Corrigé complet — Bac S 2010 Métropole rattrapage (ancien programme)

Physique-chimie, enseignement de spécialité **20 points** **3 h 30**

Ex 1	**Traitements d'une infection virale** Chromatographie sur couche mince · Quantité de matière · Titrage pH-métrique · Estérification et hydrolyse d'un ester · Chauffage à reflux · Déplacement d'équilibre	6,5 pts	1 h 18	20 questions	p. 2
Ex 2	**La nuit du 21 juin 1822** Ondes mécaniques · Célérité du son · Deuxième loi de Newton · Force de rappel · Équation différentielle d'un oscillateur · Exploitation d'une relation littérale	5,5 pts	1 h 05	14 questions	p. 7
Ex 3	**Spécialité : Affichage tête haute** Lentille mince convergente · Modèle de l'œil et accommodation · Relation de conjugaison et vergence · Grandissement · Image virtuelle · Miroir plan	4 pts	52 min	12 questions	p. 11
Ex 4	**Détection de métaux** Dipôle RL · Constante de temps · Analyse dimensionnelle · Oscillateur LC · Équation différentielle · Période propre	4 pts	52 min	14 questions	p. 16

Comment s'en servir. Fais d'abord le sujet en temps limité, puis corrige-toi exercice par exercice. À gauche de chaque question, sur les carreaux : ce qu'il faut écrire sur ta copie. À droite : les pièges, ce qu'il faut comprendre et les méthodes.

Traitements d'une infection virale

Bac S 2010 Métropole rattrapage (ancien programme) · Exercice 1 **6,5 points** **Durée conseillée 1 h 18**

1.1 Identifier, en justifiant, les comprimés A et B à partir du chromatogramme de la figure 1.

Dans un même éluant et sur une même plaque, une espèce chimique migre toujours à la même hauteur.

- Le dépôt 1 (comprimé A) donne une tache à la même hauteur que celle du dépôt 4 : A contient de l'oséltamivir.
- Le dépôt 2 (comprimé B) donne une tache à la même hauteur que celle du dépôt 3 : B contient de l'ibuprofène.

A est le comprimé d'oséltamivir, B est le comprimé d'ibuprofène.

PIÈGE
Se contenter de nommer A et B. La justification attendue est la comparaison des hauteurs de migration avec celles des deux références.

1.2.1 Expliquer la différence entre les masses annoncées (100 mg et 75 mg) et les masses mesurées des comprimés (300 mg et 225 mg).

La masse annoncée est celle du seul principe actif. La masse mesurée est celle du comprimé entier, qui contient en plus des excipients.

L'écart correspond à la masse des excipients : 200 mg dans le comprimé d'ibuprofène, 150 mg dans celui d'oséltamivir.

1.2.2 Déterminer la quantité de matière de principe actif dans le comprimé d'« ibuprofène 100 mg ».

Données utiles $m_i = 100\ \text{mg}$; $M_i = 206\ \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$; aide au calcul : $\dfrac{100}{206} = 0{,}485$

$n_i = \dfrac{m_i}{M_i}$ avec $m_i = 100 \times 10^{-3}$ g.

$$n_i = \frac{100 \times 10^{-3}}{206} = 0{,}485 \times 10^{-3}\ \text{mol}$$

$n_i = 4{,}85 \times 10^{-4}\ \text{mol}$

PIÈGE
Laisser la masse en milligrammes : la masse molaire est en $\text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$, il faut donc convertir $100\ \text{mg}$ en $0{,}100\ \text{g}$.

COMPRENDRE
Trois chiffres significatifs, comme M_i et l'aide au calcul. Sans calculatrice, on isole la puissance de dix et on lit le quotient dans l'aide au calcul.

1.2.3 Calculer la masse d'oséltamivir correspondant à la même quantité de matière.

Données utiles $n_i = 4{,}85 \times 10^{-4}\ \text{mol}$ (1.2.2) ; $M_o = 312\ \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$; aide au calcul : $312 \times 485 = 1{,}51 \times 10^5$

$m_o = n_i \times M_o$

$$m_o = 4{,}85 \times 10^{-4} \times 312 = 485 \times 312 \times 10^{-6} = 1{,}51 \times 10^5 \times 10^{-6}\ \text{g}$$

$m_o = 1{,}51 \times 10^{-1}\ \text{g} = 151\ \text{mg}$

MÉTHODE
Pour utiliser l'aide au calcul, écrire $4{,}85 \times 10^{-4} = 485 \times 10^{-6}$: le produit 312×485 apparaît alors tel quel.

1.2.4 Les deux comprimés contiennent-ils la même quantité de matière de leur principe actif ? Justifier.

Données utiles $m_o = 151\ \text{mg}$ (1.2.3) ; masse annoncée d'oséltamivir : 75 mg

Pour contenir $4{,}85 \times 10^{-4}\ \text{mol}$ de principe actif, le comprimé d'oséltamivir devrait en renfermer 151 mg. Il n'en contient que 75 mg, soit environ la moitié.

Non : le comprimé d'oséltamivir contient environ deux fois moins de principe actif en quantité de matière (environ $2{,}4 \times 10^{-4}\ \text{mol}$) que celui d'ibuprofène.

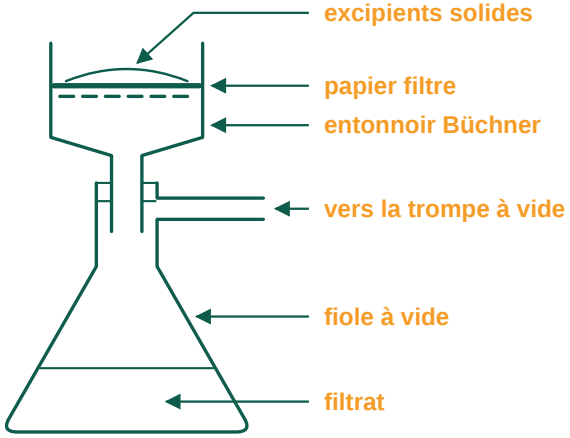
COMPRENDRE
Deux masses de principe actif ne se comparent pas directement : les masses molaires diffèrent. On compare des quantités de matière, ou des masses ramenées à la même quantité de matière.

2.1.1 Légender le schéma du montage de filtration sous vide (figure 3 de l'annexe) avec les six termes proposés.

De haut en bas sur le schéma : excipients solides ; papier filtre ; entonnoir Büchner ; vers la trompe à vide ; fiole à vide ; filtrat.

Voir la figure 3 complétée.

COMPRENDRE
Les excipients, insolubles dans l'éthanol, restent sur le papier filtre. L'ibuprofène dissous traverse le filtre : il se retrouve dans le filtrat, au fond de la fiole.



2.1.1 · Figure 3 de l'annexe complétée : montage de filtration sous vide

2.1.2 Expliquer pourquoi la filtration sous vide est préférée à la filtration simple.

La trompe à vide abaisse la pression dans la fiole. Le liquide est alors aspiré à travers le filtre, au lieu de s'écouler sous le seul effet de son poids.

La filtration sous vide est plus rapide, et le solide retenu est mieux essoré.

2.2.1 À l'aide de la formule de l'ibuprofène, expliquer pourquoi la solution S peut être dosée par une solution d'hydroxyde de sodium.

La molécule d'ibuprofène porte un groupe carboxyle $-\text{COOH}$: c'est un acide carboxylique, capable de céder un ion H^+.

L'ion hydroxyde HO^- est une base, capable de capter cet ion H^+.

L'ibuprofène est un acide : il réagit avec la base HO^- par une réaction acido-basique, ce qui permet le dosage.

2.2.2 On note l'ibuprofène AH. Écrire l'équation de la réaction support du dosage.

L'acide AH cède un ion H^+ à la base HO^-.

$$AH\,(aq) + HO^-\,(aq) \longrightarrow A^-\,(aq) + H_2O\,(l)$$

COMPRENDRE
Les ions sodium Na^+ sont spectateurs : ils n'apparaissent pas dans l'équation. Une réaction support de dosage doit être totale et rapide.

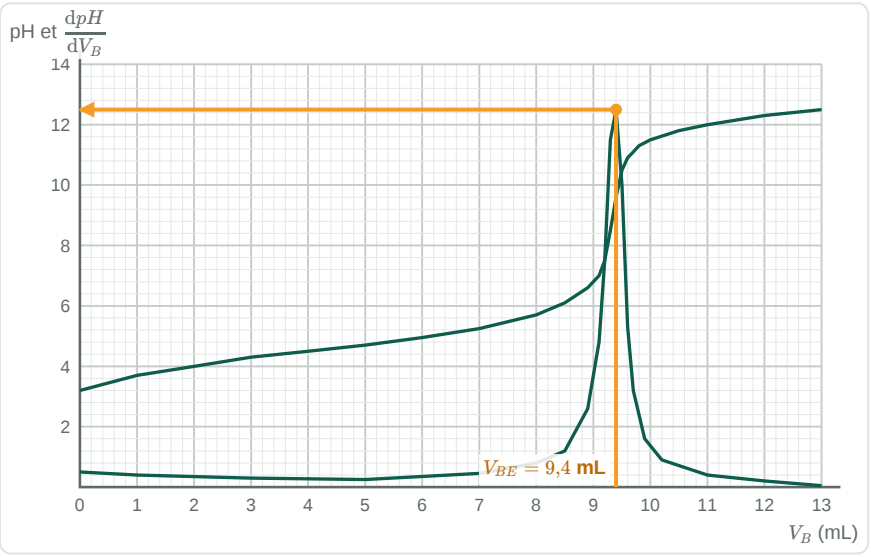
2.2.3 À l'aide du graphique de la figure 4 de l'annexe, justifier qu'aux erreurs de mesure près le volume versé à l'équivalence est $V_{BE} = 9{,}4$ mL.

À l'équivalence, le pH varie le plus brutalement : la courbe dérivée $\frac{dpH}{dV_B}$ passe par son maximum.

Sur la figure 4, le sommet du pic de la courbe dérivée a pour abscisse $V_B \approx 9{,}4$ mL.

$V_{BE} = 9{,}4$ mL, valeur lue au maximum de la courbe dérivée.

MÉTHODE
Deux façons de repérer l'équivalence d'un titrage pH-métrique : l'abscisse du maximum de la courbe dérivée, ou la méthode des tangentes parallèles sur la courbe du pH. Ici la dérivée est fournie : on l'utilise.



2.2.3 · Figure 4 de l'annexe : le maximum de la courbe dérivée repère l'équivalence

2.2.4 Choisir, en justifiant, l'expression littérale correcte de la masse m d'ibuprofène dans le comprimé parmi les propositions a, b, c et d.

À l'équivalence, les réactifs ont été introduits dans les proportions stœchiométriques de l'équation (une mole de AH pour une mole de HO^-) :

$$n(AH)_{\text{initial}} = n(HO^-)_{\text{versé}} = c_B\,V_{BE}$$

Tout l'ibuprofène du comprimé se trouve dans la solution S dosée, donc $n(AH)_{\text{initial}} = \frac{m}{M_i}$, d'où $\frac{m}{M_i} = c_B\,V_{BE}$.

$m = c_B\,V_{BE}\,M_i$: proposition d.

MÉTHODE
Vérification rapide par les unités : $\text{mol}\cdot\text{L}^{-1} \times \text{L} \times \text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$ donne bien des grammes. Les propositions a, b et c ne sont pas homogènes à une masse.

2.2.5 Calculer la masse effective m d'ibuprofène dans le comprimé et conclure.

Données utiles $c_B = 5{,}00 \times 10^{-2}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$; $V_{BE} = 9{,}4\ \text{mL}$; $M_i = 206\ \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$; aide au calcul : $2{,}06 \times 5{,}00 \times 9{,}4 = 97$

$m = c_B\, V_{BE}\, M_i$ avec $V_{BE} = 9{,}4 \times 10^{-3}\ \text{L}$.

$$m = 5{,}00 \times 10^{-2} \times 9{,}4 \times 10^{-3} \times 206$$

$$m = 2{,}06 \times 5{,}00 \times 9{,}4 \times 10^{-3} = 97 \times 10^{-3}\ \text{g}$$

L'écart avec la valeur annoncée est de 3 mg, soit 3 % de 100 mg.

$m = 97\ \text{mg}$: aux erreurs de mesure près, ce résultat est en accord avec l'indication « ibuprofène 100 mg ».

PIÈGE
Oublier de convertir V_{BE} en litres. Le résultat ne garde que deux chiffres significatifs, comme $V_{BE} = 9{,}4\ \text{mL}$, la donnée la moins précise.

3.1.1 Nommer le groupe caractéristique encadré sur la formule de l'oséltamivir.

Le groupe encadré est de la forme $-\text{CO}-\text{O}-\text{C}$: un atome de carbone doublement lié à un oxygène et simplement lié à un second oxygène, lui-même lié à un carbone.

Il s'agit du groupe ester.

PIÈGE
Confondre avec le groupe carboxyle $-\text{COOH}$ d'un acide carboxylique : ici le second oxygène est lié à une chaîne carbonée, pas à un hydrogène.

3.1.2 Donner la formule semi-développée du groupe R_2.

Dans l'écriture $\text{R}_1-\text{CO}-\text{O}-\text{R}_2$, R_2 est la chaîne portée par l'oxygène simplement lié. Sur la figure 5, cette chaîne compte deux atomes de carbone.

R_2 : $-\text{CH}_2-\text{CH}_3$ (groupe éthyle).

MÉTHODE
En formule topologique, chaque sommet ou extrémité de ligne brisée est un atome de carbone, complété par des hydrogènes pour atteindre quatre liaisons.

3.2.1 Écrire la réaction entre l'oséltamivir, noté $\text{R}_1-\text{CO}-\text{O}-\text{R}_2$, et l'ion hydroxyde.

L'ion hydroxyde transforme l'ester en ion carboxylate et en alcool :

$$\text{R}_1-\text{CO}-\text{O}-\text{R}_2 + \text{HO}^- \longrightarrow \text{R}_1-\text{CO}-\text{O}^- + \text{R}_2-\text{OH}$$

COMPRENDRE
Avec $\text{R}_2 = -\text{CH}_2-\text{CH}_3$, l'alcool formé est l'éthanol. Les charges sont équilibrées : une charge négative de chaque côté.

3.2.2 Comment nomme-t-on cette réaction ?

C'est l'hydrolyse basique d'un ester (aussi appelée saponification).

3.2.3 Donner les deux caractéristiques de la réaction chimique précédente.

L'hydrolyse basique d'un ester est une réaction totale et rapide (surtout à chaud).

PIÈGE
Recopier les caractéristiques de l'hydrolyse en milieu neutre ou acide (lente et limitée). C'est l'ion hydroxyde qui rend la transformation totale.

3.3.1 a. Écrire l'équation de l'estérification entre l'acide shikimique (noté $R-CO-OH$) et l'éthanol, en formule semi-développée. b. Citer deux caractéristiques de cette réaction.

a. Un acide carboxylique et un alcool donnent un ester et de l'eau :

$$R-CO-OH + CH_3-CH_2-OH \rightleftharpoons R-CO-O-CH_2-CH_3 + H_2O$$

b. L'estérification est une réaction lente et limitée : elle conduit à un état d'équilibre, car l'hydrolyse de l'ester se produit en sens inverse.

$R-CO-OH + CH_3-CH_2-OH \rightleftharpoons R-CO-O-CH_2-CH_3 + H_2O$; réaction lente et limitée.

PIÈGE
Oublier la molécule d'eau parmi les produits, ou écrire une flèche simple alors que la transformation n'est pas totale.

3.3.2 a. Choisir le schéma correspondant au chauffage à reflux. b. Rôle du réfrigérant à eau ? c. Intérêt de chauffer ? d. Intérêt d'ajouter de l'acide sulfurique ?

a. Le chauffage à reflux demande un ballon chauffé surmonté d'un réfrigérant vertical : c'est le schéma B. Le schéma A n'a pas de réfrigérant, le schéma C est une distillation.

b. Le réfrigérant à eau condense les vapeurs, qui retombent dans le ballon : on chauffe sans perdre de matière.

c. La température est un facteur cinétique : chauffer accélère la réaction, qui est lente.

d. L'acide sulfurique est un catalyseur : il augmente la vitesse de la réaction sans figurer dans l'équation.

Schéma B ; le réfrigérant évite les pertes de matière ; le chauffage et l'acide sulfurique accélèrent la réaction.

COMPRENDRE
Ni le chauffage ni le catalyseur ne modifient ici l'état final : ils permettent seulement d'atteindre l'équilibre plus vite.

3.3.3 a. Choisir le ou les rôles de l'éthanol (catalyseur, réactif, solvant). b. Intérêt de l'éthanol en excès sur l'état d'équilibre ? c. Une réaction est-elle possible entre deux molécules d'acide shikimique ? Justifier.

a. L'éthanol est consommé par l'estérification : c'est un réactif (B). L'acide shikimique y est dissous : c'est aussi le solvant (C). Ce n'est pas un catalyseur.

b. Un réactif en excès déplace l'état d'équilibre dans le sens direct, celui de la formation de l'ester : le rendement par rapport à l'acide shikimique augmente.

c. Oui. La molécule d'acide shikimique possède un groupe carboxyle $-COOH$ et trois groupes hydroxyle $-OH$. Le groupe carboxyle d'une molécule peut réagir avec un groupe hydroxyle d'une autre molécule : c'est encore une estérification.

Réponses B et C ; l'excès d'éthanol favorise la formation de l'ester ; une estérification entre deux molécules d'acide shikimique est possible.

COMPRENDRE
Le large excès d'éthanol a un second intérêt : l'acide shikimique rencontre bien plus souvent l'éthanol qu'une autre molécule d'acide, ce qui limite cette réaction parasite.

La nuit du 21 juin 1822

Bac S 2010 Métropole rattrapage (ancien programme) · Exercice 2 **5,5 points** **Durée conseillée 1 h 05**

1.1 Définir une onde mécanique, puis préciser ce que signifie le caractère longitudinal de l'onde sonore.

Une onde mécanique est la propagation d'une perturbation dans un milieu matériel. Elle transporte de l'énergie, mais pas de matière.

L'onde sonore est longitudinale : les tranches d'air se déplacent, au passage de l'onde, selon la direction dans laquelle l'onde se propage.

Onde mécanique : perturbation qui se propage dans un milieu matériel, sans transport de matière. Longitudinale : perturbation parallèle à la direction de propagation.

PIÈGE
Oublier « milieu matériel » ou « sans transport de matière » : chacun de ces deux éléments est attendu dans la définition.

1.2 La célérité des ondes sonores produites par les deux canons opposés est-elle augmentée, diminuée ou inchangée lors de leur croisement ?

Deux ondes mécaniques qui se rencontrent se superposent, puis chacune poursuit sa propagation comme si l'autre n'existait pas.

La célérité des deux ondes sonores est inchangée lors de leur croisement.

COMPRENDRE
C'est une différence essentielle avec deux objets matériels, qui se heurteraient. La célérité ne dépend que du milieu (ici l'air et sa température), pas de la présence d'une autre onde.

1.3 Calculer la célérité v_{exp} des ondes sonores à partir des mesures. D'après le texte, de quels paramètres dépend a priori la célérité du son pour les observateurs ?

Données utiles distance entre les canons : 9 549,6 toises ; 1 toise = 1,949 m ; durée moyenne $\Delta t = 54{,}6$ s ; aide au calcul : $9549{,}6 \times 1{,}9490 = 18612$ et $\dfrac{18612}{54{,}6} = 341$

Distance entre les deux stations : $d = 9549{,}6 \times 1{,}949 = 18\,612$ m.

Le son parcourt cette distance pendant la durée Δt :

$$v_{\text{exp}} = \frac{d}{\Delta t} = \frac{18\,612}{54{,}6} = 341 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Le texte relève la température de l'atmosphère et précise que les tirs sont réciproques pour que le vent ne fausse pas les résultats : pour les observateurs, la célérité du son dépend de la température de l'air et du vent.

$v_{\text{exp}} = 341 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$; paramètres : température de l'air et vent.

PIÈGE
Diviser les toises par 1,949 au lieu de multiplier : l'aide au calcul propose aussi $4899{,}7$ et $89{,}7$, qui sont des leurres. Une toise vaut près de 2 m, donc la distance en mètres est plus grande.

COMPRENDRE
Trois chiffres significatifs, comme la durée 54,6 s, la donnée la moins précise. Sans calculatrice, on choisit dans l'aide au calcul les lignes qui correspondent à la relation littérale posée.

1.4 Les observateurs déclenchent leur chronomètre à l'apparition de la lumière. Quelle durée négligent-ils ? Pourquoi est-ce raisonnable ?

Données utiles $c = 3{,}0 \times 10^8\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$; $d = 18\,612$ m et $v_{\text{exp}} = 341\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ (1.3)

Ils négligent la durée que met la lumière de l'explosion pour aller d'une station à l'autre.

La lumière est environ un million de fois plus rapide que le son : $\dfrac{c}{v_{\text{exp}}} \approx \dfrac{3 \times 10^8}{3 \times 10^2} = 10^6$.

Sa durée de trajet est donc un million de fois plus courte : $\dfrac{d}{c} \approx \dfrac{1{,}9 \times 10^4}{3{,}0 \times 10^8} \approx 6 \times 10^{-5}$ s, très inférieure à la précision des chronomètres.

Durée négligée : celle du trajet de la lumière, de l'ordre de 6×10^{-5} s, négligeable devant 54,6 s.

MÉTHODE
Pour justifier qu'une grandeur est négligeable, on la compare à l'autre par un rapport ou un ordre de grandeur chiffré ; écrire seulement « la lumière va très vite » ne suffit pas.

2.1 Donner, pour chacune des forces exercées sur le piston (poids, réaction du support, forces pressantes intérieure et extérieure), la nature de l'interaction : de contact ou à distance.

- Poids $\vec{P}$: action de la Terre sur le piston, interaction à distance.
- Réaction $\vec{R}$: action du tube sur le piston, interaction de contact.
- $\vec{F}_{\text{int}}$: action de l'air enfermé sur le piston, interaction de contact.
- $\vec{F}_{\text{ext}}$: action de l'air extérieur sur le piston, interaction de contact.

Seul le poids est une interaction à distance ; $\vec{R}$, $\vec{F}_{\text{int}}$ et $\vec{F}_{\text{ext}}$ sont des interactions de contact.

COMPRENDRE
Une force pressante résulte des chocs des molécules d'air sur la paroi : il y a bien contact entre le gaz et le piston.

2.2 L'ensemble des forces est équivalent à $\vec{F} = -kx\vec{i}$ avec $k > 0$. Pourquoi peut-on dire que cette force se comporte comme une force de rappel ?

Comme $k > 0$, la coordonnée $F_x = -kx$ est toujours de signe opposé à x :

- si $x > 0$, $\vec{F}$ est dirigée selon $-\vec{i}$;
- si $x < 0$, $\vec{F}$ est dirigée selon $+\vec{i}$.

Dans les deux cas, la force est dirigée vers O et tend à ramener le piston à sa position d'équilibre ; sa valeur $k\,|x|$ est proportionnelle à l'écart à cette position. C'est la même expression que celle de la force exercée par un ressort de raideur k.

$\vec{F}$ est toujours dirigée vers la position d'équilibre O, avec une valeur proportionnelle à l'écart $|x|$: c'est une force de rappel.

COMPRENDRE
Si le piston s'enfonce ($x < 0$), l'air enfermé est comprimé, sa pression dépasse P_0 et il repousse le piston. L'air joue le rôle du ressort.

2.3.1 Énoncer la deuxième loi de Newton.

Dans un référentiel galiléen, la somme vectorielle des forces extérieures qui s'exercent sur un système de masse m constante est égale au produit de sa masse par le vecteur accélération de son centre d'inertie.

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\,\vec{a}_G$$

PIÈGE
Ne pas préciser « dans un référentiel galiléen » : sans cette condition, l'énoncé de la loi est incomplet.

2.3.2 Déterminer l'équation différentielle du mouvement du centre d'inertie G du piston, en projetant la deuxième loi de Newton sur l'axe (Ox).

Système {piston} de masse m ; référentiel terrestre supposé galiléen.

La somme des forces extérieures est équivalente à $\vec{F} = -kx\,\vec{i}$ (2.2).

La deuxième loi de Newton donne :

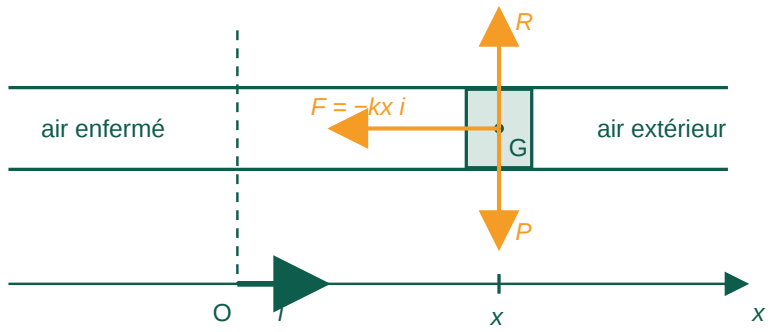
$$-kx\,\vec{i} = m\,\vec{a}_G$$

Sur l'axe (Ox), $a_x = \dfrac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}$, donc $-kx = m\,\dfrac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}$.

$$\boxed{\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} + \frac{k}{m}\,x = 0}$$

COMPRENDRE
Le poids et la réaction du tube sont verticaux et se compensent (pas de frottement, mouvement horizontal). Seul l'écart entre les deux forces pressantes agit selon (Ox).

MÉTHODE
Toujours dans cet ordre : système, référentiel, bilan des forces, loi vectorielle, puis projection sur l'axe. On termine en ramenant tous les termes dans le même membre.



2.3.2 · Forces sur le piston écarté de sa position d'équilibre (ici x > 0)

2.3.3 L'équation différentielle peut s'écrire $\dfrac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} + 4\pi^2 f_0^2\,x = 0$. En déduire l'expression de k en fonction de m et de la fréquence propre f_0.

Les deux écritures de l'équation différentielle (2.3.2 et énoncé) doivent coïncider quel que soit x. Par identification des coefficients de x :

$$\frac{k}{m} = 4\pi^2 f_0^2$$

$$\boxed{k = 4\pi^2 f_0^2\,m}$$

COMPRENDRE
On retrouve la fréquence propre de l'oscillateur élastique, $f_0 = \dfrac{1}{2\pi}\sqrt{\dfrac{k}{m}}$: mesurer f_0 donne accès à k, donc à γ.

2.4 Montrer que le coefficient γ a pour expression $\gamma = \dfrac{4\pi^2 f_0^2\,m\,n_0 RT_0}{S^2P_0^2}$.

Données utiles $k = \dfrac{\gamma S^2 P_0^2}{n_0 RT_0}$ (2.2) ; $k = 4\pi^2 f_0^2\,m$ (2.3.3)

On égale les deux expressions de la constante k :

$$\frac{\gamma\,S^2P_0^2}{n_0RT_0} = 4\pi^2 f_0^2\,m$$

On multiplie les deux membres par $\dfrac{n_0RT_0}{S^2P_0^2}$:

$\boxed{\gamma = \dfrac{4\pi^2 f_0^2\,m\,n_0RT_0}{S^2P_0^2}}$, ce qui est bien l'expression attendue.

2.5 On trouve $\gamma = 1{,}4$ à $\theta = 15{,}9$ °C. Recopier et compléter le calcul à poser pour obtenir ce résultat.

Données utiles $m = 14{,}8$ g ; $S = 3{,}1$ cm^2 ; $f_0 = 1{,}0$ Hz ; $P_0 = 1{,}013$ bar ; 1 bar $= 10^5$ Pa ; $n_0 = 1{,}0$ mol ; $R = 8{,}3$ J · K^{-1} · mol^{-1} ; $T(\text{K}) = \theta(^\circ\text{C}) + 273{,}1$

Il manque la masse m et la température T_0, à exprimer dans les unités du système international :

- $m = 14{,}8$ g $= 14{,}8 \times 10^{-3}$ kg ;
- $T_0 = 15{,}9 + 273{,}1 = 289{,}0$ K.

Les autres valeurs sont déjà converties : $S = 3{,}1 \times 10^{-4}$ m^2 et $P_0 = 1{,}013 \times 10^5$ Pa.

$$\gamma = \frac{4\pi^2 \times 1{,}0^2 \times 14{,}8 \times 10^{-3} \times 1{,}0 \times 8{,}3 \times 289{,}0}{\left(3{,}1 \times 10^{-4} \times 1{,}013 \times 10^5\right)^2} = 1{,}4$$

PIÈGE
Laisser la masse en grammes ou la température en degrés Celsius. Dans la formule, l'ordre des facteurs est f_0^2, m, n_0, R, T_0 : le premier vide est la masse, le second la température.

2.6 Calculer la valeur théorique $v_{théo}$ de la célérité des ondes sonores dans l'air à la température θ.

Données utiles $v_{théo} = \sqrt{\dfrac{\gamma RT}{M}}$; $\gamma = 1{,}4$; $R = 8{,}3$ J · K^{-1} · mol^{-1} ; $T = 289{,}0$ K (2.5) ; $M = 2{,}9 \times 10^{-2}$ kg · mol^{-1} ; aide au calcul : $\dfrac{1{,}4 \times 8{,}3}{2{,}9} = 4{,}0$ et $\sqrt{289} = 17$

$$v_{théo} = \sqrt{\frac{1{,}4 \times 8{,}3 \times 289{,}0}{2{,}9 \times 10^{-2}}} = \sqrt{\frac{1{,}4 \times 8{,}3}{2{,}9} \times 289 \times 10^2}$$

Avec l'aide au calcul : $v_{théo} = \sqrt{4{,}0} \times \sqrt{289} \times \sqrt{10^2} = 2{,}0 \times 17 \times 10$

$$v_{théo} = 3{,}4 \times 10^2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme γ, R et M. La température doit être en kelvins : avec 15,9 on obtiendrait une célérité environ quatre fois trop faible.

MÉTHODE
Sans calculatrice, on regroupe les facteurs pour faire apparaître les quantités de l'aide au calcul, et on sort la puissance de dix : $\dfrac{1}{10^{-2}} = 10^2$, dont la racine vaut 10.

3.1 Vérifier que la valeur théorique $v_{théo}$ est proche de la valeur expérimentale v_{exp} de la question 1.3.

Données utiles $v_{exp} = 341$ m · s^{-1} (1.3) ; $v_{théo} = 3{,}4 \times 10^2$ m · s^{-1} (2.6)

Arrondie à deux chiffres significatifs, la valeur expérimentale s'écrit $v_{exp} = 3{,}4 \times 10^2$ m · s^{-1} : elle coïncide avec $v_{théo}$.

L'écart entre 341 et 340 m · s^{-1} est de 1 m · s^{-1}, soit un écart relatif $\dfrac{1}{341} \approx 0{,}3$ %.

$v_{théo} \approx v_{exp}$ (écart d'environ 0,3 %) : le modèle théorique est en accord avec la mesure de 1822.

MÉTHODE
Deux valeurs se comparent à précision égale : on ramène la plus précise au nombre de chiffres significatifs de l'autre, ou on calcule un écart relatif.

3.2 Si l'expérience s'était déroulée en hiver à 0 °C, avec γ constant, la célérité trouvée serait-elle plus grande ou plus petite ? Justifier.

Dans $v_{théo} = \sqrt{\dfrac{\gamma RT}{M}}$, les grandeurs γ, R et M sont constantes : la célérité est proportionnelle à $\sqrt{T}$, fonction croissante de la température absolue.

À 0 °C, $T = 273{,}1$ K, valeur inférieure à 289,0 K.

La température absolue étant plus faible, la célérité du son serait plus petite en hiver.

COMPRENDRE
L'effet reste modéré car v varie comme $\sqrt{T}$ et T ne baisse que de 5,5 % : on trouverait environ 331 m · s^{-1} à 0 °C.

Spécialité : Affichage tête haute

Bac S 2010 Métropole rattrapage (ancien programme) · Exercice 3 **4 points** **Durée conseillée 52 min**

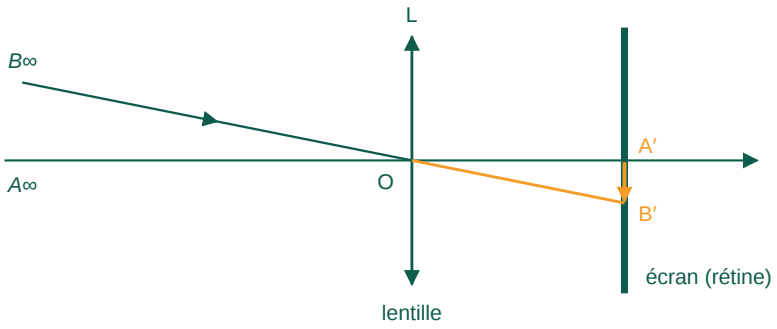
1.1.1 Sur la figure 2 de l'annexe, tracer l'image $A'B'$ de l'objet AB situé à l'infini.

L'œil au repos voit net l'objet à l'infini : son image se forme sur l'écran (la rétine).

Le rayon issu de B_∞ qui passe par le centre optique O n'est pas dévié : je le prolonge jusqu'à l'écran, où il donne B'. Le point A' est sur l'axe optique, au pied de l'écran.

$A'B'$ est sur l'écran, renversée : A' sur l'axe optique, B' sous l'axe (voir figure).

PIÈGE
Dévier le rayon tracé à la traversée de la lentille. Il passe par O : il continue en ligne droite, avec la même inclinaison, jusqu'à l'écran.



1.1.1 · Figure 2 de l'annexe : image $A'B'$ de l'objet à l'infini, sur l'écran

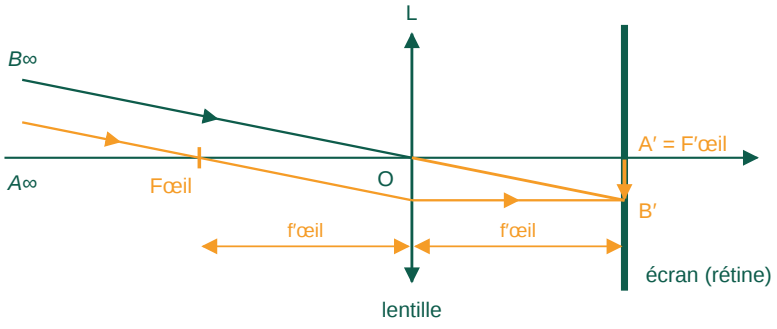
1.1.2 Indiquer, sur la figure 2 de l'annexe, les positions du foyer objet $F_{œil}$ et du foyer image $F'_{œil}$ de la lentille.

L'image d'un objet à l'infini se forme dans le plan focal image. Or cette image est sur l'écran : $F'_{œil}$ est le point de l'axe optique situé sur l'écran, confondu avec A'.

Le foyer objet $F_{œil}$ est le symétrique de $F'_{œil}$ par rapport à O, du côté de l'objet.

$F'_{œil}$ est sur l'écran (en A') ; $F_{œil}$ est à la même distance de O, de l'autre côté de la lentille.

COMPRENDRE
Vérification sur la figure : le rayon incident passant par $F_{œil}$, parallèle à celui du sujet, ressort parallèle à l'axe optique et arrive lui aussi en B'.



1.1.2 · Figure 2 de l'annexe complétée : foyers de la lentille modélisant l'œil

1.2.1 Que représentent les distances $\overline{OA}$, $\overline{OA'}$ et $\overline{OF'}$ dans la relation de conjugaison ?

Ce sont des distances algébriques, mesurées sur l'axe optique à partir du centre optique O et comptées positivement dans le sens de propagation de la lumière :

- $\overline{OA}$: position de l'objet A par rapport au centre optique (distance lentille-objet) ;
- $\overline{OA'}$: position de l'image A' par rapport au centre optique (distance lentille-image) ;
- $\overline{OF'}$: position du foyer image F', c'est-à-dire la distance focale f' de la lentille.

$\overline{OA}$ repère l'objet, $\overline{OA'}$ repère l'image, $\overline{OF'} = f'$ est la distance focale.

PIÈGE
Oublier le caractère algébrique. Pour un objet réel placé avant la lentille, $\overline{OA}$ est négatif ; pour une lentille convergente, $\overline{OF'}$ est positif.

1.2.2 Définir la vergence C d'une lentille en indiquant son unité.

La vergence est l'inverse de la distance focale image, celle-ci étant exprimée en mètres :

$$C = \frac{1}{\overline{OF'}} = \frac{1}{f'}$$

Elle s'exprime en dioptries, de symbole δ : $1\ \delta = 1\ \mathrm{m}^{-1}$.

$C = \dfrac{1}{f'}$, avec f' en mètres et C en dioptries (δ).

COMPRENDRE
Plus une lentille est convergente, plus sa distance focale est courte et plus sa vergence est grande.

1.3 Le conducteur regarde le compteur, à environ un mètre de son œil. La vergence de la lentille modélisant l'œil doit-elle augmenter ou diminuer par rapport à sa valeur au repos ? Justifier.

Données utiles $\overline{OA} \approx -1\ \mathrm{m}$; distance lentille-écran $\overline{OA'}$ fixe

La relation de conjugaison s'écrit $C = \dfrac{1}{\overline{OA'}} - \dfrac{1}{\overline{OA}}$.

Pour que le conducteur voie net, l'image doit toujours se former sur la rétine : $\overline{OA'}$ garde la même valeur dans les deux cas.

- Objet à l'infini (œil au repos) : $\dfrac{1}{\overline{OA}} = 0$, donc $C_{\text{repos}} = \dfrac{1}{\overline{OA'}}$.
- Compteur à un mètre : $\overline{OA} = -1\ \mathrm{m}$, donc $C = \dfrac{1}{\overline{OA'}} - \dfrac{1}{-1} = C_{\text{repos}} + 1$.

La vergence doit **augmenter**, d'environ $1\ \delta$: l'œil accommode.

COMPRENDRE
La distance lentille-rétine est imposée. Le seul réglage possible est la distance focale : le cristallin se bombe, $f'_{\text{œil}}$ diminue et la vergence augmente.

MÉTHODE
Pour comparer deux situations, repérer ce qui reste constant (ici $\overline{OA'}$), puis écrire la relation de conjugaison dans chaque cas.

1.4.1 Quelle distance parcourt une voiture roulant à 120 km/h pendant la « seconde d'attention » perdue lors d'un aller-retour du regard ?

Données utiles $v = 120\ \text{km} \cdot \text{h}^{-1}$; $\Delta t = 1\ \text{s}$; aide aux calculs : $\dfrac{1{,}2}{3{,}6} = 3{,}3 \times 10^{-1}$

À vitesse constante : $d = v \times \Delta t$, avec v en $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$.

Conversion : $1\ \text{km} \cdot \text{h}^{-1} = \dfrac{1000\ \text{m}}{3600\ \text{s}}$, donc

$$v = \frac{120}{3{,}6} = \frac{1{,}2}{3{,}6} \times 10^{2} = 3{,}3 \times 10^{-1} \times 10^{2} = 33\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$d = 33 \times 1 = 33\ \text{m}$

$d \approx 33\ \text{m}$

PIÈGE
Multiplier par 3,6 au lieu de diviser : on trouverait 430 m en une seconde, ce qui est absurde. Pour passer des km/h aux m/s, on divise par 3,6.

COMPRENDRE
Calculatrice interdite : l'aide aux calculs indique la forme à faire apparaître. Deux chiffres significatifs suffisent ici.

1.4.2 En déduire l'intérêt principal de l'affichage tête haute.

Données utiles $d \approx 33\ \text{m}$ (1.4.1)

Sans ce dispositif, à chaque lecture du compteur, la voiture parcourt environ 33 m à 120 km/h alors que le conducteur ne regarde pas la route.

Avec l'affichage tête haute, l'information apparaît dans le champ de vision, loin devant le pare-brise : le conducteur ne détourne plus le regard et son œil n'a presque plus à accommoder.

L'intérêt principal est la **sécurité** : le conducteur lit sa vitesse sans quitter la route des yeux.

2.1.1 Sur la figure 3 de l'annexe, tracer la marche de deux rayons issus de B permettant de construire l'image B_1.

La lumière se propage vers le haut, le long de l'axe Oz. Je trace deux rayons particuliers issus de B :

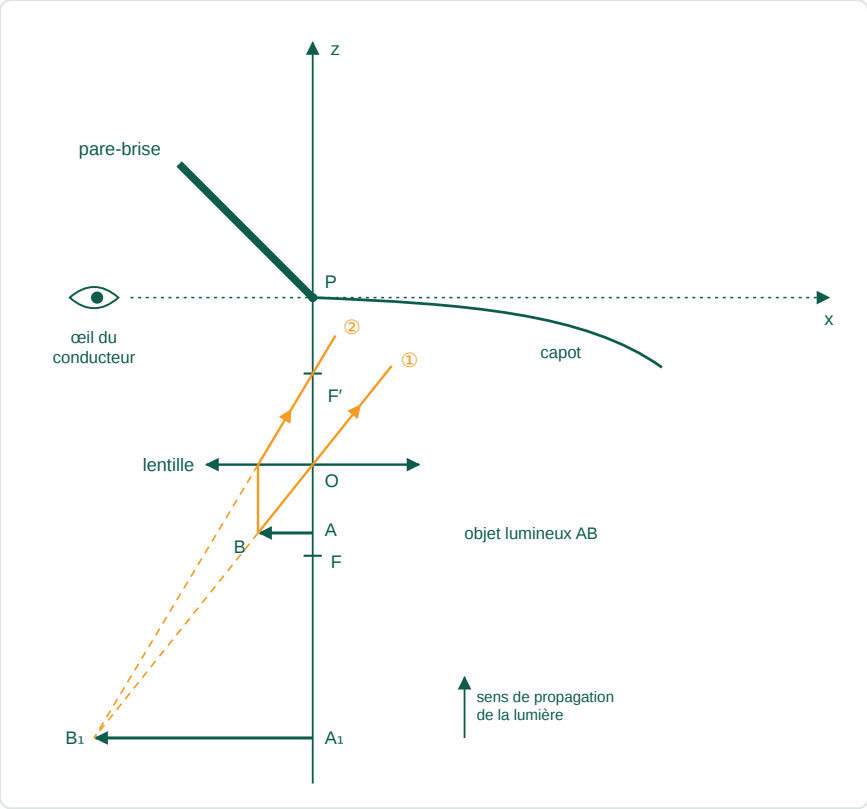
- rayon ① : il passe par le centre optique O et n'est pas dévié ;
- rayon ② : il arrive parallèlement à l'axe optique et ressort en passant par le foyer image F'.

Après la lentille, ces deux rayons s'écartent l'un de l'autre : ils ne se coupent pas. Ce sont leurs prolongements vers l'arrière (en pointillés) qui se coupent en B_1.

B_1 est à l'intersection des prolongements des deux rayons émergents : A_1B_1 est une image virtuelle.

PIÈGE
Tracer en trait plein jusqu'à B_1. Aucune lumière ne passe réellement par B_1 : les prolongements se dessinent en pointillés, et les rayons réels continuent au-delà de la lentille.

COMPRENDRE
L'objet est placé entre le foyer objet F et la lentille : celle-ci fonctionne en loupe et donne une image virtuelle, droite et agrandie, du même côté que l'objet.



2.1.1 · Figure 3 de l'annexe : deux rayons issus de B, dont les prolongements se coupent en B_1

2.1.2 Définir le grandissement γ de la lentille. Sa valeur algébrique est-elle positive ou négative ? Sa valeur absolue est-elle supérieure ou inférieure à 1 ?

Le grandissement est le rapport de la taille algébrique de l'image à celle de l'objet :

$$\gamma = \frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA_1}}{\overline{OA}}$$

Sur la figure 3, A_1B_1 et AB sont dans le même sens : $\overline{A_1B_1}$ et $\overline{AB}$ ont le même signe, donc $\gamma > 0$ (image droite).

L'image A_1B_1 est plus grande que l'objet AB, donc $|\gamma| > 1$.

$\gamma = \frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{AB}}$; γ est positif et $|\gamma| > 1$.

COMPRENDRE
Le signe de γ indique le sens de l'image (positif : droite ; négatif : renversée), sa valeur absolue indique si elle est agrandie ou réduite.

2.2.1 Quel rôle joue A_1B_1 pour le miroir plan ?

La lumière traverse d'abord la lentille, puis atteint le pare-brise en semblant provenir de A_1B_1.

A_1B_1, image donnée par la lentille, joue le rôle d'**objet** pour le miroir plan.

MÉTHODE
Dans une association de deux systèmes optiques, l'image donnée par le premier sert d'objet au second.

2.2.2 Sur la figure 3 de l'annexe, placer l'image $A'B'$ de A_1B_1 donnée par le miroir plan. Justifier.

Un miroir plan donne d'un objet une image symétrique de cet objet par rapport au plan du miroir.

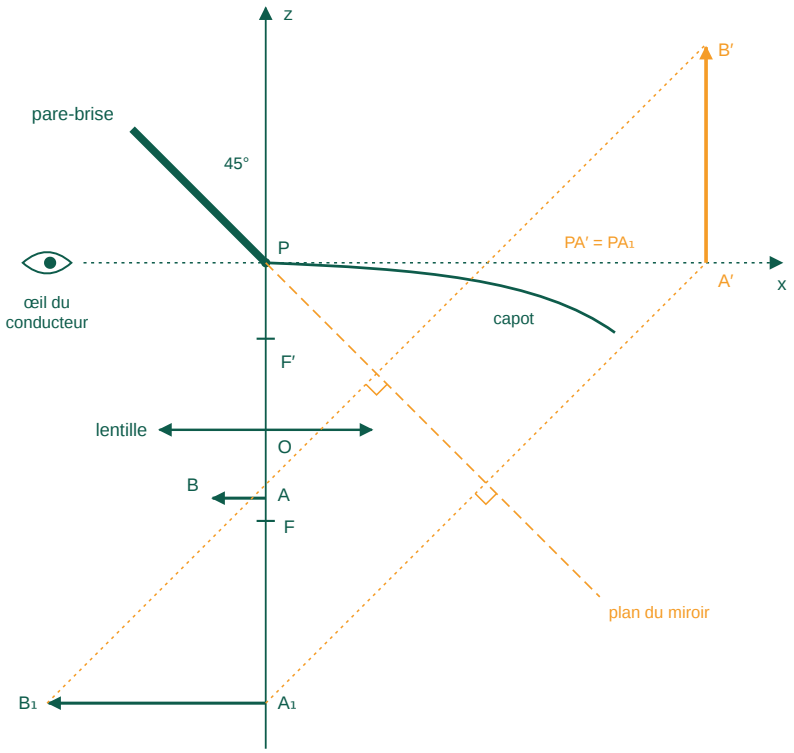
Je prolonge le plan du pare-brise, puis je construis les symétriques A' de A_1 et B' de B_1 par rapport à ce plan.

Le miroir étant incliné de 45° par rapport à Oz, le symétrique de l'axe Pz est l'axe Px : A' est sur l'axe Px, avec $PA' = PA_1$, et $A'B'$ est verticale, B' au-dessus de A'.

> $A'B'$ est le symétrique de A_1B_1 par rapport au plan du miroir : verticale, sur l'axe Px, de même taille que A_1B_1.

PIÈGE
Prendre le symétrique par rapport au point P ou au seul segment dessiné. La symétrie se fait par rapport au plan du miroir, qu'il faut prolonger sous l'axe Px.

COMPRENDRE
Le conducteur, qui regarde selon l'axe Px, voit l'affichage droit devant lui, au-delà du pare-brise, comme s'il flottait au-dessus de la route.



2.2.2 · Figure 3 de l'annexe : $A'B'$, symétrique de A_1B_1 par rapport au plan du pare-brise

2.3 On voudrait que les indications de l'affichage tête haute soient plus grandes. Sans calcul, quelle solution proposer ?

Le miroir plan conserve les dimensions : $A'B'$ a la même taille que A_1B_1. Il faut donc agrandir A_1B_1, avec $A_1B_1 = |\gamma| \times AB$.

Deux possibilités :

- augmenter la taille de l'objet AB, c'est-à-dire utiliser un afficheur à diodes plus grand ;
- augmenter le grandissement, en rapprochant l'objet du foyer objet F (tout en le laissant entre F et O) ou en choisissant une lentille de distance focale plus courte, donc plus convergente.

> Agrandir l'objet lumineux AB, ou rapprocher A du foyer objet F en le gardant entre F et la lentille.

PIÈGE
Placer l'objet au-delà de F : l'image deviendrait réelle et renversée, et le dispositif ne fonctionnerait plus en loupe.

COMPRENDRE
Rapprocher A de F agrandit l'image mais l'éloigne aussi : elle paraît alors plus loin devant le pare-brise.

Détection de métaux

Bac S 2010 Métropole rattrapage (ancien programme) · Exercice 4 **4 points** **Durée conseillée 52 min**

1.1.1 Expliquer pourquoi l'évolution de la tension u_R aux bornes du conducteur ohmique représente celle de l'intensité i du courant dans le circuit.

Loi d'Ohm pour le conducteur ohmique, en convention récepteur (figure 1) : $u_R = R\,i$.

R est une constante : u_R et i sont proportionnelles.

$i = \dfrac{u_R}{R}$: la courbe $u_R(t)$ donne celle de $i(t)$ à un facteur constant près.

COMPRENDRE
Le dipôle RL et le circuit LC ne figurent plus au programme actuel de spécialité, qui n'étudie que le dipôle RC. Les méthodes (constante de temps, équation différentielle, analyse dimensionnelle) restent les mêmes.

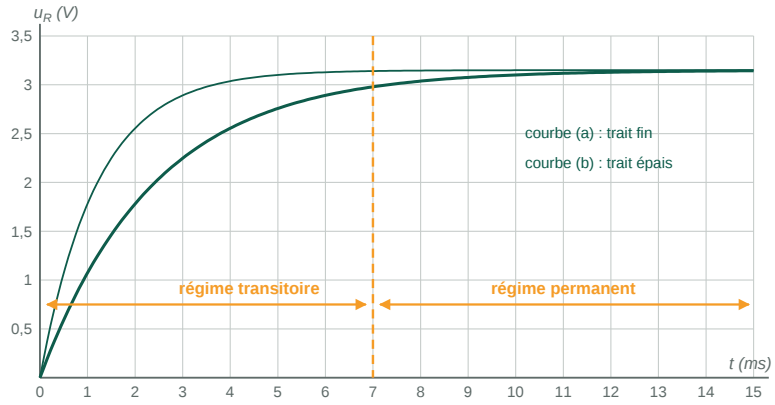
1.1.2 Repérer sur la courbe (a) de la figure 2 le régime transitoire et le régime permanent. Expliquer qualitativement le phénomène observé pour l'intensité.

Sur la courbe (a), u_R augmente jusqu'à $t \approx 7$ ms : c'est le régime transitoire. Ensuite u_R garde une valeur constante, proche de 3,15 V : c'est le régime permanent (voir l'annexe complétée).

L'intensité ne prend pas instantanément sa valeur finale à la fermeture de l'interrupteur : la bobine s'oppose aux variations de l'intensité du courant qui la traverse.

La bobine retarde l'établissement du courant dans le circuit.

PIÈGE
Dire que la bobine « s'oppose au courant ». Elle s'oppose à ses variations : une fois l'intensité constante, elle se comporte comme un simple conducteur ohmique de résistance r.



1.1.2 · Annexe complétée (figure 2) : les deux régimes sur la courbe (a)

1.1.3 Comment évolue l'intensité du courant dans chaque régime ?

Comme $i = \dfrac{u_R}{R}$, l'intensité varie comme u_R.

Régime transitoire : i augmente à partir de zéro, de moins en moins vite. Régime permanent : i est constante.

1.1.4 Donner l'expression de la tension u_B aux bornes de la bobine. Que devient cette expression quand le régime permanent est atteint ?

Bobine d'inductance L et de résistance r, en convention récepteur :

$$u_B = L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + r\,i$$

En régime permanent, i est constante, donc $\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} = 0$.

En régime permanent : $u_B = r\,i$

PIÈGE
Oublier le terme $r\,i$. La bobine du montage n'est pas idéale : le sujet donne $r = 5{,}0\ \Omega$.

1.2.1 a. Montrer par une analyse dimensionnelle que $\tau = \dfrac{L}{R+r}$ est homogène à un temps. b. Déterminer graphiquement les constantes de temps τ_a et τ_b des courbes (a) et (b).

Données utiles figure 2 : valeur finale de u_R proche de 3,15 V pour les deux courbes

a. Loi d'Ohm $u = R\,i$: $[R] = \dfrac{[U]}{[I]}$, et de même pour r.

Bobine idéale $u = L\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$: $[U] = [L]\dfrac{[I]}{[T]}$, donc $[L] = \dfrac{[U]\,[T]}{[I]}$.

$$[\tau] = \frac{[L]}{[R]} = \frac{[U]\,[T]}{[I]} \times \frac{[I]}{[U]} = [T]$$

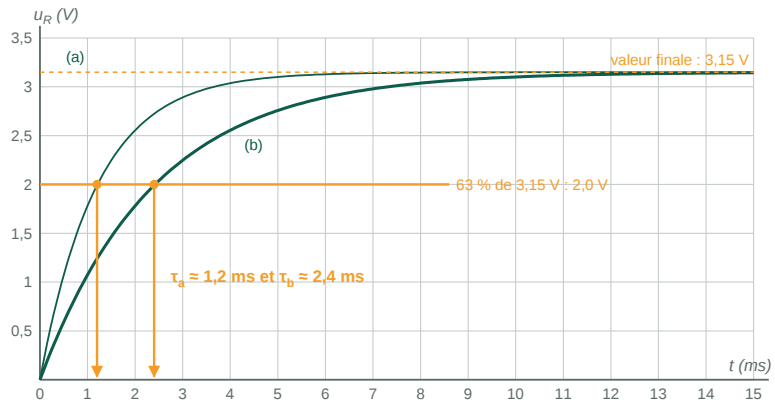
τ a bien la dimension d'un temps.

b. À $t = \tau$, la tension atteint 63 % de sa valeur finale : $0{,}63 \times 3{,}15 \approx 2{,}0$ V. On trace l'horizontale $u_R = 2{,}0$ V et on lit l'abscisse de son intersection avec chaque courbe.

$\tau_a \approx 1{,}2$ ms et $\tau_b \approx 2{,}4$ ms

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs au plus : une lecture graphique ne permet pas mieux. Sans calculatrice, $0{,}63 \times 3{,}15 \approx 0{,}63 \times 3{,}2 \approx 2{,}0$.

MÉTHODE
Autre méthode : tracer la tangente à l'origine ; elle coupe l'asymptote horizontale à $t = \tau$. La lecture à 63 % est plus précise, car une tangente se trace mal à la main.



1.2.1 · Figure 2 : lecture des constantes de temps à 63 % de la valeur finale

1.2.2 Comparer les inductances L_a et L_b de la bobine en l'absence puis en présence de fer. L'information donnée dans le texte à propos du fer est-elle vérifiée ?

Données utiles $\tau_a \approx 1{,}2$ ms et $\tau_b \approx 2{,}4$ ms (1.2.1)

$\tau = \dfrac{L}{R+r}$ donne $L = \tau\,(R+r)$. Les résistances R et r sont les mêmes dans les deux expériences, donc L est proportionnelle à τ :

$$\frac{L_b}{L_a} = \frac{\tau_b}{\tau_a} = \frac{2{,}4}{1{,}2} = 2{,}0$$

$L_b \approx 2\,L_a$: l'inductance augmente quand on approche du fer, l'information du texte est vérifiée.

COMPRENDRE
Vérification : $L_a = \tau_a\,(R+r) = 1{,}2 \times 10^{-3} \times 15 = 1{,}8 \times 10^{-2}$ H, soit 18 mH, proche des 20 mH indiqués sur la bobine.

2.1 Donner l'expression de la tension u_L en fonction de L et i.

La bobine est idéale (résistance nulle) et, sur la figure 3, la flèche de u_L est opposée au sens de i : convention récepteur.

$$u_L = L\,\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$$

2.2 Donner l'expression de l'intensité i du courant en fonction de C et u_C.

Le courant arrive sur l'armature qui porte la charge q : $i = \dfrac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}$.

Or $q = C\,u_C$, avec C constante.

$$i = C\,\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$$

PIÈGE
Le signe dépend de l'orientation. Si i s'éloignait de l'armature portant q, on aurait $i = -\dfrac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}$: toujours regarder la figure avant d'écrire la relation.

2.3 En appliquant la loi d'additivité des tensions, établir l'équation différentielle satisfaite par u_C.

Loi d'additivité des tensions dans la maille de la figure 3 : $u_C + u_L = 0$.

Avec $u_L = L\,\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$ et $i = C\,\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$: $\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} = C\,\dfrac{\mathrm{d}^2u_C}{\mathrm{d}t^2}$, donc $u_C + L\,C\,\dfrac{\mathrm{d}^2u_C}{\mathrm{d}t^2} = 0$.

En divisant par $L\,C$:

$$\frac{\mathrm{d}^2u_C}{\mathrm{d}t^2} + \frac{1}{L\,C}\,u_C = 0$$

MÉTHODE
Toujours le même enchaînement : 1) loi des mailles ; 2) remplacer chaque tension par son expression ; 3) tout exprimer avec la seule grandeur demandée ; 4) mettre le coefficient de la dérivée d'ordre le plus élevé à 1.

2.4 L'équation différentielle est de la forme $\dfrac{\mathrm{d}^2u_C}{\mathrm{d}t^2} + \dfrac{4\pi^2}{T_0^2}\,u_C = 0$. Exprimer la période propre T_0 en fonction de L et C.

Par identification des coefficients de u_C dans les deux écritures :

$$\frac{4\pi^2}{T_0^2} = \frac{1}{L\,C} \quad \text{soit} \quad T_0^2 = 4\pi^2\,L\,C$$

Une période est positive :

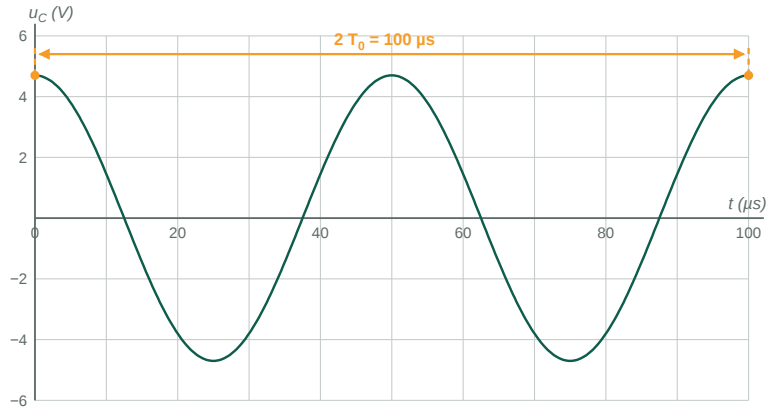
$$T_0 = 2\pi\sqrt{L\,C}$$

2.5 Déterminer graphiquement la période propre T_0 de l'oscillateur en l'absence de métal (figure 4).

Sur la figure 4, u_C est maximale à $t = 0$ puis de nouveau à $t = 100\ \mu$s, deux périodes plus tard : $2\,T_0 = 100\ \mu$s.

$T_0 = 50\ \mu\text{s} = 5{,}0 \times 10^{-5}$ s

MÉTHODE
Mesurer la durée de plusieurs périodes entre deux points faciles à repérer (ici deux maximums placés sur le quadrillage), puis diviser : l'erreur de lecture est divisée d'autant.



2.5 · Figure 4 : deux périodes entre les maximums de $t = 0$ et $t = 100\ \mu$s

2.6 En l'absence de métal, l'inductance de la bobine vaut 20 mH. En déduire la valeur de la capacité C utilisée dans l'oscillateur.

Données utiles $T_0 = 5{,}0 \times 10^{-5}$ s (2.5) ; $L = 20$ mH ; aide aux calculs : $\pi^2 = 10$; $\dfrac{25}{8} = 3{,}1$

De $T_0^2 = 4\pi^2\,L\,C$ (2.4) :

$$C = \frac{T_0^2}{4\pi^2\,L} = \frac{(5{,}0 \times 10^{-5})^2}{4 \times 10 \times 20 \times 10^{-3}} = \frac{25 \times 10^{-10}}{8{,}0 \times 10^{-1}} = \frac{25}{8} \times 10^{-9}\ \text{F}$$

$C = 3{,}1 \times 10^{-9}$ F, soit 3,1 nF

PIÈGE
Laisser L en millihenrys ou T_0 en microsecondes : il faut $L = 20 \times 10^{-3}$ H et $T_0 = 5{,}0 \times 10^{-5}$ s. Ne pas oublier non plus d'élever T_0 au carré.

COMPRENDRE
Sans calculatrice, on regroupe les puissances de dix à part et on utilise l'aide aux calculs. Deux chiffres significatifs, comme T_0 et L.

3.1 La fréquence propre $f_0 = \dfrac{1}{2\pi\sqrt{L\,C}}$ est voisine de 20 kHz en l'absence de métal. Comment évolue-t-elle si on approche de la bobine un objet en or ?

Près d'un objet en or, l'inductance L diminue. La capacité C ne change pas, donc $\sqrt{L\,C}$ diminue. Or f_0 est inversement proportionnelle à $\sqrt{L\,C}$.

La fréquence propre augmente : elle devient supérieure à 20 kHz.

COMPRENDRE
Cohérence avec la partie 2 : $f_0 = \dfrac{1}{T_0} = \dfrac{1}{5{,}0 \times 10^{-5}} = 2{,}0 \times 10^4$ Hz, soit bien 20 kHz en l'absence de métal.

3.2 Sur la plage, Léo et Julie détectent un signal de fréquence égale à 15 kHz. Ont-ils trouvé de l'or ? Justifier.

La fréquence mesurée, 15 kHz, est inférieure à la fréquence propre sans métal, 20 kHz : la fréquence a diminué, donc $\sqrt{L\,C}$ a augmenté. Comme C est constante, l'inductance L a augmenté.

Or l'inductance diminue à l'approche de l'or et augmente à l'approche du fer.

Ils n'ont pas trouvé d'or : l'objet détecté est en un métal qui augmente l'inductance, comme le fer.

PIÈGE

S'arrêter à « la fréquence a changé, donc il y a du métal ». La question porte sur la nature du métal : c'est le sens de variation de f_0 qui permet de trancher.