications industrielles** Lois de conservation · Désintégrations α, β et rayonnement γ · Loi de décroissance radioactive · Activité et demi-vie · Fission nucléaire	5,5 pts	1 h 05	17 questions	p. 2
Ex 2	**Les oscillations dans le haut-parleur** Oscillateur masse-ressort · Deuxième loi de Newton · Période propre · Analyse dimensionnelle · Régime pseudo-périodique · Résonance	4 pts	52 min	13 questions	p. 6
Ex 3	**La bouillote magique** Groupe ester et hydrolyse basique · Tableau d'avancement et réactif limitant · Conductivité et loi de Kohlrausch · Vitesse volumique et temps de demi-réaction · Facteur cinétique température · Cristallisation exothermique	6,5 pts	1 h 18	19 questions	p. 10

Comment s'en servir. Fais d'abord le sujet en temps limité, puis corrige-toi exercice par exercice. À gauche de chaque question, sur les carreaux : ce qu'il faut écrire sur ta copie. À droite : les pièges, ce qu'il faut comprendre et les méthodes.

L'américium 241 et quelques applications industrielles

Bac S 2010 Nouvelle-Calédonie rattrapage (ancien programme) · Exercice 1 **5,5 points** **Durée conseillée 1 h 05**

1.1 Énoncer les règles de conservation qui permettent d'écrire l'équation d'une réaction nucléaire.

Lors d'une réaction nucléaire, il y a conservation du nombre de nucléons A et du nombre de charge Z (charge électrique).

PIÈGE
Les éléments chimiques, eux, ne se conservent pas : c'est ce qui distingue une réaction nucléaire d'une transformation chimique.

1.2 Écrire l'équation de la désintégration β qui donne l'américium 241 à partir du plutonium 241.

Données utiles ${}_{94}\mathrm{Pu}$; ${}_{95}\mathrm{Am}$

Conservation de A : $241 = 241 + A$, donc $A = 0$. Conservation de Z : $94 = 95 + Z$, donc $Z = -1$.

La particule émise est un électron : il s'agit d'une désintégration β^-.

${}^{241}_{94}\mathrm{Pu} \longrightarrow {}^{241}_{95}\mathrm{Am} + {}^{0}_{-1}\mathrm{e}$

COMPRENDRE
Le numéro atomique augmente d'une unité : dans le noyau, un neutron s'est transformé en proton. Un antineutrino accompagne l'électron ; il n'est pas attendu ici.

1.3 L'américium 241 et le plutonium 241 sont-ils des isotopes ? Justifier.

Deux noyaux isotopes ont le même nombre de protons Z et des nombres de nucléons A différents.

Non : $Z = 95$ pour l'américium et $Z = 94$ pour le plutonium, ils ne sont pas isotopes.

PIÈGE
Avoir le même nombre de masse ne suffit pas. C'est le numéro atomique Z qui doit être commun.

2.1 Écrire l'équation de la désintégration de l'américium 241 en neptunium 237 et nommer ce type de désintégration.

Données utiles ${}_{95}\mathrm{Am}$; ${}_{93}\mathrm{Np}$

Conservation de A : $241 = 237 + A$, donc $A = 4$. Conservation de Z : $95 = 93 + Z$, donc $Z = 2$.

La particule émise est un noyau d'hélium 4, appelé particule α.

${}^{241}_{95}\mathrm{Am} \longrightarrow {}^{237}_{93}\mathrm{Np} + {}^{4}_{2}\mathrm{He}$: c'est une désintégration α.

MÉTHODE
Poser la particule inconnue ${}^{A}_{Z}\mathrm{X}$, appliquer les deux lois de conservation, puis identifier : ${}^{4}_{2}\mathrm{He}$ pour α, ${}^{0}_{-1}\mathrm{e}$ pour β^-, ${}^{0}_{1}\mathrm{e}$ pour β^+.

2.2 Le noyau de neptunium est obtenu dans un état excité. Quelle est la nature du rayonnement émis et quelle est son origine ?

Le noyau fils excité, noté ${}^{237}_{93}\mathrm{Np}^*$, possède un excédent d'énergie. Il revient à son état fondamental en cédant cette énergie sous forme d'un photon :

${}^{237}_{93}\mathrm{Np}^* \longrightarrow {}^{237}_{93}\mathrm{Np} + \gamma$

Rayonnement γ : onde électromagnétique de très grande fréquence, due à la désexcitation du noyau fils.

COMPRENDRE
L'émission γ ne modifie ni A ni Z : le noyau reste le même, il perd seulement de l'énergie.

2.3.1 Dans la loi $N(t) = N_0\, e^{-\lambda t}$, que représentent N_0 et λ ? Préciser leur unité dans le système international.

N_0 est le nombre de noyaux radioactifs présents dans l'échantillon à la date $t = 0$. C'est un nombre : il n'a pas d'unité.

λ est la constante radioactive, caractéristique du noyau étudié. Le produit λt est sans dimension, donc λ est l'inverse d'un temps.

N_0 : nombre initial de noyaux, sans unité ; λ : constante radioactive, en s^{-1}.

MÉTHODE
L'argument d'une exponentielle n'a jamais d'unité : cela donne directement l'unité de λ.

2.3.2 Citer les trois paramètres dont dépend le nombre de désintégrations dans un échantillon.

Pendant une durée Δt courte devant la demi-vie, le nombre de désintégrations est $\lambda\, N\, \Delta t$.

Trois paramètres : la nature du noyau (constante λ), le nombre N de noyaux présents et la durée Δt de comptage.

COMPRENDRE
La température, la pression ou l'état chimique de l'échantillon n'ont aucune influence sur la radioactivité.

2.4.1 À partir de $A(t) = \lambda\, N(t)$, en déduire la loi de décroissance de l'activité $A(t)$.

$A(t) = \lambda\, N(t) = \lambda\, N_0\, e^{-\lambda t}$

$A(t) = A_0\, e^{-\lambda t}$ avec $A_0 = \lambda\, N_0$

COMPRENDRE
L'activité suit la même décroissance exponentielle que le nombre de noyaux, avec la même constante λ, donc la même demi-vie.

2.4.2 Que représente une activité d'un becquerel ?

L'activité est le nombre moyen de désintégrations qui se produisent par seconde dans l'échantillon.

$1\ \mathrm{Bq}$ correspond à une désintégration par seconde, en moyenne.

PIÈGE
Oublier « en moyenne » : la désintégration est un phénomène aléatoire, le nombre mesuré fluctue d'un comptage à l'autre.

2.4.3 Deux sources d'américium 241 ont pour masses m et $2m$. Ont-elles la même activité ? Justifier.

$A = \lambda\, N$ et la constante λ est la même pour les deux sources (même noyau).

Le nombre de noyaux est proportionnel à la masse : $N = \dfrac{m}{M}\, N_A$. La source de masse $2m$ contient donc deux fois plus de noyaux.

Non : la source de masse $2m$ a une activité double de celle de masse m.

2.5.1 Définir le temps de demi-vie radioactive $t_{1/2}$ d'un échantillon.

$t_{1/2}$ est la durée au bout de laquelle la moitié des noyaux radioactifs initialement présents se sont désintégrés : $N(t_{1/2}) = \dfrac{N_0}{2}$.

PIÈGE
Au bout de deux demi-vies, il ne reste pas zéro noyau mais un quart : le nombre de noyaux est divisé par deux à chaque demi-vie.

2.5.2 En déduire, en fonction de l'activité présente A_0, l'activité d'un échantillon d'américium 241 dans 433 ans, puis dans 1299 ans.

Données utiles $t_{1/2} = 433$ ans

L'activité est proportionnelle à N : elle est aussi divisée par 2 à chaque demi-vie.

$433 \text{ ans} = t_{1/2}$: $A = \dfrac{A_0}{2}$.

$1299 \text{ ans} = 3 \times 433 \text{ ans} = 3\,t_{1/2}$: $A = \dfrac{A_0}{2^3}$.

$A(433 \text{ ans}) = \dfrac{A_0}{2}$ et $A(1299 \text{ ans}) = \dfrac{A_0}{8}$

MÉTHODE
Après n demi-vies, $A = \dfrac{A_0}{2^n}$. Commencer par chercher si la durée est un multiple entier de $t_{1/2}$: aucun calcul d'exponentielle n'est alors nécessaire.

3.1.1 Écrire l'équation de la réaction entre le béryllium 9 et une particule α, qui donne un noyau $^{A}_{Z}\text{X}$ et un neutron. Déterminer la nature de ce noyau.

Données utiles $_4\text{Be}$; $_6\text{C}$; particule α : ^4_2He (2.1)

$^9_4\text{Be} + {}^4_2\text{He} \longrightarrow {}^{A}_{Z}\text{X} + {}^1_0\text{n}$

Conservation de A : $9 + 4 = A + 1$, donc $A = 12$. Conservation de Z : $4 + 2 = Z + 0$, donc $Z = 6$: c'est l'élément carbone.

$^9_4\text{Be} + {}^4_2\text{He} \longrightarrow {}^{12}_{6}\text{C} + {}^1_0\text{n}$: le noyau X est du carbone 12.

PIÈGE
Le neutron s'écrit ^1_0n : il compte pour un nucléon mais ne porte aucune charge.

3.1.2 a. En s'appuyant sur l'exemple $^1_0\text{n} + {}^{235}_{92}\text{U} \longrightarrow {}^{91}_{36}\text{Kr} + {}^{142}_{56}\text{Ba} + 3\,{}^1_0\text{n}$, définir une réaction de fission nucléaire. b. Expliquer pourquoi la source d'américium n'est utile qu'au démarrage.

a. La fission est une réaction nucléaire provoquée : un noyau lourd (ici l'uranium 235), heurté par un neutron, se casse en deux noyaux plus légers (krypton et baryum) en libérant des neutrons et de l'énergie.

b. La source américium-béryllium fournit les premiers neutrons, qui provoquent les premières fissions. Chaque fission libère à son tour plusieurs neutrons (trois dans l'exemple), capables de provoquer de nouvelles fissions.

La réaction s'entretient seule (réaction en chaîne) : la source extérieure de neutrons devient inutile.

COMPRENDRE
La fission est provoquée par un choc, alors qu'une désintégration radioactive est spontanée.

3.2.1 À l'aide des questions 2.3 et 2.5.1, montrer que $\lambda = \dfrac{\ln 2}{t_{1/2}}$.

D'après 2.5.1 : $N(t_{1/2}) = \dfrac{N_0}{2}$. D'après 2.3 : $N(t_{1/2}) = N_0\,e^{-\lambda t_{1/2}}$.

Donc $e^{-\lambda t_{1/2}} = \dfrac{1}{2}$, soit $-\lambda\,t_{1/2} = \ln\dfrac{1}{2} = -\ln 2$.

$\lambda\,t_{1/2} = \ln 2$, d'où $\lambda = \dfrac{\ln 2}{t_{1/2}}$

PIÈGE
Ne pas perdre le signe : $\ln\dfrac{1}{2} = -\ln 2$, et les deux signes « $-$ » se simplifient.

3.2.2 En utilisant la relation donnée en 2.4, calculer le nombre N_0 de noyaux présents au moment de la mesure.

Données utiles $A_0 = 2{,}1 \times 10^7$ Bq ; $\ln 2 = 0{,}7$; $t_{1/2} = 433$ ans $\approx 10^{10}$ s

$A_0 = \lambda N_0 = \dfrac{\ln 2}{t_{1/2}} N_0$, donc $N_0 = \dfrac{A_0\, t_{1/2}}{\ln 2}$, avec $t_{1/2}$ en secondes.

$$N_0 = \frac{2{,}1 \times 10^7 \times 10^{10}}{0{,}7} = 3{,}0 \times 10^{17}$$

$N_0 = 3{,}0 \times 10^{17}$ noyaux

PIÈGE
Laisser $t_{1/2}$ en années : l'activité est en becquerels, c'est-à-dire en désintégrations par seconde, donc λ doit être en s^{-1}.

COMPRENDRE
Sans calculatrice : $2{,}1 \div 0{,}7 = 3$, puis $10^7 \times 10^{10} = 10^{17}$. Deux chiffres significatifs comme A_0, mais les arrondis imposés ($\ln 2$, 10^{10} s) n'assurent qu'un ordre de grandeur.

3.2.3 En déduire la quantité de matière n_0 d'américium 241 et la masse m_0 de l'échantillon, en grammes.

Données utiles $N_0 = 3{,}0 \times 10^{17}$ (3.2.2) ; $N_A = 6{,}0 \times 10^{23}\ \text{mol}^{-1}$; $M = 241\ \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$

$$n_0 = \frac{N_0}{N_A} = \frac{3{,}0 \times 10^{17}}{6{,}0 \times 10^{23}} = 5{,}0 \times 10^{-7}\ \text{mol}$$

$$m_0 = n_0\, M = 5{,}0 \times 10^{-7} \times 241 = 1{,}2 \times 10^{-4}\ \text{g}$$

$n_0 = 5{,}0 \times 10^{-7}$ mol et $m_0 = 1{,}2 \times 10^{-4}$ g, soit environ 0,1 mg

COMPRENDRE
Environ un dixième de milligramme : l'ordre de grandeur annoncé par l'énoncé pour la source du détecteur. Une masse infime suffit à produire vingt millions de désintégrations par seconde.

MÉTHODE
Sans calculatrice : $3{,}0 \div 6{,}0 = 0{,}50$ et $10^{17-23} = 10^{-6}$, puis $5 \times 241 = 1205$, soit $1205 \times 10^{-7} \approx 1{,}2 \times 10^{-4}$.

Les oscillations dans le haut-parleur

Bac S 2010 Nouvelle-Calédonie rattrapage (ancien programme) · Exercice 2 **4 points** **Durée conseillée 52 min**

1.1 Faire l'inventaire des forces qui s'exercent sur le solide S à la date t et les représenter sur un schéma simplifié, sans souci d'échelle.

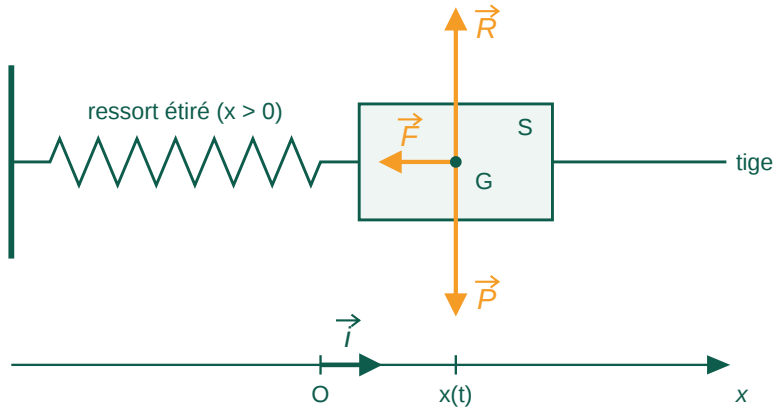
Système {solide S}, dans le référentiel terrestre supposé galiléen.
Trois forces s'exercent sur lui :

- son poids $\vec{P}$, vertical, vers le bas ;
- la réaction $\vec{R}$ de la tige, verticale et vers le haut puisqu'il n'y a pas de frottement ;
- la force de rappel $\vec{F}$ du ressort, horizontale, dirigée vers la position d'équilibre O.

Forces : poids $\vec{P}$, réaction $\vec{R}$ de la tige, force de rappel $\vec{F}$ du ressort (schéma ci-contre).

PIÈGE
Orienter $\vec{F}$ dans le sens du déplacement.
Ressort étiré ($x > 0$) : il tire le solide vers O.
Ressort comprimé ($x < 0$) : il le repousse vers O.

COMPRENDRE
Le solide ne bouge pas verticalement : $\vec{P}$ et $\vec{R}$ se compensent et sont tracés avec la même longueur. Seule $\vec{F}$ agit sur le mouvement.



1.1 · Les trois forces appliquées au solide S, représentées en G (cas $x > 0$)

1.2 Écrire l'expression vectorielle de la force de rappel $\vec{F}$ du ressort en fonction de l'abscisse x.

L'origine O est la position de G à l'équilibre : l'allongement du ressort est égal à x. La force de rappel est proportionnelle à cet allongement et de sens opposé.

$$\vec{F} = -k\,x\,\vec{i}$$

COMPRENDRE
Le signe « $-$ » traduit le rappel : si $x > 0$, la force est selon $-\vec{i}$; si $x < 0$, elle est selon $+\vec{i}$.

1.3 En appliquant la deuxième loi de Newton au solide, vérifier que l'équation différentielle du mouvement s'écrit $\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} + \frac{k}{m}x = 0$.

Deuxième loi de Newton appliquée au solide S, de masse m constante, dans le référentiel terrestre galiléen :

$$\vec{P} + \vec{R} + \vec{F} = m\vec{a}$$

$\vec{P}$ et $\vec{R}$ sont perpendiculaires à l'axe : leur projection sur $(O, \vec{i})$ est nulle. Avec $a_x = \frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}$, la projection donne :

$$-k\,x = m\,\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}$$

On divise par m et on regroupe dans le même membre :

$$\boxed{\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} + \frac{k}{m}x = 0}$$

MÉTHODE
Toujours dans cet ordre : système, référentiel, bilan des forces, loi vectorielle, puis projection sur l'axe du mouvement. La projection ne s'écrit qu'après la relation vectorielle.

1.4 Une solution est $x(t) = X_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t\right)$. Montrer que la période propre vaut $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$.

On dérive deux fois la solution proposée :

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = -X_m\,\frac{2\pi}{T_0}\,\sin\left(\frac{2\pi}{T_0}t\right)$$

$$\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} = -X_m\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t\right) = -\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 x$$

On reporte dans l'équation différentielle :

$$\left[\frac{k}{m} - \left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2\right]x = 0$$

Cette égalité doit être vraie à chaque instant, donc $\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 = \frac{k}{m}$, soit $T_0^2 = 4\pi^2\,\frac{m}{k}$.

$$\boxed{T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}}$$

PIÈGE
Oublier le facteur $\frac{2\pi}{T_0}$ qui sort à chaque dérivation : il apparaît donc au carré dans la dérivée seconde.

1.5 Par une analyse dimensionnelle, vérifier l'homogénéité de l'expression de la période propre T_0.

Dimension de k : d'après $F = k\,|x|$, $k = \frac{F}{|x|}$. Une force est une masse multipliée par une accélération : $[F] = \mathrm{M}\cdot\mathrm{L}\cdot\mathrm{T}^{-2}$.

$$[k] = \frac{\mathrm{M}\cdot\mathrm{L}\cdot\mathrm{T}^{-2}}{\mathrm{L}} = \mathrm{M}\cdot\mathrm{T}^{-2}$$

2π est sans dimension, donc :

$$\left[2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}\right] = \left(\frac{\mathrm{M}}{\mathrm{M}\cdot\mathrm{T}^{-2}}\right)^{1/2} = \left(\mathrm{T}^2\right)^{1/2} = \mathrm{T}$$

$2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ a la dimension d'un temps : l'expression de T_0 est homogène.

MÉTHODE
Pour la dimension d'une grandeur inconnue, partir d'une relation simple qui la contient (ici $F = k\,|x|$), puis tout ramener à M, L et T.

2.1 Quelle est la nature des oscillations observées et quel est le nom du régime associé ?

Après le coup donné sur le dôme, l'équipage mobile est abandonné à lui-même : les oscillations sont libres. Leur amplitude décroît au cours du temps : elles sont amorties.

Oscillations libres amorties ; le régime est **pseudo-périodique**.

COMPRENDRE
« Pseudo » car le mouvement ne se reproduit pas identique à lui-même : l'amplitude change, mais la durée entre deux passages successifs par zéro dans le même sens reste constante.

2.2 Interpréter l'évolution temporelle de l'amplitude des oscillations.

L'amplitude diminue à chaque oscillation. L'équipage mobile est soumis à des frottements (air sur la membrane, suspension) qui dissipent peu à peu son énergie mécanique sous forme de chaleur.

L'amplitude décroît à cause des frottements, qui dissipent l'énergie mécanique de l'oscillateur.

2.3 Déterminer la valeur de la pseudo-période T des oscillations et en déduire, pour un amortissement faible, la fréquence propre f_0 de l'équipage mobile.

Données utiles figure 3 : axe des temps gradué de 0 à 0,30 s

Sur la figure 3, on compte 5 pseudo-périodes entre $t = 0$ et $t = 0{,}10$ s :

$$T = \frac{0{,}10}{5} = 0{,}020 \text{ s}$$

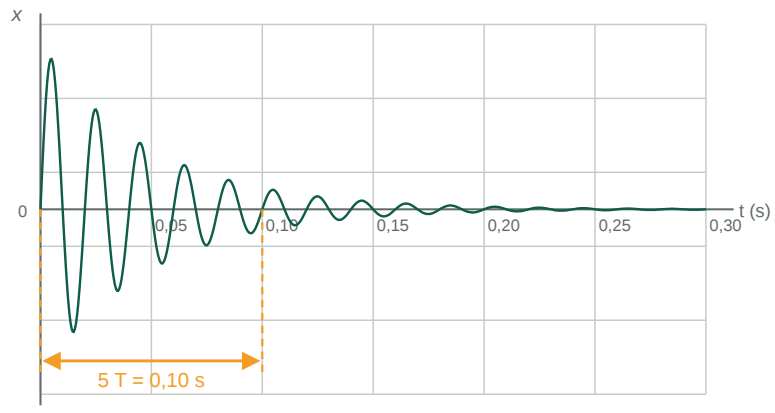
L'amortissement étant faible, la pseudo-période est pratiquement égale à la période propre : $T_0 \approx T$.

$$f_0 = \frac{1}{T_0} = \frac{1}{0{,}020}$$

$T = 0{,}020$ s et $f_0 = 50$ Hz

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, c'est ce que permet la lecture graphique. La valeur de 50 Hz convient à un haut-parleur de graves.

MÉTHODE
Mesurer plusieurs pseudo-périodes puis diviser : l'erreur de lecture est répartie. Sans calculatrice : $\frac{1}{0{,}020} = \frac{100}{2} = 50$.



2.3 · Figure 3 du sujet (allure) : cinq pseudo-périodes entre $t = 0$ et $t = 0{,}10$ s

2.4.1 Avec la masse additionnelle m', exprimer la fréquence propre f_0' en fonction de m, m' et k.

Le ressort est inchangé (même k) et la masse qui oscille devient $m + m'$. La période propre s'écrit $T_0' = 2\pi\sqrt{\frac{m+m'}{k}}$, et $f_0' = \frac{1}{T_0'}$.

$$f_0' = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m+m'}}$$

2.4.2 En comparant les expressions littérales de f_0 et f_0', montrer que $m = \dfrac{m'}{\left(\dfrac{f_0}{f_0'}\right)^2 - 1}$.

Données utiles f_0' (2.4.1)

Sans masse additionnelle : $f_0 = \dfrac{1}{2\pi}\sqrt{\dfrac{k}{m}}$. On forme le rapport des deux fréquences, puis on élève au carré : k et 2π disparaissent.

$$\left(\frac{f_0}{f_0'}\right)^2 = \frac{k}{m} \times \frac{m+m'}{k} = \frac{m+m'}{m} = 1 + \frac{m'}{m}$$

D'où $\dfrac{m'}{m} = \left(\dfrac{f_0}{f_0'}\right)^2 - 1$, et finalement :

$$m = \frac{m'}{\left(\dfrac{f_0}{f_0'}\right)^2 - 1}$$, qui est bien l'expression attendue.

PIÈGE
Inverser le rapport. Ajouter de la masse ralentit l'oscillateur : $f_0' < f_0$, donc $\dfrac{f_0}{f_0'} > 1$ et le dénominateur est bien positif.

COMPRENDRE
Vérification numérique : $\left(\dfrac{50}{45}\right)^2 = \dfrac{100}{81}$, donc $m = 10 \times \dfrac{81}{19} \approx 43$ g, que le sujet arrondit à 40 g.

2.5 Exprimer la constante de raideur k en fonction de la fréquence propre f_0 de l'équipage mobile. En déduire la valeur de k.

Données utiles $m = 40$ g ; $f_0 = 50$ Hz (2.3) ; aide au calcul : $\pi^2 \approx 10$

$f_0 = \dfrac{1}{2\pi}\sqrt{\dfrac{k}{m}}$ donne, en élevant au carré, $f_0^2 = \dfrac{k}{4\pi^2 m}$, soit :

$$k = 4\pi^2 m f_0^2$$

Avec $m = 40 \times 10^{-3}$ kg :

$$k = 4 \times 10 \times 40 \times 10^{-3} \times 50^2 = 1{,}6 \times 2\,500$$

$$k = 4\pi^2 m f_0^2 = 4{,}0 \times 10^3 \ \mathrm{N \cdot m^{-1}}$$

PIÈGE
Laisser la masse en grammes : le résultat serait mille fois trop grand. Dans $k = 4\pi^2 m f_0^2$, la masse est en kilogrammes.

COMPRENDRE
L'unité $\mathrm{N \cdot m^{-1}}$ est équivalente à $\mathrm{kg \cdot s^{-2}}$, ce qui rejoint la dimension $\mathrm{M \cdot T^{-2}}$ trouvée à la question 1.5.

2.6.1 Un GBF impose au haut-parleur un signal sinusoïdal de fréquence f. À quel type d'oscillations est soumis l'équipage mobile ? Identifier le résonateur et l'excitateur.

Le GBF impose sa fréquence f à l'équipage mobile, qui n'oscille plus à sa fréquence propre : les oscillations sont forcées.

Oscillations **forcées** ; excitateur : le GBF ; résonateur : l'équipage mobile du haut-parleur.

COMPRENDRE
L'excitateur fournit l'énergie et fixe la fréquence. Le résonateur la subit : il oscille à la fréquence f, avec une amplitude qui dépend de l'écart entre f et f_0.

2.6.2 L'amortissement étant suffisamment faible, qu'observe-t-on lorsque f est voisine de f_0 ? Quel est le nom de ce phénomène ?

Lorsque la fréquence f imposée par le GBF s'approche de la fréquence propre $f_0 = 50$ Hz, l'amplitude des oscillations de l'équipage mobile devient très grande : elle passe par un maximum.

L'amplitude des oscillations est maximale pour $f \approx f_0$: c'est la **résonance**.

PIÈGE
Dire que « la fréquence augmente » : à la résonance, c'est l'amplitude qui devient maximale. La fréquence des oscillations reste celle du GBF.

La bouillote magique

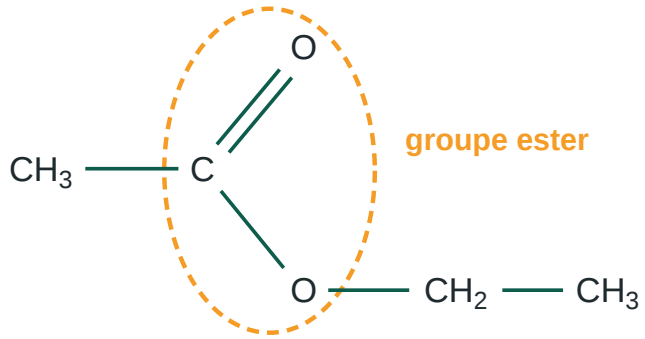
Bac S 2010 Nouvelle-Calédonie rattrapage (ancien programme) · Exercice 3 **6,5 points** **Durée conseillée 1 h 18**

1.1 Recopier la formule semi-développée de l'éthanoate d'éthyle, puis entourer et nommer le groupe caractéristique présent dans la molécule.

La formule est recopiée ci-dessous. Le groupe caractéristique est formé de l'atome de carbone, de l'oxygène doublement lié et de l'oxygène simplement lié qui porte la chaîne éthyle.

Groupe caractéristique **ester** $-\mathrm{COO}-$: la molécule appartient à la famille des esters.

PIÈGE
Entourer seulement $\mathrm{C{=}O}$: c'est le groupe carbonyle. Le groupe ester comprend aussi l'oxygène simplement lié au carbone.



1.1 · Éthanoate d'éthyle : le groupe caractéristique ester est entouré

1.2.1 Donner une formule semi-développée et le nom de l'espèce chimique de formule brute $\mathrm{C_2H_6O}$.

L'hydrolyse basique d'un ester donne un ion carboxylate et un alcool. L'alcool provient ici du groupe éthyle de l'ester : il possède deux atomes de carbone.

$\mathrm{CH_3{-}CH_2{-}OH}$: c'est l'**éthanol**.

COMPRENDRE
Le nom de l'ester se lit en deux morceaux : « éthanoate » donne l'ion éthanoate $\mathrm{CH_3CO_2^-}$, « d'éthyle » donne l'alcool, l'éthanol.

1.2.2 Que peut-on dire de l'avancement final de cette réaction ?

L'hydrolyse basique d'un ester est une transformation totale : elle s'arrête lorsque le réactif limitant est entièrement consommé.

L'avancement final est égal à l'avancement maximal : $x_f = x_{max}$.

PIÈGE
Ne pas confondre avec l'hydrolyse d'un ester par l'eau seule, qui est limitée ($x_f < x_{max}$). C'est la présence des ions $\mathrm{HO^-}$ qui rend la transformation totale.

2.1.1 Calculer la quantité de matière initiale n_0 en ions hydroxyde contenue dans le volume V_0.

Données utiles $V_0 = 200\ \mathrm{mL}$; $c_0 = 1{,}00 \times 10^{-3}\ \mathrm{mol \cdot L^{-1}}$

$n_0 = c_0 \times V_0$ avec $V_0 = 200 \times 10^{-3}\ \mathrm{L}$.

$n_0 = 1{,}00 \times 10^{-3} \times 200 \times 10^{-3} = 200 \times 10^{-6}\ \mathrm{mol}$

$n_0 = 2{,}00 \times 10^{-4}\ \mathrm{mol}$

PIÈGE
Laisser V_0 en millilitres : le résultat serait mille fois trop grand.

COMPRENDRE
Trois chiffres significatifs, comme c_0 et V_0. La calculatrice est interdite : on regroupe les puissances de dix, puis on utilise les aides au calcul du sujet.

2.1.2 Calculer la quantité de matière initiale n_1 d'éthanoate d'éthyle contenue dans le volume $V_1 = 1{,}0$ mL.

Données utiles $M = 88\ \text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$; $\rho = 0{,}90\ \text{g}\cdot\text{mL}^{-1}$; aide au calcul : $\dfrac{9{,}0}{8{,}8} = 1{,}0$

Masse d'ester introduite : $m_1 = \rho \times V_1$, donc $n_1 = \dfrac{m_1}{M} = \dfrac{\rho \times V_1}{M}$.

$$n_1 = \frac{0{,}90 \times 1{,}0}{88} = \frac{9{,}0 \times 10^{-1}}{8{,}8 \times 10^{1}} = \frac{9{,}0}{8{,}8} \times 10^{-2}$$

$n_1 = 1{,}0 \times 10^{-2}$ mol

PIÈGE
Parmi les trois aides au calcul, choisir le bon quotient : c'est $9{,}0/8{,}8$, et non $8{,}8/9{,}0$.

MÉTHODE
Pour un liquide pur : masse par $m = \rho V$, puis quantité par $n = m/M$. Ici ρ est en $\text{g}\cdot\text{mL}^{-1}$ et V_1 en mL : aucune conversion n'est nécessaire.

2.1.3 En considérant la réaction comme totale, compléter littéralement le tableau d'évolution de la figure 1 de l'annexe (x : avancement de la réaction).

Tous les nombres stœchiométriques valent 1 : à l'avancement x, il a disparu x mol de chaque réactif et il s'est formé x mol de chaque produit. Les ions Na^+ sont spectateurs : leur quantité reste n_0.

Tableau complété ci-dessous ; la réaction étant totale, $x_f = x_{max}$.

PIÈGE
« Littéralement » : on écrit n_0, n_1 et x, pas les valeurs numériques.

Équation chimique		$Na^+(aq)$ + $HO^-(aq)$ + $C_4H_8O_2(l)$ = $C_2H_6O(l)$ + $CH_3CO_2^-(aq)$ + $Na^+(aq)$					
État du système	Avancement (en mol)	Quantités de matière (en mol)					
État initial	0	n_0	n_0	n_1	0	0	n_0
En cours de transformation	x	n_0	$n_0 - x$	$n_1 - x$	x	x	n_0
État final	x_f	n_0	$n_0 - x_f$	$n_1 - x_f$	x_f	x_f	n_0

2.1.3 · Figure 1 de l'annexe complétée (en orange : ce que l'élève écrit), avec $x_f = x_{max}$

2.1.4 Quel est le réactif limitant ?

Données utiles $n_0 = 2{,}00 \times 10^{-4}$ mol (2.1.1) ; $n_1 = 1{,}0 \times 10^{-2}$ mol (2.1.2)

Si HO^- est limitant : $n_0 - x_{max} = 0$, soit $x_{max} = n_0 = 2{,}00 \times 10^{-4}$ mol.

Si l'ester est limitant : $n_1 - x_{max} = 0$, soit $x_{max} = n_1 = 1{,}0 \times 10^{-2}$ mol.

On retient la plus petite valeur : $n_0 < n_1$.

Le réactif limitant est l'ion hydroxyde HO^- et $x_{max} = n_0 = 2{,}00 \times 10^{-4}$ mol.

COMPRENDRE
Vérification sur la figure 2 : la courbe plafonne à $200\ \mu\text{mol} = 2{,}00 \times 10^{-4}$ mol. L'ester est en très large excès (cinquante fois plus que HO^-).

2.2.1 Montrer que la conductivité σ_0 de la solution initiale s'écrit $\sigma_0 = (\lambda_{Na^+} + \lambda_{HO^-})\, c_0$.

À $t_0 = 0$, les seuls ions présents sont Na^+ et HO^- (autoprotolyse de l'eau négligée) :

$\sigma_0 = \lambda_{Na^+}\,[Na^+]_0 + \lambda_{HO^-}\,[HO^-]_0$

La solution d'hydroxyde de sodium a pour concentration apportée c_0 et $V = V_0$, donc $[Na^+]_0 = [HO^-]_0 = \dfrac{n_0}{V} = c_0$.

$\sigma_0 = (\lambda_{Na^+} + \lambda_{HO^-})\, c_0$

PIÈGE
L'éthanoate d'éthyle est une molécule, pas un ion : il ne figure pas dans la somme. Seules les espèces chargées conduisent le courant.

2.2.2 Expliquer qualitativement pourquoi la conductivité de la solution diminue entre $t_0 = 0$ min et l'état final.

Données utiles $\lambda_{HO^-} = 2{,}0 \times 10^{-2}\ \text{S} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{mol}^{-1}$; $\lambda_{CH_3CO_2^-} = 4{,}1 \times 10^{-3}\ \text{S} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{mol}^{-1}$

La concentration des ions Na^+, spectateurs, ne varie pas. Chaque ion HO^- qui réagit est remplacé par un ion $CH_3CO_2^-$: le nombre total d'ions ne change pas, seule leur nature change.

Or $\lambda_{CH_3CO_2^-} < \lambda_{HO^-}$: l'ion éthanoate conduit environ cinq fois moins bien que l'ion hydroxyde.

Des ions très conducteurs sont remplacés par des ions moins conducteurs : σ diminue.

COMPRENDRE
On le retrouve avec les expressions données : $\sigma_f - \sigma_0 = (\lambda_{CH_3CO_2^-} - \lambda_{HO^-})\, c_0 < 0$.

2.2.3 Montrer, à l'aide du tableau d'évolution, qu'à une date t : $\sigma = \sigma_0 + \dfrac{x}{V}(\lambda_{CH_3CO_2^-} - \lambda_{HO^-})$.

À la date t, trois ions sont présents. D'après le tableau, avec $V = V_0$:

$$[Na^+] = \frac{n_0}{V} = c_0 \ ; \quad [HO^-] = \frac{n_0 - x}{V} = c_0 - \frac{x}{V} \ ; \quad [CH_3CO_2^-] = \frac{x}{V}$$

$$\sigma = \lambda_{Na^+}\, c_0 + \lambda_{HO^-}\left(c_0 - \frac{x}{V}\right) + \lambda_{CH_3CO_2^-}\frac{x}{V}$$

$$\sigma = (\lambda_{Na^+} + \lambda_{HO^-})\, c_0 + \frac{x}{V}(\lambda_{CH_3CO_2^-} - \lambda_{HO^-})$$

On reconnaît σ_0 (2.2.1) dans le premier terme.

$$\sigma = \sigma_0 + \frac{x}{V}(\lambda_{CH_3CO_2^-} - \lambda_{HO^-})$$

COMPRENDRE
La parenthèse est négative : σ est une fonction affine décroissante de x. Mesurer σ revient donc à mesurer x : c'est le principe du suivi conductimétrique.

MÉTHODE
Écrire la loi de Kohlrausch avec tous les ions, remplacer chaque concentration par son expression du tableau divisée par V, puis regrouper les termes pour faire apparaître σ_0.

2.3.1 La vitesse volumique de réaction est $v = \dfrac{1}{V}\dfrac{dx}{dt}$. En précisant la méthode utilisée, décrire son évolution au cours du temps.

V est constant : v est proportionnelle à $\dfrac{dx}{dt}$, c'est-à-dire à la pente de la tangente tracée, à la date considérée, sur la courbe $x(t)$.

Méthode : on trace la tangente à la courbe de la figure 2 à plusieurs dates et on compare les pentes. La tangente est très inclinée à $t = 0$, de moins en moins ensuite, puis horizontale vers la fin.

La vitesse volumique est maximale à $t = 0$, puis diminue au cours du temps jusqu'à s'annuler.

COMPRENDRE
Cette diminution s'explique par un facteur cinétique : la concentration du réactif HO^- diminue au fur et à mesure de sa consommation.

2.3.2 Peut-on considérer qu'à la date $t_1 = 14$ min le système a atteint son état final ? Justifier.

Données utiles $x_{max} = 2{,}00 \times 10^{-4}$ mol (2.1.4)

Sur la figure 2, à $t_1 = 14$ min, on lit $x = 200\ \mu\text{mol} = 2{,}00 \times 10^{-4}$ mol, soit $x = x_{max}$. De plus la courbe est horizontale : x n'évolue plus.

Oui : à $t_1 = 14$ min, $x = x_{max} = 200\ \mu\text{mol}$, l'état final est atteint.

PIÈGE
Répondre « oui » sans lecture chiffrée ne rapporte rien : la justification attendue est la comparaison de $x(t_1)$ avec x_{max}.

2.3.3 Définir puis déterminer la valeur du temps de demi-réaction $t_{1/2}$.

Définition : $t_{1/2}$ est la durée nécessaire pour que l'avancement soit égal à la moitié de sa valeur finale : $x(t_{1/2}) = \dfrac{x_f}{2}$.

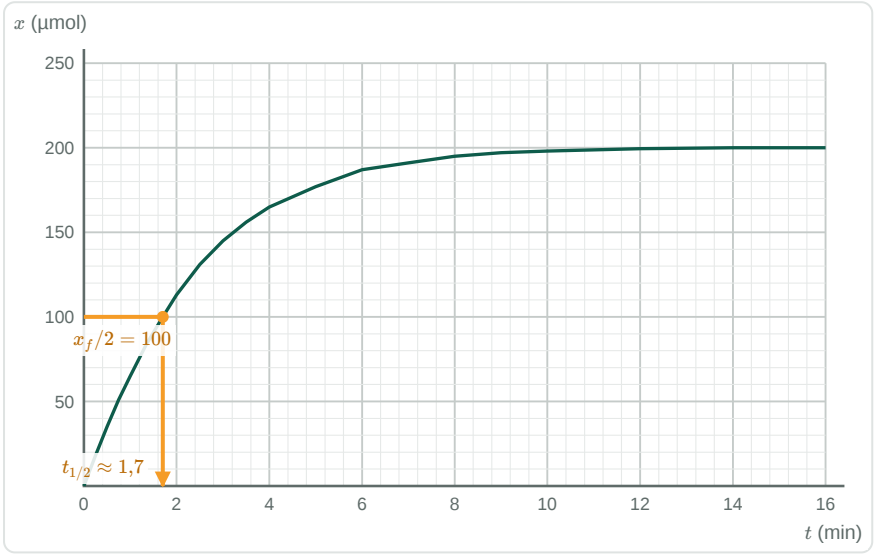
Ici $x_f = x_{max} = 200$ µmol, donc $x(t_{1/2}) = 100$ µmol.

Sur la figure 2, on trace l'horizontale d'ordonnée 100 µmol jusqu'à la courbe, puis on lit l'abscisse du point d'intersection.

$t_{1/2} \approx 1{,}7$ min

PIÈGE
$t_{1/2}$ n'est pas la moitié de la durée totale de la réaction (ce qui donnerait environ 7 min). On part de l'ordonnée $x_f/2$, pas de l'abscisse.

COMPRENDRE
La lecture se fait à environ $0{,}1$ min près : toute valeur comprise entre $1{,}6$ et $1{,}8$ min est acceptable.



2.3.3 · Figure 2 de l'annexe : lecture du temps de demi-réaction

2.3.4 L'expérience est refaite à 40 °C ; $t'_{1/2}$ est le nouveau temps de demi-réaction. Choisir la réponse correcte en justifiant : A : $t'_{1/2} < t_{1/2}$; B : $t'_{1/2} = t_{1/2}$; C : $t'_{1/2} > t_{1/2}$.

La température est un facteur cinétique : à 40 °C, la transformation est plus rapide qu'à 20 °C. L'état final est le même ($x_f = n_0$), mais la moitié de l'avancement final est atteinte plus tôt.

Réponse **A** : $t'_{1/2} < t_{1/2}$.

COMPRENDRE
À l'échelle microscopique, une température plus élevée signifie une agitation plus forte : les chocs entre réactifs sont plus fréquents et plus efficaces.

2.3.5 Exprimer la concentration en ions hydroxyde $[HO^-]_{1/2}$ à la date $t_{1/2}$ en fonction de c_0.

D'après le tableau : $[HO^-] = \dfrac{n_0 - x}{V}$.

À $t_{1/2}$: $x = \dfrac{x_f}{2} = \dfrac{n_0}{2}$, donc $[HO^-]_{1/2} = \dfrac{n_0 - \frac{n_0}{2}}{V} = \dfrac{n_0}{2V}$, avec $\dfrac{n_0}{V} = c_0$.

$[HO^-]_{1/2} = \dfrac{c_0}{2}$

COMPRENDRE
Résultat valable parce que HO^- est le réactif limitant et que la réaction est totale : à $t_{1/2}$, la moitié du réactif limitant a été consommée.

2.3.6 a. À l'aide de la figure 3, montrer que $\ln\left(\dfrac{c_0}{[\mathrm{HO}^-]}\right) = k\,t$ et vérifier que $k = 4{,}0 \times 10^{-1}\ \mathrm{min}^{-1}$. b. Montrer que $t_{1/2} = \dfrac{\ln 2}{k}$. c. Calculer $t_{1/2}$ et comparer à la valeur de 2.3.3.

Données utiles aide au calcul : $\ln 2 = 0{,}70$; $[\mathrm{HO}^-]_{1/2} = \dfrac{c_0}{2}$ (2.3.5) ; $t_{1/2} \approx 1{,}7$ min (2.3.3)

a. Les points de la figure 3 sont alignés sur une droite qui passe par l'origine : $\ln\left(\dfrac{c_0}{[\mathrm{HO}^-]}\right)$ est proportionnel à t, ce qui s'écrit $\ln\left(\dfrac{c_0}{[\mathrm{HO}^-]}\right) = k\,t$, où k est le coefficient directeur.

Avec l'origine et le point M $(10\ \mathrm{min}; 4{,}0)$ de la droite : $k = \dfrac{4{,}0 - 0}{10 - 0} = 0{,}40\ \mathrm{min}^{-1} = 4{,}0 \times 10^{-1}\ \mathrm{min}^{-1}$.

b. À $t = t_{1/2}$, $[\mathrm{HO}^-] = \dfrac{c_0}{2}$, donc $\dfrac{c_0}{[\mathrm{HO}^-]_{1/2}} = 2$. La relation devient $\ln 2 = k\,t_{1/2}$, soit $t_{1/2} = \dfrac{\ln 2}{k}$.

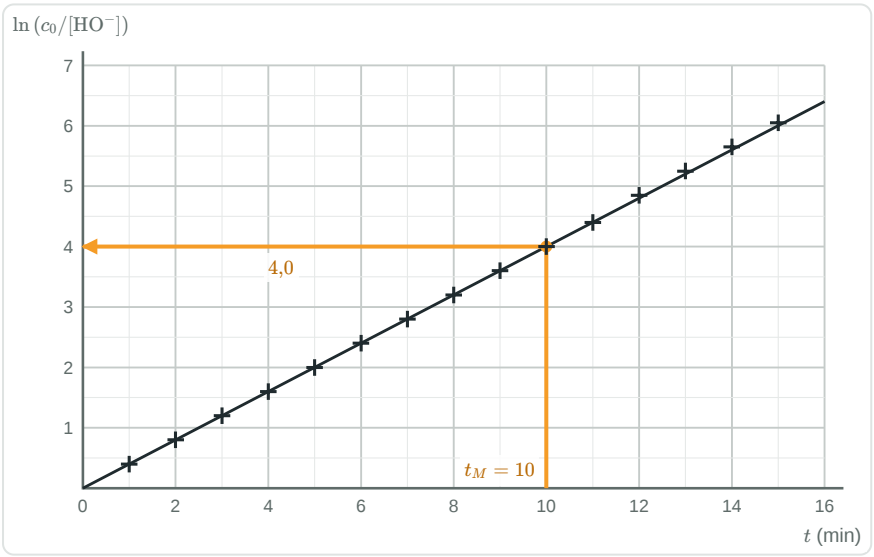
c. $t_{1/2} = \dfrac{0{,}70}{0{,}40} = \dfrac{7}{4} = 1{,}75$ min, soit 1,8 min avec deux chiffres significatifs.

Écart avec la lecture graphique : $1{,}8 - 1{,}7 = 0{,}1$ min, de l'ordre de la précision de lecture.

$k = 4{,}0 \times 10^{-1}\ \mathrm{min}^{-1}$; $t_{1/2} = \dfrac{\ln 2}{k} \approx 1{,}8$ min, en accord avec la valeur 1,7 min de 2.3.3.

COMPRENDRE
Cette droite est la signature d'une loi de vitesse d'ordre 1 par rapport à HO^- : $[\mathrm{HO}^-] = c_0\,e^{-kt}$. Le temps de demi-réaction ne dépend alors pas de la concentration initiale.

MÉTHODE
Coefficient directeur : prendre deux points de la droite tracée, éloignés et faciles à lire, et non deux points expérimentaux. L'unité de k est celle de l'ordonnée (sans unité) divisée par celle de l'abscisse : min^{-1}.



2.3.6 · Figure 3 de l'annexe : droite passant par l'origine et point M utilisé pour k

3.1 À partir des deux textes, préciser quelle est la perturbation qui provoque la cristallisation dans la bouillotte.

La solution de la bouillotte est sursaturée, donc instable : elle cristallise dès qu'elle est perturbée. D'après la notice, la cristallisation commence lorsque l'on fait cliquer la pièce métallique placée dans la poche.

La perturbation est le « clic » de la petite pièce métallique.

COMPRENDRE
Le clic produit une perturbation mécanique locale qui amorce la formation des premiers cristaux ; ceux-ci servent ensuite de germes et la cristallisation gagne toute la poche.

3.2 Écrire l'équation de la réaction de précipitation qui se produit alors dans la bouillotte.

La précipitation est la réaction inverse de la dissolution : les ions en solution s'assemblent pour former le solide ionique.

$$CH_3CO_2^-\,(aq) + Na^+\,(aq) \longrightarrow CH_3CO_2Na\,(s)$$

PIÈGE
Oublier les états physiques : c'est le passage de (aq) à (s) qui traduit la précipitation. Vérifier aussi la neutralité électrique du solide formé.

3.3 Expliquer l'augmentation de température de la bouillotte ressentie par les utilisateurs.

D'après le texte, la cristallisation est fortement exothermique, à l'inverse de la dissolution qui est endothermique. En cristallisant, le système chimique libère de l'énergie, cédée par transfert thermique au contenu de la poche puis aux mains de l'utilisateur.

La cristallisation, exothermique, libère de l'énergie thermique : la température de la bouillotte s'élève jusqu'à environ 50 °C.

COMPRENDRE
Le bain-marie fait l'inverse : il apporte l'énergie nécessaire à la dissolution, endothermique, des cristaux. En refroidissant sans perturbation, la solution redevient sursaturée et la bouillotte est de nouveau utilisable.