EXERCICE III. DÉTECTION DE MÉTAUX (4 points)

À l'occasion d'un atelier scientifique, deux élèves de terminale S, Léo et Julie s'intéressent aux chercheurs de trésors. En faisant des investigations sur Internet, ils se lancent avec l'aide de camarades spécialisés en électronique dans le projet de réaliser un détecteur de métaux, appelé « poêle à frire » par les chercheurs de trésors.
Un détecteur de métaux est un appareil capable de détecter la présence ou non de métal à distance. Léo et Julie choisissent une méthode de détection qui s'appuie sur la variation de l'inductance d'une bobine à l'approche d'un métal. En effet, l'inductance augmente si on approche de la bobine un objet en fer alors qu'elle diminue si l'objet est en or.
Le détecteur est équivalent à un oscillateur constitué d'un condensateur et d'une bobine.
Du fait de la variation de l'inductance de la bobine, l'oscillateur voit sa fréquence modifiée. Un montage électronique permet alors de comparer la fréquence de cet oscillateur à une fréquence fixe. La comparaison indique ainsi la présence de métal et sa nature.

L'objectif de cet exercice est d'étudier le principe d'un détecteur de métal.
Les trois parties de l'exercice sont indépendantes.

1. Variation de l'inductance d'une bobine à l'approche d'un métal

Dans le laboratoire du lycée, Léo et Julie ont à leur disposition une bobine plate portant les indications : L = 20 mH, r = 5,0 Ω. Ils décident de tester le comportement de cette bobine en présence ou non de métaux dans le but de vérifier la variation de l'inductance.

Le montage utilisé, schématisé sur la **figure 1**, est réalisé avec un générateur de tension continue de force électromotrice E = 5,0 V, un conducteur ohmique de résistance R = 10 Ω et la bobine d'inductance L et de résistance r.

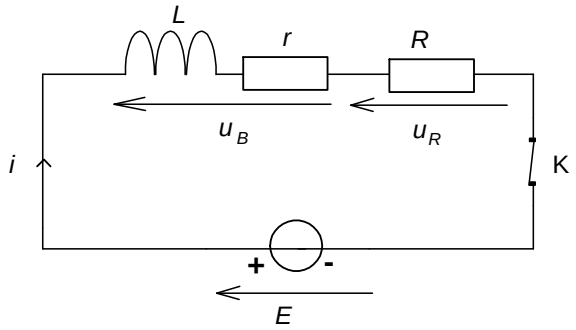


Figure 1. Montage permettant l'étude de l'inductance de la bobine

À l'aide d'un système d'acquisition convenablement protégé, ils enregistrent l'évolution de la tension u_R aux bornes du conducteur ohmique de résistance R en fonction du temps. L'origine des temps est prise à l'instant où l'on ferme l'interrupteur. L'expérience est faite dans un premier temps sans métal à proximité (courbe a) puis avec un morceau de fer à proximité de la bobine (courbe b) ; les enregistrements des courbes (a) et (b) sont représentés sur la **FIGURE 2 DE L'ANNEXE.**

1.1. Étude qualitative des courbes obtenues

1.1.1. Expliquer pourquoi l'évolution de la tension u_R aux bornes du conducteur ohmique représente celle de l'intensité du courant i dans le circuit.

1.1.2. Repérer sur la courbe (a) de la **FIGURE 2 DE L'ANNEXE** le régime transitoire et le régime permanent. Expliquer qualitativement le phénomène observé pour l'intensité.

1.1.3. Comment évolue l'intensité du courant dans chaque régime ?

1.1.4. Donner l'expression de la tension u_B aux bornes de la bobine. Que devient cette expression quand le régime permanent est atteint ?

1.2. Exploitation du régime transitoire

1.2.1. La constante de temps du dipôle étudié a pour expression : $\tau = \frac{L}{R+r}$.

a. Montrer par une analyse dimensionnelle que τ est homogène à un temps.

b. Déterminer graphiquement, par une méthode au choix, les valeurs des constantes de temps τ_a et τ_b respectivement pour les courbes (a) et (b) de la **FIGURE 2**.

1.2.2. En utilisant l'expression de τ et le résultat de la question précédente, comparer les valeurs L_a et L_b des inductances de la bobine en présence ou non de fer. L'information donnée à propos du fer dans le texte est-elle vérifiée ?

2. L'oscillateur

L'oscillateur utilisé dans le détecteur de métaux de Léo et Julie est un montage électronique complexe. Il est équivalent à un oscillateur électrique non amorti constitué par un condensateur et une bobine de résistance nulle, schématisé **figure 3**. Dans un souci de simplification, le dispositif de charge n'est pas représenté sur la **figure 3**. Le circuit est orienté comme indiqué sur la **figure 3**.

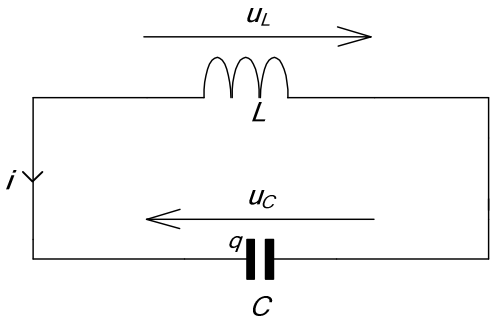


Figure 3. L'oscillateur

2.1. Donner l'expression de la tension u_L en fonction de L et i.

2.2. Donner l'expression de l'intensité du courant i en fonction de C et u_C.

2.3. En appliquant la loi d'additivité des tensions, établir l'équation différentielle satisfaite par u_C.

2.4. L'équation différentielle est de la forme : $\frac{d^2u_C}{dt^2} + \frac{4\pi^2}{T_0^2}u_C = 0$, où T_0 représente la période propre de l'oscillateur. Exprimer T_0 en fonction de L et C.

2.5. L'enregistrement de la tension u_C en l'absence de métal à proximité de l'oscillateur est donné sur la **FIGURE 4 DE L'ANNEXE**. Déterminer graphiquement la période propre T_0 de l'oscillateur en l'absence de métal.

2.6. On rappelle qu'en l'absence de métal l'inductance de la bobine vaut 20 mH. En déduire la valeur de la capacité C utilisée dans l'oscillateur.

Aide aux calculs :	$\pi^2 = 10$;	$\frac{25}{8} = 3{,}1$;	$\frac{8}{25} = 3{,}2 \times 10^{-2}$

3. Recherche de métaux

3.1. On rappelle que l'inductance L de l'oscillateur augmente si on approche de la bobine un objet en fer alors qu'elle diminue si l'objet est en or. En absence de métal à proximité, la fréquence propre $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ de l'oscillateur est voisine de 20 kHz. Comment évolue cette fréquence si on approche de la bobine un objet en or ?

3.2. Léo et Julie sortent du laboratoire et partent sur la plage proche du lycée pour tester leur détecteur en situation réelle associé à un fréquencemètre. Soudain, au cours de leur recherche, ils détectent un signal de fréquence égale à 15 kHz. Ont-ils trouvé de l'or ? Justifier.

ANNEXE À RENDRE AVEC LA COPIE

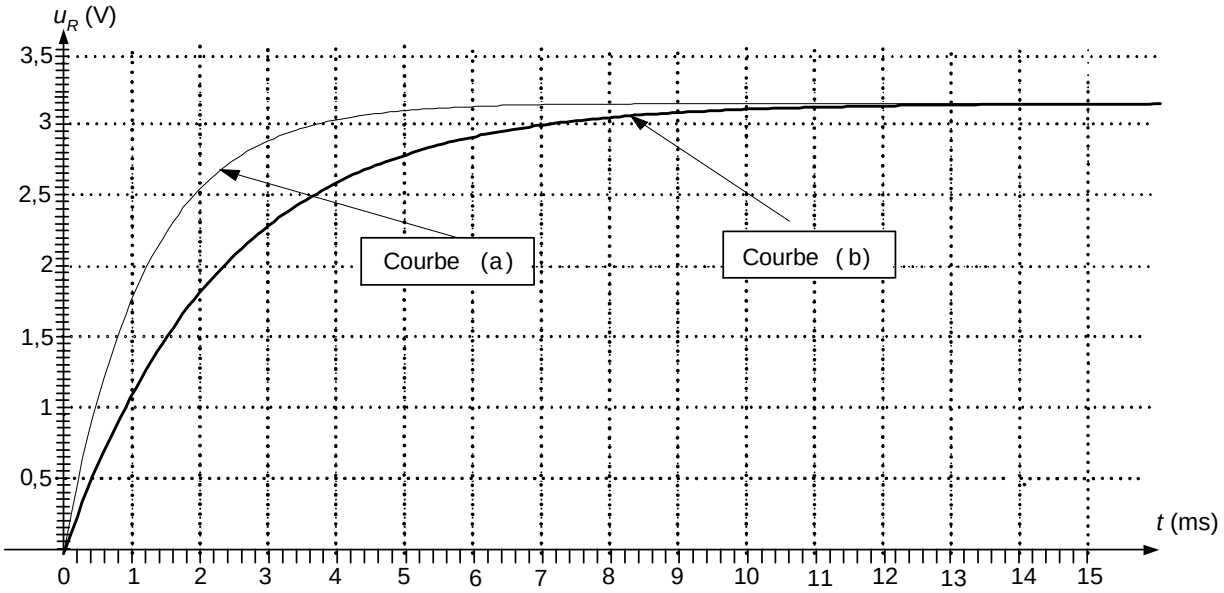


Figure 2. Évolution temporelle de la tension aux bornes du conducteur ohmique
courbe (a) : bobine seule ; courbe (b) : bobine proche d'un morceau de fer

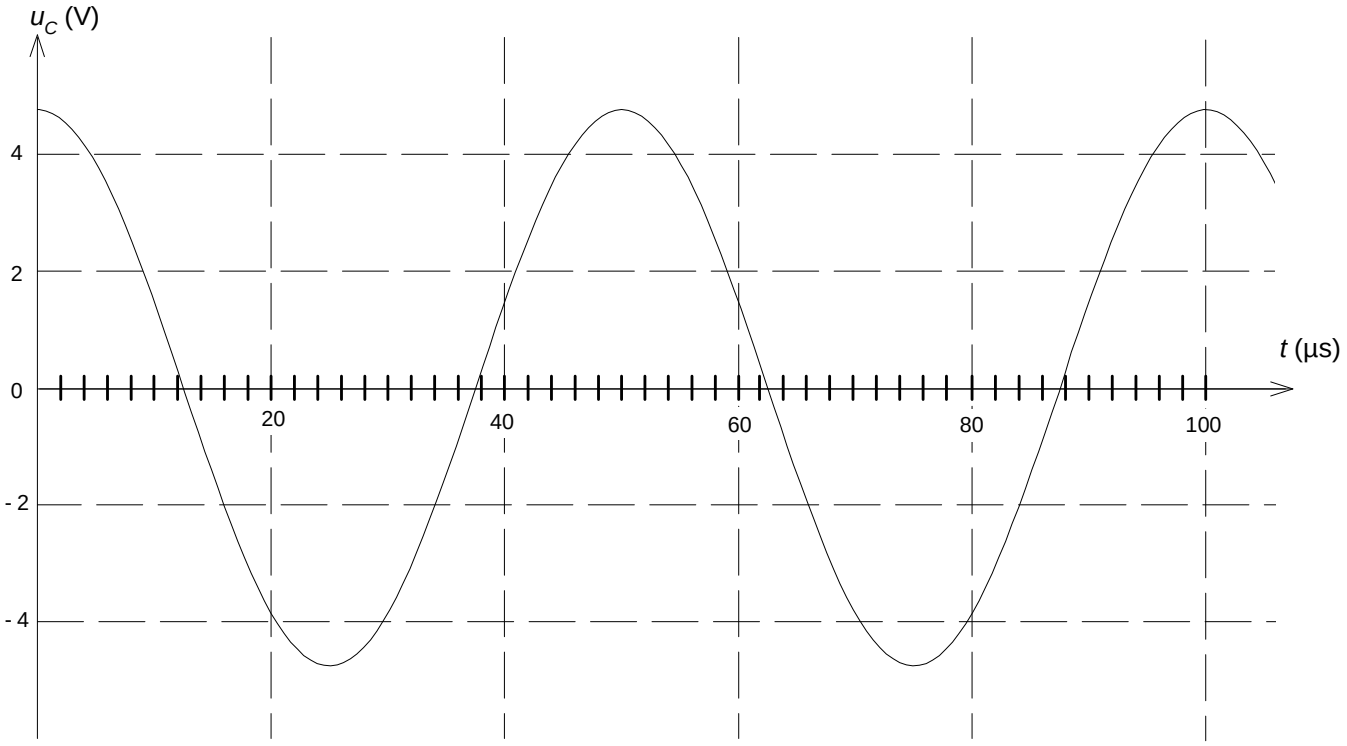


Figure 4. Évolution temporelle de la tension u_C