Histoire d'euros...

Bac S 2010 Inde (Pondichéry) (ancien programme) · Exercice 3 **6 points** **Durée conseillée 1 h 18**

1.1.1 Quel type de spectre obtient-on à partir d'une lampe à vapeur de mercure ?

Le gaz est monoatomique, à basse pression, et excité par une décharge électrique : la lumière émise ne contient que quelques radiations de longueurs d'onde bien définies.

On obtient un **spectre d'émission de raies** (spectre discontinu).

PIÈGE
Répondre seulement « spectre d'émission » est incomplet : un corps chaud donne aussi un spectre d'émission, mais continu. Les deux mots attendus sont « émission » et « raies ».

1.1.2 Sur un axe gradué en longueur d'onde (en nm), donner les limites du domaine visible dans le vide, puis situer les ultraviolets et les infrarouges.

Le domaine visible s'étend de 400 nm (violet) à 800 nm (rouge) environ.

Ultraviolets : $\lambda < 400$ nm ; visible : $400\ \text{nm} \leqslant \lambda \leqslant 800\ \text{nm}$; infrarouges : $\lambda > 800$ nm.

PIÈGE
Inverser les deux domaines. Les ultraviolets sont du côté des petites longueurs d'onde (au-delà du violet), les infrarouges du côté des grandes (au-delà du rouge).



1.1.2 · Axe des longueurs d'onde dans le vide

1.1.3 Un atome de mercure émet un photon de longueur d'onde dans le vide $\lambda_1 = 253{,}6$ nm. Calculer l'énergie de ce photon en joule puis en électronvolt.

Données utiles $h = 6{,}62 \times 10^{-34}\ \text{J} \cdot \text{s}$; $c = 3{,}00 \times 10^{8}\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$; $e = 1{,}60 \times 10^{-19}\ \text{C}$

Énergie d'un photon : $E = h\nu_1 = \dfrac{h\,c}{\lambda_1}$, avec λ_1 en mètre.

$$E = \frac{6{,}62 \times 10^{-34} \times 3{,}00 \times 10^{8}}{253{,}6 \times 10^{-9}} = 7{,}83 \times 10^{-19}\ \text{J}$$

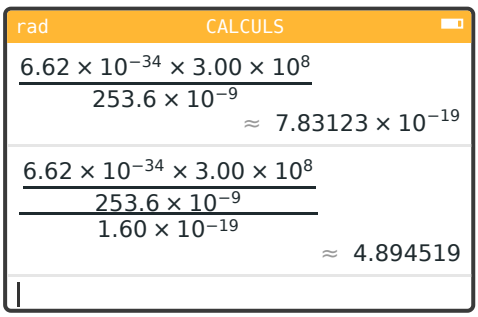
Comme $1\ \text{eV} = 1{,}60 \times 10^{-19}\ \text{J}$: $E = \dfrac{7{,}83 \times 10^{-19}}{1{,}60 \times 10^{-19}} = 4{,}89\ \text{eV}$

$E = 7{,}83 \times 10^{-19}\ \text{J} = 4{,}89\ \text{eV}$

PIÈGE
Laisser λ_1 en nanomètre : le résultat est alors faux d'un facteur 10^9. Pour passer des joules aux électronvolts, on divise par $1{,}60 \times 10^{-19}$, on ne multiplie pas.

COMPRENDRE
Trois chiffres significatifs : h, c et e en ont trois, λ_1 en a quatre ; le résultat suit la donnée la moins précise.

À LA CALCULATRICE



1.1.4 Expliquer succinctement l'utilité d'une lampe à vapeur de mercure dans la recherche des faux billets.

Données utiles $\lambda_1 = 253{,}6$ nm

La lampe émet une radiation ultraviolette bien définie ($\lambda_1 = 253{,}6\ \text{nm} < 400\ \text{nm}$). Elle seule peut exciter les nanopigments incorporés aux encres des vrais billets, qui émettent alors par fluorescence une lumière rouge ou verte.

Un billet éclairé par la lampe qui ne prend pas de teinte rouge ou verte ne contient pas les nanopigments : il est faux.

COMPRENDRE
La fluorescence transforme un rayonnement invisible en lumière visible : le pigment absorbe un photon ultraviolet, puis réémet un photon moins énergétique, de longueur d'onde plus grande.

1.2.1 Que représentent le niveau $E_0 = -10{,}44$ eV et les niveaux E_1, E_2, E_3, E_4 ?

E_0 est le niveau d'énergie le plus bas de l'atome : c'est son état le plus stable.

E_0 : **état fondamental** ; E_1, E_2, E_3, E_4 : **états excités** de l'atome de mercure.

COMPRENDRE
Le niveau 0 eV correspond à l'atome ionisé : l'électron est arraché. Toutes les énergies de l'atome sont donc négatives, et seules ces valeurs précises sont permises (énergie quantifiée).

1.2.2 À l'aide du diagramme et de la question 1.1.3, expliquer l'émission d'un photon de longueur d'onde dans le vide $\lambda_1 = 253{,}6$ nm.

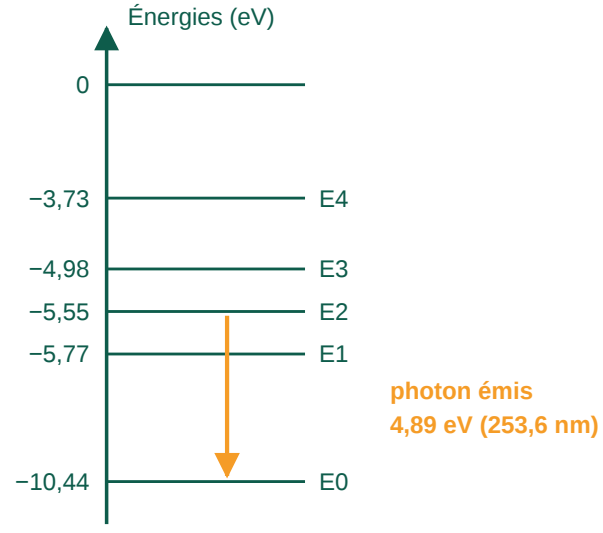
Données utiles $E = 4{,}89$ eV (1.1.3) ; $E_0 = -10{,}44$ eV ; $E_2 = -5{,}55$ eV

Un atome excité qui redescend vers un niveau inférieur émet un photon dont l'énergie est égale à l'écart entre les deux niveaux.

On cherche deux niveaux séparés de 4,89 eV :

$$E_2 - E_0 = -5{,}55 - (-10{,}44) = 4{,}89\ \text{eV}$$

Le photon de longueur d'onde λ_1 est émis lorsque l'atome passe de l'état excité E_2 à l'état fondamental E_0.

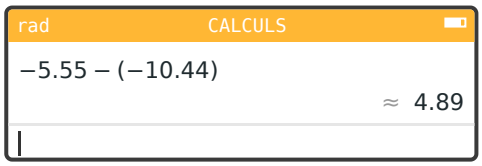


1.2.2 · Diagramme du sujet avec la transition qui émet le photon

PIÈGE
Dessiner la flèche vers le haut. Pour une émission, l'atome perd de l'énergie : la flèche part du niveau supérieur et pointe vers le niveau inférieur.

MÉTHODE
Convertir d'abord l'énergie du photon en eV, puis tester les différences entre niveaux du diagramme. Une seule convient ici : $E_1 - E_0 = 4{,}67$ eV et $E_3 - E_0 = 5{,}46$ eV ne donnent pas 4,89 eV.

À LA CALCULATRICE



1.2.3 Un atome de mercure dans son état fondamental reçoit un photon d'énergie 4,89 eV. Que se passe-t-il ?

Données utiles $E_2 - E_0 = 4{,}89$ eV (1.2.2)

L'énergie du photon est exactement égale à l'écart $E_2 - E_0$ entre l'état fondamental et un état excité : le photon peut être absorbé.

L'atome absorbe le photon et passe de l'état fondamental E_0 à l'état excité E_2.

COMPRENDRE
Un photon dont l'énergie ne correspond à aucun écart entre E_0 et un niveau excité (4,80 eV par exemple) ne serait pas absorbé. L'état excité est instable : l'atome se désexcite ensuite en réémettant un photon.

2.1 Sur quelle électrode a lieu le dépôt de cuivre ?

Le but de l'électrolyse est de recouvrir le flan. Le cuivre métallique se forme par réduction des ions Cu^{2+}, ce qui consomme des électrons : ils sont fournis par la borne négative du générateur, à laquelle le flan est relié.

Le dépôt de cuivre a lieu sur le **flan en acier**, relié à la borne $-$ du générateur (cathode).

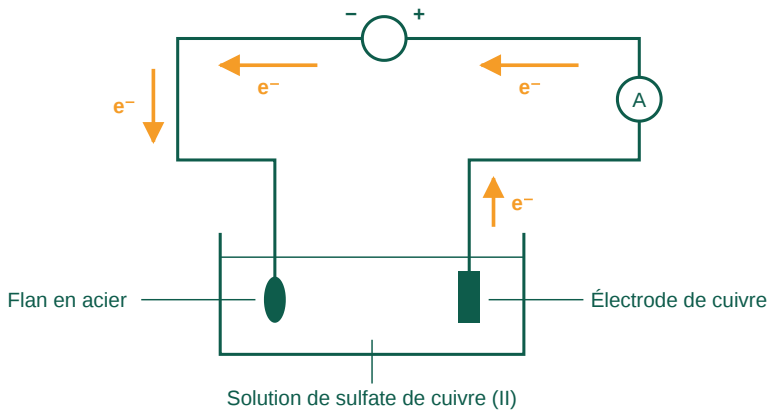
MÉTHODE
Dans une électrolyse, le générateur impose le sens du courant. L'électrode reliée à sa borne $-$ reçoit des électrons : c'est la cathode, siège de la réduction. L'électrode reliée à la borne $+$ est l'anode, siège de l'oxydation.

2.2 Indiquer sur le schéma de l'annexe le sens de circulation des électrons dans les fils électriques.

Dans les fils, les électrons circulent en sens inverse du courant : ils sortent par la borne $-$ du générateur et rentrent par sa borne $+$.

Les électrons vont de la borne $-$ du générateur vers le flan en acier, et de l'électrode de cuivre vers la borne $+$ en traversant l'ampèremètre.

PIÈGE
Flécher le sens du courant à la place de celui des électrons : le courant sort par la borne $+$, les électrons par la borne $-$. Aucun électron ne circule dans la solution, où ce sont les ions qui se déplacent.



2.2 · Annexe complétée : sens de circulation des électrons

2.3 Écrire les équations et nommer les réactions qui se déroulent aux électrodes, le seul couple mis en jeu étant Cu^{2+}/Cu.

Sur le flan en acier (cathode), les ions cuivre (II) de la solution captent des électrons : $Cu^{2+}(aq) + 2\,e^- = Cu(s)$. C'est une **réduction**.

Sur l'électrode de cuivre (anode), le métal cède des électrons : $Cu(s) = Cu^{2+}(aq) + 2\,e^-$. C'est une **oxydation**.

Flan : réduction $Cu^{2+}(aq) + 2\,e^- = Cu(s)$; électrode de cuivre : oxydation $Cu(s) = Cu^{2+}(aq) + 2\,e^-$.

COMPRENDRE
L'électrode de cuivre est dite « soluble » car elle se consomme. Elle libère autant d'ions Cu^{2+} que le flan en consomme : la concentration de la solution reste constante.

2.4 Exprimer la surface du flan à recouvrir, en déduire le volume de métal à déposer, puis montrer que $m(\text{Cu}) = \dfrac{\pi\, e\, d^2\, \mu(\text{Cu})}{2} + \pi\, e\, \ell\, d\, \mu(\text{Cu})$ et que sa valeur est 0,18 g.

Données utiles $d = 21$ mm ; $\ell = 1{,}5$ mm ; $e = 25\ \mu$m ; $\mu(\text{Cu}) = 8{,}9 \times 10^3\ \text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$

Le flan est un cylindre : deux disques de rayon $\dfrac{d}{2}$ et une surface latérale de périmètre πd et de hauteur ℓ.

$$S = 2 \times \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2 + \pi\, d\, \ell = \frac{\pi\, d^2}{2} + \pi\, d\, \ell$$

La couche est très mince ($e \ll d$) : son volume est $V = S \times e = \dfrac{\pi\, e\, d^2}{2} + \pi\, e\, \ell\, d$.

Masse de cuivre : $m(\text{Cu}) = \mu(\text{Cu}) \times V = \dfrac{\pi\, e\, d^2\, \mu(\text{Cu})}{2} + \pi\, e\, \ell\, d\, \mu(\text{Cu})$

Faces : $\dfrac{\pi \times 25 \times 10^{-6} \times (21 \times 10^{-3})^2 \times 8{,}9 \times 10^3}{2} = 1{,}54 \times 10^{-4}$ kg

Tranche : $\pi \times 25 \times 10^{-6} \times 1{,}5 \times 10^{-3} \times 21 \times 10^{-3} \times 8{,}9 \times 10^3 = 0{,}22 \times 10^{-4}$ kg

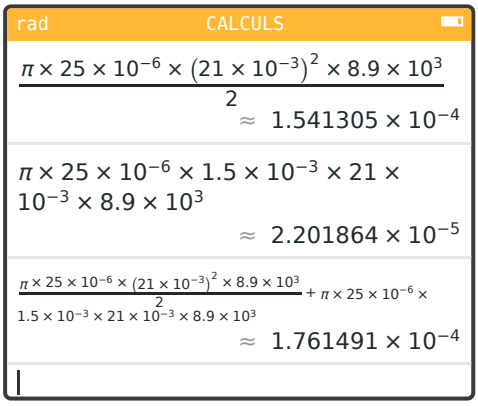
Somme : $m(\text{Cu}) = 1{,}54 \times 10^{-4} + 0{,}22 \times 10^{-4} = 1{,}76 \times 10^{-4}$ kg

$m(\text{Cu}) = 1{,}8 \times 10^{-4}$ kg $= 0{,}18$ g : on retrouve bien la valeur annoncée.

PIÈGE
Oublier l'une des deux faces, ou la tranche. Toutes les longueurs se convertissent en mètre ($25\ \mu\text{m} = 25 \times 10^{-6}$ m) car la masse volumique est en $\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$; le résultat sort alors en kilogramme.

COMPRENDRE
La lettre e désigne ici l'épaisseur du dépôt, et non plus la charge élémentaire de la partie I. Les deux faces portent l'essentiel du dépôt, la tranche environ un huitième.

À LA CALCULATRICE



2.5 Calculer la charge électrique Q qui a traversé le circuit pendant la durée de l'électrolyse.

Données utiles $m(\text{Cu}) = 0{,}18$ g (2.4) ; $M(\text{Cu}) = 63{,}5\ \text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$; $F = 96\,500\ \text{C}\cdot\text{mol}^{-1}$

D'après $\text{Cu}^{2+}(\text{aq}) + 2\,\text{e}^- = \text{Cu}(\text{s})$, il faut deux moles d'électrons par mole de cuivre déposé :

$$n(e^-) = 2\, n(\text{Cu}) = \frac{2\, m(\text{Cu})}{M(\text{Cu})}$$

La charge transportée par ces électrons est $Q = n(e^-) \times F$, donc :

$$Q = \frac{2\, m(\text{Cu})\, F}{M(\text{Cu})} = \frac{2 \times 0{,}18 \times 96\,500}{63{,}5} = 5{,}5 \times 10^2\ \text{C}$$

$Q = 5{,}5 \times 10^2$ C

PIÈGE
Oublier le facteur 2 : chaque ion Cu^{2+} capte deux électrons. La masse reste en gramme ici, puisque la masse molaire est en $\text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$.

COMPRENDRE
Le faraday est la charge d'une mole d'électrons. Le résultat est donné avec deux chiffres significatifs, comme la masse 0,18 g.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$$\frac{2 \times 0.18 \times 96\,500}{63.5} \approx 547.0866$$

2.6 Calculer la durée Δt de cette électrolyse.

Données utiles $I = 5{,}0$ A ; Q (2.5)

L'intensité est constante : $Q = I \times \Delta t$, donc

$$\Delta t = \frac{Q}{I} = \frac{2\,m(\text{Cu})\,F}{M(\text{Cu})\,I} = \frac{2 \times 0{,}18 \times 96\,500}{63{,}5 \times 5{,}0} = 1{,}1 \times 10^2 \text{ s}$$

$\Delta t = 1{,}1 \times 10^2$ s, soit un peu moins de deux minutes.

MÉTHODE

Chaîne à retenir pour toute électrolyse ou pile : masse → quantité de matière → quantité d'électrons (demi-équation) → charge $Q = n(e^-)\,F$ → durée par $Q = I\,\Delta t$.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$$\frac{2 \times 0.18 \times 96\,500}{63.5 \times 5.0} \approx 109.4173$$