Ondes sismiques et sismomètre

Bac S 2010 La Réunion (ancien programme) · Exercice 1 **9 points** **Durée conseillée 1 h 57**

1.1 (Partie 1) Pour chacune des trois ondes du texte (P, S, Love), préciser en justifiant si elle est transversale ou longitudinale.

- Onde P : les roches sont comprimées puis étirées le long de la direction de propagation. Perturbation et propagation ont la même direction : onde **longitudinale**.
- Onde S : le cisaillement se fait à angle droit de la direction de propagation : onde **transversale**.
- Onde de Love L : le sol se déplace horizontalement, perpendiculairement à la direction de propagation : onde **transversale**.

P : longitudinale ; S et L : transversales.

MÉTHODE
Comparer deux directions : celle du déplacement de la matière et celle de la propagation. Parallèles : onde longitudinale. Perpendiculaires : onde transversale.

1.2 (Partie 1) Citer un autre exemple d'onde mécanique transversale.

L'onde qui se propage le long d'une corde tendue dont on agite une extrémité (ou les rides à la surface de l'eau).

PIÈGE
Le son est une onde mécanique longitudinale. La lumière est transversale mais n'est pas une onde mécanique : elle se propage dans le vide.

2 (Partie 1) Calculer la durée mise par les ondes les plus rapides pour parcourir la distance d entre Rouillac et Strasbourg.

Données utiles $d = 833$ km ; $v = 6{,}0\ \text{km} \cdot \text{s}^{-1}$

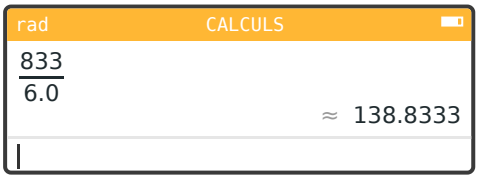
L'onde parcourt la distance d à la célérité v : $v = \dfrac{d}{\Delta t}$, donc $\Delta t = \dfrac{d}{v}$.

$$\Delta t = \frac{833}{6{,}0} = 139\ \text{s}$$

$\Delta t = 1{,}4 \times 10^2$ s, soit environ 2 min 20 s.

COMPRENDRE
Chiffres significatifs : la célérité $6{,}0\ \text{km} \cdot \text{s}^{-1}$ n'en a que deux, le résultat aussi. Avec d en km et v en $\text{km} \cdot \text{s}^{-1}$, la durée sort directement en secondes.

À LA CALCULATRICE



1 (Partie 2) Pendant la salve, l'onde est périodique. Calculer sa longueur d'onde.

Données utiles $f = 14{,}0$ Hz ; $v = 6{,}21\ \text{km} \cdot \text{s}^{-1}$

Pour une onde périodique : $\lambda = \dfrac{v}{f}$, avec $v = 6{,}21 \times 10^3\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$.

$$\lambda = \frac{6{,}21 \times 10^3}{14{,}0} = 444\ \text{m}$$

$\lambda = 444$ m

PIÈGE
Laisser la célérité en $\text{km} \cdot \text{s}^{-1}$ donne $0{,}444$, qui est alors en kilomètres. Sans conversion ni unité cohérente, le résultat est compté faux.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$$\frac{6.21 \times 10^3}{14.0} \approx 443.5714$$

2 (Partie 2) L'onde réfléchie par la première hétérogénéité atteint le premier capteur 0,580 s après l'émission. En déduire la profondeur h de la première couche.

Données utiles $\Delta t' = 0{,}580$ s ; $v = 6{,}21 \times 10^3$ m · s^{-1} ; indication : $EH \approx h$

L'onde parcourt le trajet $EH + HR$ pendant la durée $\Delta t'$. D'après l'indication, $EH = HR \approx h$, donc la distance parcourue vaut $2h$:

$$v = \frac{2h}{\Delta t'} \quad \text{donc} \quad h = \frac{v\,\Delta t'}{2}$$

$$h = \frac{6{,}21 \times 10^3 \times 0{,}580}{2} = 1{,}80 \times 10^3 \text{ m}$$

$$h = 1{,}80 \times 10^3 \text{ m} = 1{,}80 \text{ km}$$

PIÈGE
Oublier le facteur 2 : la durée mesurée correspond à un aller-retour. Sans lui, on trouve une profondeur double.

COMPRENDRE
Le capteur est à 100 m du camion : le point H est décalé de 50 m seulement pour une profondeur de 1 800 m. L'approximation $EH \approx h$ est donc excellente.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$$\frac{6.21 \times 10^3 \times 0.580}{2} \approx 1800.9$$

3 (Partie 2) Pour l'onde réfléchie, indiquer par oui ou par non si chaque grandeur est modifiée par rapport à l'onde incidente : longueur d'onde, fréquence, vitesse de propagation, amplitude.

- Fréquence : **non**, elle est imposée par la source.
- Vitesse de propagation : **non**, l'onde réfléchie revient dans le même milieu.
- Longueur d'onde : **non**, car $\lambda = \frac{v}{f}$ avec v et f inchangées.
- Amplitude : **oui**, elle diminue puisque l'onde perd de l'énergie.

Seule l'amplitude est modifiée.

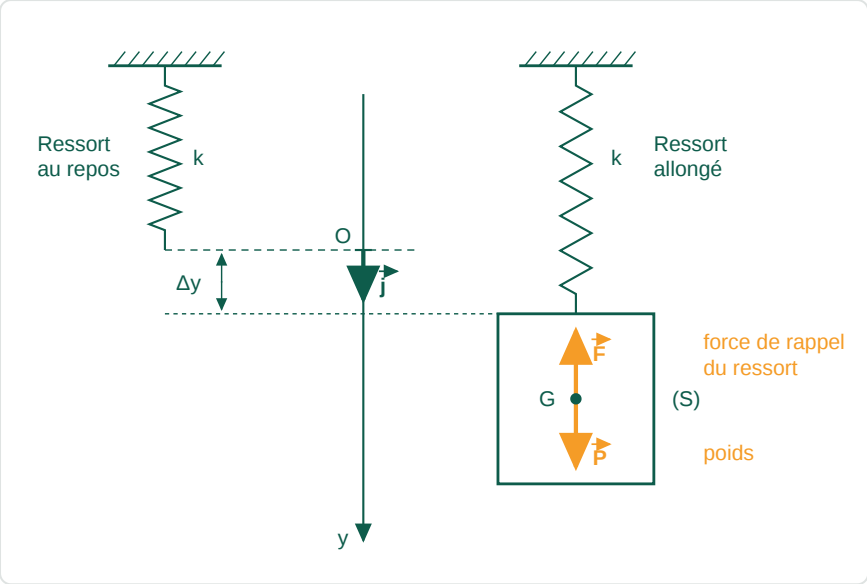
1.1 (Partie 3) Sur l'annexe (figure 4), représenter sans souci d'échelle les forces extérieures agissant sur le solide S.

Le solide S est soumis à deux forces :

- son poids $\vec{P} = m\,g\,\vec{j}$, vertical, vers le bas ;
- la force de rappel du ressort $\vec{F} = -k\,\Delta y\,\vec{j}$, verticale, vers le haut.

Deux forces verticales opposées, $\vec{P}$ et $\vec{F}$, tracées avec la même longueur.

COMPRENDRE
Le ressort est allongé : il tire le solide vers le haut, pour revenir à sa longueur au repos. Les deux forces sont ici tracées depuis G pour la lisibilité.



1.1 · Figure 4 complétée : le poids et la force de rappel, de même longueur à l'équilibre

1.2 (Partie 3) Le solide S étant à l'équilibre dans le référentiel terrestre supposé galiléen, trouver la relation reliant k, m, g et Δy. Justifier.

Le solide est immobile dans un référentiel galiléen : d'après la première loi de Newton (principe d'inertie), $\vec{P} + \vec{F} = \vec{0}$.

En projection sur l'axe (Oy) orienté vers le bas : $m\,g - k\,\Delta y = 0$.

$$k\,\Delta y = m\,g$$

1.3 (Partie 3) Vérifier que la constante de raideur k vaut $7{,}1 \times 10^{3}\ \mathrm{N \cdot m^{-1}}$.

Données utiles $\Delta y = 2{,}5$ mm ; $g = 9{,}8\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$; $m = 1{,}8$ kg

D'après la relation précédente : $k = \dfrac{m\,g}{\Delta y}$, avec $\Delta y = 2{,}5 \times 10^{-3}$ m.

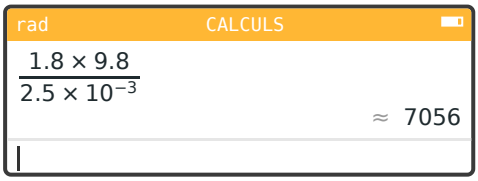
$$k = \frac{1{,}8 \times 9{,}8}{2{,}5 \times 10^{-3}} = 7{,}1 \times 10^{3}\ \mathrm{N \cdot m^{-1}}$$

$k = 7{,}1 \times 10^{3}\ \mathrm{N \cdot m^{-1}}$: c'est bien la valeur annoncée.

PIÈGE

Laisser Δy en millimètres donne $7{,}1\ \mathrm{N \cdot mm^{-1}}$, mille fois trop petit une fois lu en $\mathrm{N \cdot m^{-1}}$.

À LA CALCULATRICE



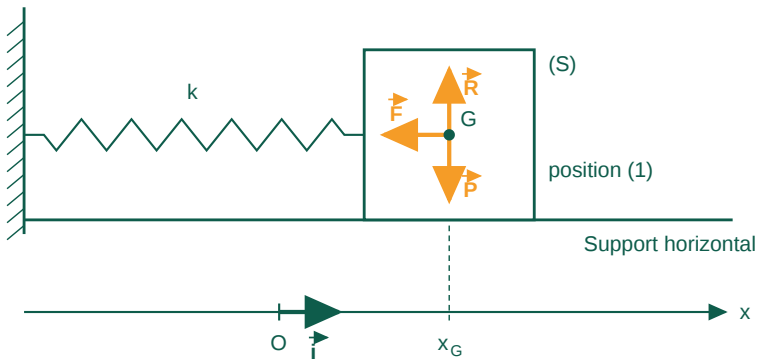
2.1 (Partie 3) Le solide S, écarté puis lâché sans vitesse initiale, oscille sur le support horizontal. Représenter sans souci d'échelle les forces extérieures agissant sur S en position (1) (annexe, figure 5).

En position (1), $x_G > 0$: le ressort est étiré. Le solide est soumis à trois forces :

- son poids $\vec{P}$, vertical, vers le bas ;
- la réaction $\vec{R}$ du support, verticale, vers le haut (perpendiculaire au support car les frottements sont négligés) ;
- la force de rappel $\vec{F} = -k\,x_G\,\vec{i}$, horizontale, dirigée vers la gauche.

Trois forces : $\vec{P}$ et $\vec{R}$ verticales et opposées, $\vec{F}$ horizontale dirigée vers la position d'équilibre.

PIÈGE
Ajouter une « force de lancement » ou une force dans le sens du mouvement. Après le lâcher, seules ces trois forces existent.



2.1 · Figure 5 complétée : poids, réaction du support et force de rappel en position (1)

2.2 (Partie 3) Montrer que l'équation différentielle du mouvement s'écrit $\dfrac{\mathrm{d}^2x_G}{\mathrm{d}t^2} + \dfrac{k}{m}x_G = 0$.

Système {solide S}, de masse m ; référentiel terrestre supposé galiléen.

Deuxième loi de Newton : $\vec{P} + \vec{R} + \vec{F} = m\,\vec{a}_G$.

En projection sur l'axe (Ox), $\vec{P}$ et $\vec{R}$ étant perpendiculaires à l'axe :

$$0 + 0 - k\,x_G = m\,a_x \quad \text{avec} \quad a_x = \frac{\mathrm{d}^2x_G}{\mathrm{d}t^2}$$

En divisant par m :

$$\frac{\mathrm{d}^2x_G}{\mathrm{d}t^2} + \frac{k}{m}x_G = 0$$

MÉTHODE
Toujours le même plan : système, référentiel, bilan des forces, deuxième loi de Newton, projection sur l'axe du mouvement.

2.3.1 (Partie 3) Une solution s'écrit $x_G(t) = X_m \cos\left(2\pi\dfrac{t}{T_0}\right)$. Que représentent les grandeurs X_m et T_0 ?

X_m est l'amplitude des oscillations (valeur maximale de x_G, en mètres) ; T_0 est la période propre de l'oscillateur (en secondes).

2.3.2 (Partie 3) En utilisant l'équation différentielle, retrouver l'expression $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$.

On dérive deux fois la solution proposée :

$$\frac{\mathrm{d}x_G}{\mathrm{d}t} = -\frac{2\pi}{T_0} X_m \sin\left(2\pi \frac{t}{T_0}\right)$$

$$\frac{\mathrm{d}^2x_G}{\mathrm{d}t^2} = -\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 X_m \cos\left(2\pi \frac{t}{T_0}\right) = -\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 x_G$$

On reporte dans l'équation différentielle : $\left[\frac{k}{m} - \left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2\right] x_G = 0$.

Cette égalité doit être vraie à chaque instant, donc $\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 = \frac{k}{m}$, soit $\frac{T_0}{2\pi} = \sqrt{\frac{m}{k}}$ (T_0 positive).

$$\boxed{T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}}$$

PIÈGE
Oublier le facteur $\frac{2\pi}{T_0}$ qui sort à chaque dérivation, ou le signe « $-$ » de la dérivée du cosinus.

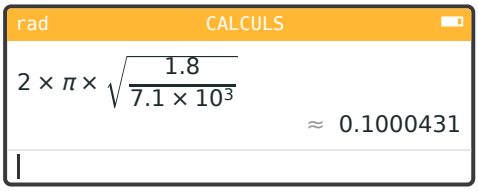
2.3.3 (Partie 3) Calculer T_0.

Données utiles $m = 1{,}8$ kg ; $k = 7{,}1 \times 10^3$ N · m^{-1} (1.3)

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{1{,}8}{7{,}1 \times 10^3}} = 0{,}10 \text{ s}$$

$$\boxed{T_0 = 0{,}10 \text{ s}}$$

À LA CALCULATRICE



2.3.4 (Partie 3) Exprimer puis calculer la fréquence propre f_0 du système.

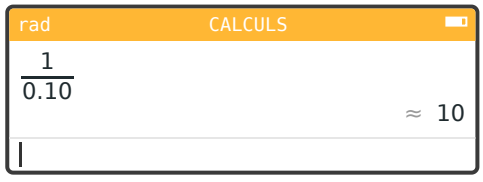
Données utiles $T_0 = 0{,}10$ s (2.3.3)

$$f_0 = \frac{1}{T_0} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$f_0 = \frac{1}{0{,}10} = 10 \text{ Hz}$$

$$\boxed{f_0 = 10 \text{ Hz}}$$

À LA CALCULATRICE



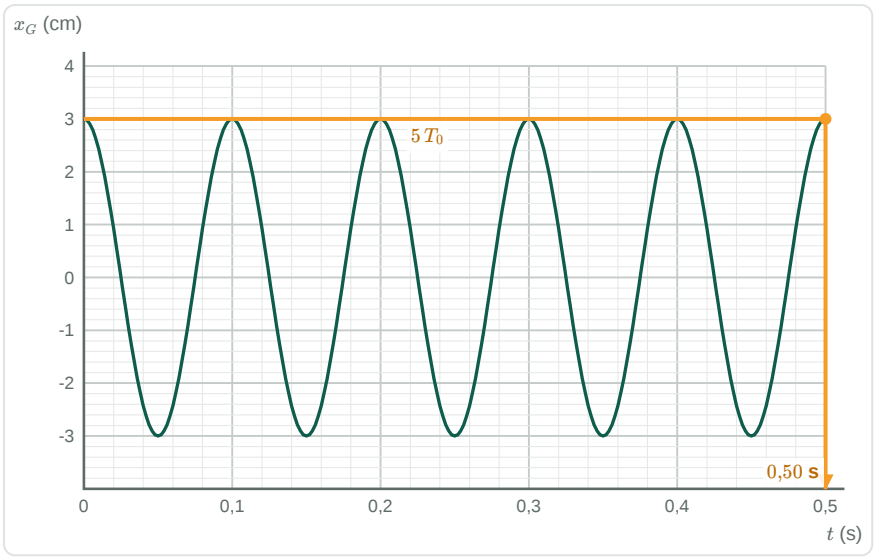
2.4.1 (Partie 3) Mesurer la valeur de la période propre sur la courbe $x_G(t)$ de l'annexe (figure 6).

Entre le maximum à $t = 0$ et le sixième maximum à $t = 0{,}50$ s, on compte 5 périodes :

$$5\,T_0 = 0{,}50 \text{ s} \quad \text{donc} \quad T_0 = \frac{0{,}50}{5} = 0{,}10 \text{ s}$$

$$\boxed{T_0 = 0{,}10 \text{ s}}$$

MÉTHODE
Mesurer plusieurs périodes puis diviser : l'incertitude de lecture est répartie sur cinq périodes au lieu d'une seule.



2.4.1 · Figure 6 : cinq périodes entre le premier et le sixième maximum

2.4.2 (Partie 3) En déduire la valeur de la fréquence propre du système. Est-elle en accord avec le calcul de la question 2.3.4 ?

Données utiles $T_0 = 0{,}10$ s (2.4.1)

$$f_0 = \frac{1}{T_0} = \frac{1}{0{,}10} = 10 \text{ Hz}$$

$f_0 = 10$ Hz : la mesure graphique est en accord avec la valeur calculée à la question 2.3.4.

2.5 (Partie 3) Dans quelle proportion la fréquence propre d'oscillation est-elle modifiée si on double la valeur de la masse m ?

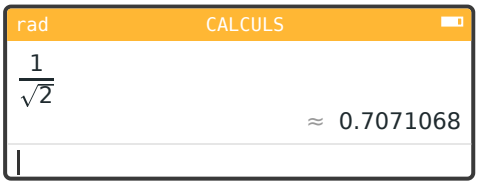
$f_0 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$: à k constant, f_0 est proportionnelle à $\frac{1}{\sqrt{m}}$.

Avec une masse $2m$: $f_0' = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{2m}} = \frac{f_0}{\sqrt{2}}$.

La fréquence propre est divisée par $\sqrt{2}$: $f_0' \approx 0{,}71\, f_0$, soit environ 7,1 Hz.

PIÈGE
Répondre « divisée par 2 ». La masse est sous une racine carrée : doubler m divise f_0 par $\sqrt{2}$ seulement.

À LA CALCULATRICE



3.1 (Partie 3) Dans le sismographe, l'onde sismique fait osciller périodiquement l'extrémité supérieure du ressort. À quelle fréquence f_S le système « solide S + ressort » oscille-t-il si l'onde est celle du camion vibreur de la partie 2 ?

L'onde sismique joue le rôle d'excitateur : elle impose sa fréquence au système « solide S + ressort » (le résonateur), qui effectue des oscillations forcées.

$f_S = f = 14{,}0$ Hz

COMPRENDRE
En oscillations libres, le système oscille à sa fréquence propre f_0. En oscillations forcées, il oscille à la fréquence de l'excitateur, quelle que soit f_0.

3.2 (Partie 3) Pourquoi avoir choisi, dans la construction du sismographe, une fréquence propre f_0 proche de f_S ?

Lorsque la fréquence imposée f_S (14 Hz) est voisine de la fréquence propre f_0 (10 Hz), le système est proche de la résonance : l'amplitude des oscillations du solide S est grande.

Près de la résonance, l'amplitude du tracé est grande : le sismographe est plus sensible et détecte des ondes de faible amplitude.

3.3 (Partie 3) Le texte indique que le sismographe est équipé d'un « système d'amortissement ». Quel est l'intérêt d'un tel système ?

À la résonance, sans amortissement, l'amplitude des oscillations pourrait devenir très grande et détériorer l'appareil. L'amortissement limite cette amplitude.

Il permet aussi au solide de s'arrêter rapidement après le passage de l'onde : l'enregistrement reflète alors le mouvement du sol et non les oscillations propres de l'appareil.

L'amortissement limite l'amplitude à la résonance, protège le sismographe et évite que le solide continue d'osciller après le passage de l'onde.