Décomposition du pentaoxyde de diazote

Bac S 2010 La Réunion (ancien programme) · Exercice 3 **4 points** **Durée conseillée 52 min**

1.1 Montrer que la quantité de matière initiale de pentaoxyde de diazote vaut $n_0 = 8{,}8 \times 10^{-3}$ mol.

Données utiles $P_0 = 4{,}638 \times 10^4$ Pa ; $V = 0{,}50$ L ; $T = 318$ K ; $R = 8{,}31$ J · mol^{-1} · K^{-1}

À $t = 0$, l'enceinte ne contient que N_2O_5 gazeux : $n_G = n_0$. L'équation d'état donne $P_0 V = n_0 RT$, donc

$$n_0 = \frac{P_0\, V}{R\, T}$$

Avec $V = 0{,}50\ \text{L} = 0{,}50 \times 10^{-3}\ \text{m}^3$:

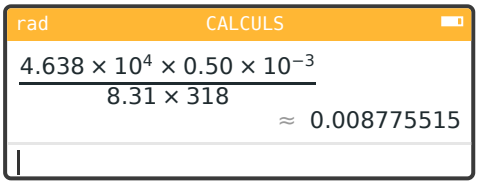
$$n_0 = \frac{4{,}638 \times 10^4 \times 0{,}50 \times 10^{-3}}{8{,}31 \times 318}$$

$n_0 = 8{,}8 \times 10^{-3}$ mol : c'est la valeur attendue.

PIÈGE
Laisser le volume en litres donne $8{,}8$ mol, mille fois trop. Dans $PV = nRT$, le volume est en m³ et la pression en Pa : $1\ \text{L} = 10^{-3}\ \text{m}^3$.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs seulement : le volume $V = 0{,}50$ L est la donnée la moins précise du calcul.

À LA CALCULATRICE



1.2 Compléter le tableau d'avancement de la transformation (figure 1 de l'annexe).

État initial : seul le réactif est présent, en quantité n_0.

À l'avancement x, les nombres stœchiométriques 2, 4 et 1 donnent : $2x$ mol de N_2O_5 consommées, $4x$ mol de NO_2 et x mol de O_2 formées.

$n(N_2O_5) = n_0 - 2x$; $n(NO_2) = 4x$; $n(O_2) = x$

PIÈGE
Oublier les nombres stœchiométriques et écrire $n_0 - x$ pour le réactif ou x pour NO_2. Chaque quantité varie de « nombre stœchiométrique $\times\ x$ ».

Équation de la réaction		2 N₂O₅ (g) =	4 NO₂ (g) +	O₂ (g)
État	Avancement	n(N₂O₅)	n(NO₂)	n(O₂)
Initial	0	n₀	0	0
Intermédiaire	x	n₀ − 2x	4x	x

1.2 · Figure 1 de l'annexe complétée (en orange : ce que l'élève écrit)

1.3 Montrer que l'avancement maximal x_{max} de la réaction vaut 4,4 mmol.

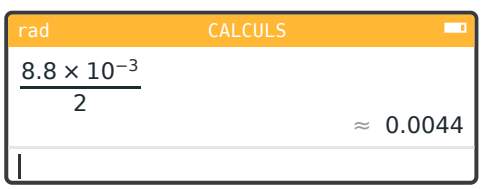
Données utiles $n_0 = 8{,}8 \times 10^{-3}$ mol (1.1)

La réaction est totale et N_2O_5 est le seul réactif : il est entièrement consommé à l'état final, soit $n_0 - 2x_{max} = 0$.

$$x_{max} = \frac{n_0}{2} = \frac{8{,}8 \times 10^{-3}}{2} = 4{,}4 \times 10^{-3}\ \text{mol}$$

$x_{max} = 4{,}4$ mmol : c'est la valeur attendue.

À LA CALCULATRICE



2.1 À l'aide du tableau d'avancement, exprimer la quantité de matière totale de gaz n_G en fonction de n_0 et de l'avancement x.

Les trois espèces sont gazeuses : $n_G = n(\mathrm{N_2O_5}) + n(\mathrm{NO_2}) + n(\mathrm{O_2}) = (n_0 - 2x) + 4x + x$

$$n_G = n_0 + 3x$$

COMPRENDRE
Deux moles de gaz en donnent cinq : la quantité de gaz augmente pendant la réaction. À volume et température fixés, la pression augmente donc aussi, ce qui permet le suivi par mesure de pression.

2.2 En déduire, avec l'équation d'état des gaz parfaits, la relation $\dfrac{P}{P_0} = 1 + \dfrac{3x}{n_0}$.

À la date t : $P\,V = n_G\,R\,T = (n_0 + 3x)\,R\,T$.

À $t = 0$: $P_0\,V = n_0\,R\,T$.

V et T sont constants ; en divisant membre à membre :

$$\frac{P}{P_0} = \frac{n_0 + 3x}{n_0}$$

$$\frac{P}{P_0} = 1 + \frac{3x}{n_0}$$

MÉTHODE
Pour éliminer des grandeurs constantes (V, T, R), écrire la même loi à deux instants et faire le quotient. Inversée, la relation donne $x = \dfrac{n_0}{3}\left(\dfrac{P}{P_0} - 1\right)$: c'est ainsi que la figure 2 a été tracée.

2.3 À l'aide du résultat du 1.3, calculer le rapport $\dfrac{P_{max}}{P_0}$, où P_{max} est la pression lorsque l'avancement maximal est atteint.

Données utiles $x_{max} = 4{,}4 \times 10^{-3}$ mol (1.3) ; $n_0 = 8{,}8 \times 10^{-3}$ mol (1.1)

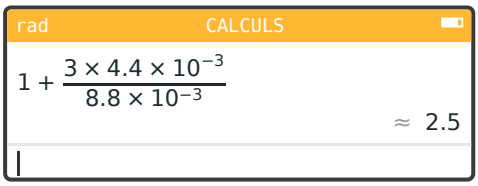
Pour $x = x_{max}$, la relation du 2.2 s'écrit :

$$\frac{P_{max}}{P_0} = 1 + \frac{3\,x_{max}}{n_0} = 1 + \frac{3 \times 4{,}4 \times 10^{-3}}{8{,}8 \times 10^{-3}}$$

$$\frac{P_{max}}{P_0} = 2{,}5$$

COMPRENDRE
Comme $x_{max} = \dfrac{n_0}{2}$, le rapport vaut exactement $1 + \dfrac{3}{2}$: il ne dépend pas de la valeur de n_0. Un rapport de deux pressions n'a pas d'unité.

À LA CALCULATRICE



2.4 Justifier, à l'aide du tableau de mesures, que la réaction n'est pas terminée à $t = 100$ s.

Données utiles à $t = 100$ s : $\dfrac{P}{P_0} = 2{,}422$; $\dfrac{P_{max}}{P_0} = 2{,}5$ (2.3)

À $t = 100$ s, le tableau donne $\dfrac{P}{P_0} = 2{,}422$, valeur inférieure à $\dfrac{P_{max}}{P_0} = 2{,}5$.

Or $\dfrac{P}{P_0}$ augmente avec x : l'avancement est donc encore inférieur à x_{max}.

$2{,}422 < 2{,}5$: la réaction n'est pas terminée à $t = 100$ s.

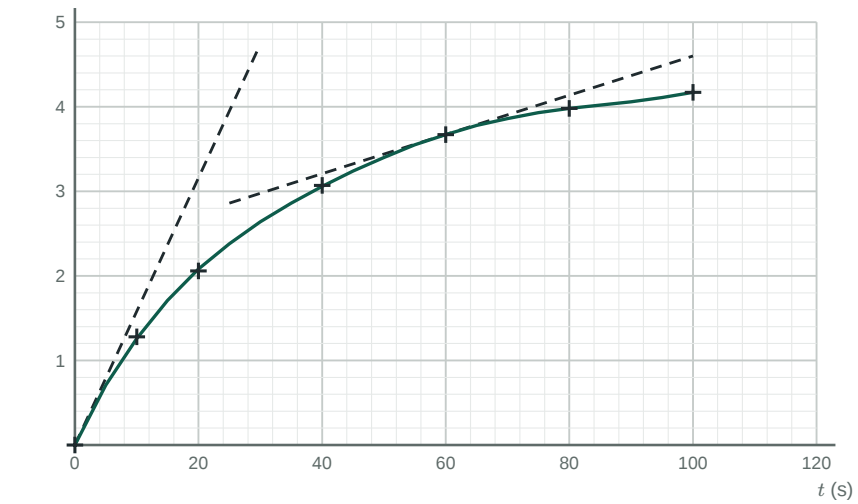
COMPRENDRE
Même conclusion sur la figure 2 : à $t = 100$ s, $x \approx 4{,}2$ mmol, en dessous de $x_{max} = 4{,}4$ mmol, et la courbe monte encore.

3.1 Comment varie la vitesse volumique de réaction $v = \frac{1}{V}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$ au cours du temps ? Justifier à l'aide de la courbe de la figure 2.

$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$ est le coefficient directeur de la tangente à la courbe $x(t)$ à la date considérée.

Sur la figure 2, la tangente est de moins en moins inclinée quand t augmente : $\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$ diminue. Comme V est constant :

La vitesse volumique de réaction diminue au cours du temps.



3.1 · Figure 2 : tangentes à $t = 0$ et à $t = 60$ s (tirets), de moins en moins inclinées

COMPRENDRE
La concentration du réactif est un facteur cinétique : elle diminue à mesure que N_2O_5 est consommé, donc la réaction ralentit, la température restant constante.

COMPRENDRE
Le programme actuel de Terminale définit plutôt la vitesse volumique de disparition d'un réactif ou d'apparition d'un produit, à partir de sa concentration. Le raisonnement sur la pente de la tangente est le même.

3.2 Définir le temps de demi-réaction $t_{1/2}$ et déterminer sa valeur à l'aide du graphe.

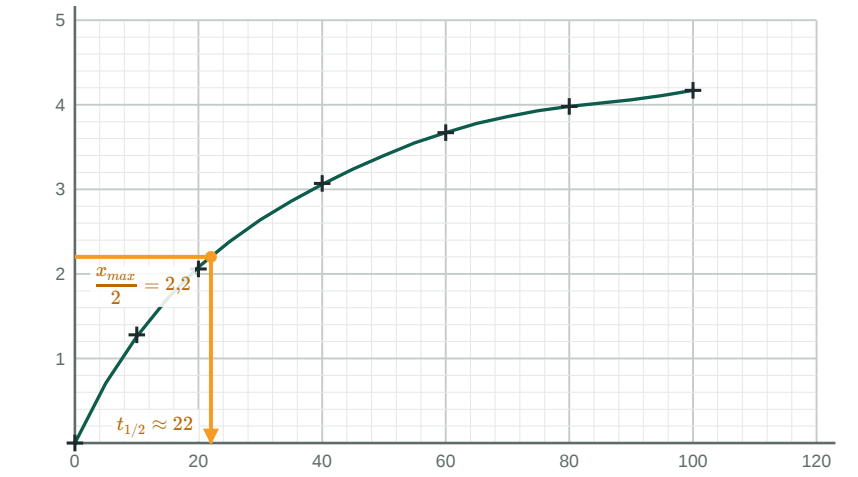
Données utiles $x_{max} = 4{,}4$ mmol (1.3)

Le temps de demi-réaction est la durée au bout de laquelle l'avancement atteint la moitié de sa valeur finale. La réaction étant totale, $x_f = x_{max}$:

$$x(t_{1/2}) = \frac{x_{max}}{2} = \frac{4{,}4}{2} = 2{,}2 \text{ mmol}$$

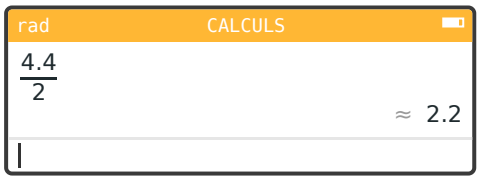
Sur la figure 2, on trace l'horizontale d'ordonnée 2,2 mmol jusqu'à la courbe, puis on lit l'abscisse du point d'intersection.

$t_{1/2} \approx 22$ s



3.2 · Figure 2 : lecture graphique du temps de demi-réaction

À LA CALCULATRICE



PIÈGE

Prendre la moitié de la dernière valeur du graphe (4,2 mmol à 100 s) : la réaction n'y est pas terminée. Il faut la moitié de $x_{max} = 4{,}4$ mmol. Et $t_{1/2}$ n'est pas la moitié de la durée totale.

COMPRENDRE

La lecture graphique est précise à 1 ou 2 s près : toute valeur entre 21 et 23 s convient.