L'atome d'hydrogène

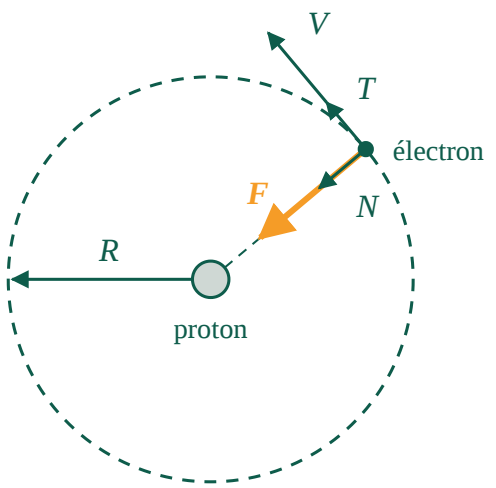
Bac S 2010 Antilles-Guyane rattrapage (ancien programme) · Exercice 3 **4 points** **Durée conseillée 52 min**

1.1 Représenter sur le schéma de l'annexe la force d'interaction électrostatique $\vec{F}$ subie par l'électron.

$\vec{F} = k\,\frac{e^2}{R^2}\,\vec{N}$ avec $k\,\frac{e^2}{R^2} > 0$: la force a la direction et le sens de $\vec{N}$.

$\vec{F}$ est tracée à partir de l'électron, le long du rayon, et pointe vers le proton (force centripète).

PIÈGE
Faire partir la flèche du proton. La force s'exerce sur l'électron : son point d'application est l'électron.



1.1 · Annexe complétée : la force est portée par N, dirigée de l'électron vers le proton

1.2 Déterminer l'unité de la constante k, sachant que la charge e s'exprime en coulomb.

En valeur : $F = k\,\frac{e^2}{R^2}$, donc $k = \frac{F\,R^2}{e^2}$.

F est en newton (N), R en mètre (m) et e en coulomb (C).

k s'exprime en $\mathrm{N \cdot m^2 \cdot C^{-2}}$.

MÉTHODE
Pour l'unité d'une constante : l'isoler dans la relation, puis remplacer chaque grandeur par son unité.

1.3 Pour un mouvement circulaire uniforme, écrire le vecteur accélération $\vec{a}$ dans la base $(\vec{T}, \vec{N})$ en fonction de V et de R.

Dans la base mobile : $\vec{a} = \frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}t}\,\vec{T} + \frac{V^2}{R}\,\vec{N}$. Le mouvement est uniforme, donc $\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}t} = 0$.

$\vec{a} = \frac{V^2}{R}\,\vec{N}$

COMPRENDRE
La valeur de la vitesse est constante, mais sa direction change sans cesse : l'accélération n'est pas nulle, elle est dirigée vers le centre.

1.4 En appliquant une loi dont on donnera le nom, montrer que $V = e\sqrt{\dfrac{k}{mR}}$.

Système : l'électron, de masse m. Référentiel : lié au proton, supposé galiléen. Seule force prise en compte : $\vec{F}$ (le poids de l'électron est négligeable devant elle).

Deuxième loi de Newton : $\vec{F} = m\,\vec{a}$, soit $k\,\dfrac{e^2}{R^2}\,\vec{N} = m\,\dfrac{V^2}{R}\,\vec{N}$.

Selon $\vec{N}$: $k\,\dfrac{e^2}{R^2} = m\,\dfrac{V^2}{R}$, donc $V^2 = \dfrac{k\,e^2}{m\,R}$.

$V = e\sqrt{\dfrac{k}{mR}}$ (une valeur de vitesse est positive) : c'est l'expression attendue.

PIÈGE
Oublier de nommer la loi, le système ou le référentiel : la question demande explicitement le nom de la loi.

COMPRENDRE
Le poids vaut $mg \approx 9 \times 10^{-30}$ N, la force électrique $k\,e^2/R^2 \approx 8 \times 10^{-8}$ N : le poids est totalement négligeable.

1.5 Calculer la valeur de la vitesse V de l'électron.

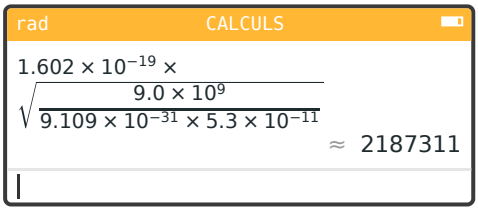
Données utiles $m = 9{,}109 \times 10^{-31}$ kg ; $e = 1{,}602 \times 10^{-19}$ C ; $R = 5{,}3 \times 10^{-11}$ m ; $k = 9{,}0 \times 10^{9}$ SI

$$V = e\sqrt{\frac{k}{mR}} = 1{,}602 \times 10^{-19} \times \sqrt{\frac{9{,}0 \times 10^{9}}{9{,}109 \times 10^{-31} \times 5{,}3 \times 10^{-11}}}$$

$V = 2{,}2 \times 10^{6}\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme les données les moins précises (R et k). La vitesse trouvée reste très inférieure à $c = 3{,}00 \times 10^{8}\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$.

À LA CALCULATRICE



1.6 À partir de l'expression de V, déterminer l'expression littérale de l'énergie cinétique E_C de l'électron.

$E_C = \dfrac{1}{2}\,m\,V^2$ avec $V^2 = \dfrac{k\,e^2}{m\,R}$, donc $E_C = \dfrac{1}{2}\,m \times \dfrac{k\,e^2}{m\,R}$.

$E_C = \dfrac{k\,e^2}{2R}$

COMPRENDRE
La masse se simplifie : dans ce modèle, l'énergie cinétique ne dépend que du rayon de l'orbite.

1.7 Calculer la valeur de l'énergie cinétique, puis la convertir en électron-volt.

Données utiles $k = 9{,}0 \times 10^{9}$ SI ; $e = 1{,}602 \times 10^{-19}$ C ; $R = 5{,}3 \times 10^{-11}$ m ; $1\ \mathrm{eV} = 1{,}602 \times 10^{-19}$ J

$$E_C = \frac{k\,e^2}{2R} = \frac{9{,}0 \times 10^{9} \times (1{,}602 \times 10^{-19})^2}{2 \times 5{,}3 \times 10^{-11}} = 2{,}2 \times 10^{-18}\ \mathrm{J}$$

En électron-volt : $E_C = \dfrac{2{,}179 \times 10^{-18}}{1{,}602 \times 10^{-19}} = 13{,}6$, arrondi à deux chiffres significatifs.

$E_C = 2{,}2 \times 10^{-18}\ \mathrm{J} \approx 14\ \mathrm{eV}$

PIÈGE
Convertir à partir de la valeur arrondie $2{,}2 \times 10^{-18}$ J. Il faut garder la valeur non arrondie pour la suite du calcul.

MÉTHODE
De joule en électron-volt, on divise par $1{,}602 \times 10^{-19}$; d'électron-volt en joule, on multiplie.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$$\frac{9.0 \times 10^{9} \times (1.602 \times 10^{-19})^{2}}{2 \times 5.3 \times 10^{-11}} \approx 2.179022 \times 10^{-18}$$

$$\frac{2.179022264 \times 10^{-18}}{1.602 \times 10^{-19}} \approx 13.60189$$

2.1 Expliquer succinctement ce que signifie l'adjectif « quantifié », en comparant avec l'énergie en mécanique de Newton.

En mécanique de Newton, l'énergie d'un système (un satellite autour d'une planète, par exemple) peut prendre n'importe quelle valeur : elle varie de façon continue.

« Quantifiée » : l'énergie de l'atome ne peut prendre que certaines valeurs bien précises, séparées les unes des autres (valeurs discrètes).

COMPRENDRE
Conséquence : l'atome ne peut échanger que des quantités d'énergie précises, égales à l'écart entre deux niveaux. C'est l'origine des spectres de raies.

2.2 Compléter le tableau de l'annexe : énergie de l'atome et rayon de l'orbite (en multiple de a_0) pour $n = 4$ et $n = 5$.

Données utiles $E_n = \dfrac{-13{,}6}{n^2}$ (en eV) ; $r_n = a_0\, n^2$

$E_4 = \dfrac{-13{,}6}{4^2} = -0{,}850$ eV et $r_4 = 4^2\, a_0 = 16\, a_0$.

$E_5 = \dfrac{-13{,}6}{5^2} = -0{,}544$ eV et $r_5 = 5^2\, a_0 = 25\, a_0$.

$E_4 = -0{,}850$ eV, $r_4 = 16\, a_0$; $E_5 = -0{,}544$ eV, $r_5 = 25\, a_0$

n	1	2	3	4	5
E_n (eV)	−13,6	−3,40	−1,51	**−0,850**	**−0,544**
r_n	ao	4ao	9ao	**16ao**	**25ao**

2.2 · Annexe complétée (valeurs ajoutées en orange)

PIÈGE
Perdre le signe « − » de l'énergie, ou diviser par n au lieu de n^2.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$$\frac{-13.6}{4^2} \approx -0.85$$

$$\frac{-13.6}{5^2} \approx -0.544$$

2.3 Vers quelles valeurs évoluent l'énergie E_n et le rayon r_n lorsque n devient très grand ?

Quand n devient très grand, n^2 devient très grand : le quotient $\dfrac{-13{,}6}{n^2}$ se rapproche de zéro (par valeurs négatives) et le produit $a_0\, n^2$ augmente sans limite.

E_n tend vers 0 eV et r_n tend vers l'infini.

COMPRENDRE
L'énergie nulle correspond à un électron infiniment éloigné du proton : il n'est plus lié au noyau.

2.4 Quelle énergie minimale faut-il fournir à l'atome pour « libérer » l'électron du puits ?

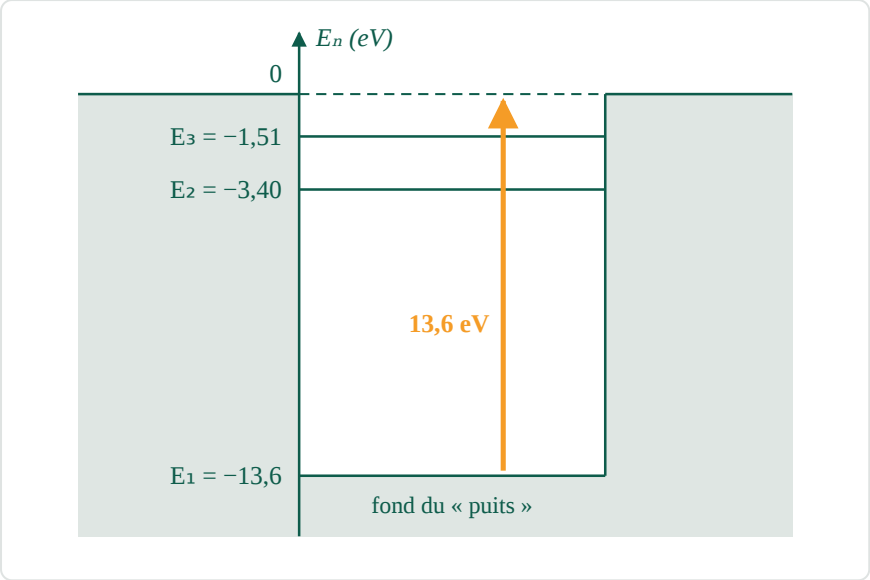
Données utiles $E_1 = -13{,}6$ eV (fond du puits)

L'électron est libéré lorsque l'énergie de l'atome atteint 0 eV. À partir de l'état fondamental :

$E_{\text{min}} = 0 - E_1 = 0 - (-13{,}6)$

$E_{\text{min}} = 13{,}6$ eV

PIÈGE
Répondre « $-13{,}6$ eV ». Une énergie à fournir est positive : c'est l'écart entre le niveau d'arrivée et le niveau de départ.



2.4 · Le « puits » de l'annexe : énergie à fournir depuis le niveau fondamental

2.5 Quelle modification subit l'atome d'hydrogène si l'électron est « libéré » du puits ?

L'atome d'hydrogène ne possède qu'un électron ; s'il le perd, il ne reste que le proton.

L'atome est ionisé : il devient l'ion H^+ (un cation).

COMPRENDRE
L'énergie de 13,6 eV trouvée à la question 2.4 est donc l'énergie d'ionisation de l'atome d'hydrogène.

2.6 L'atome, dans son état de plus basse énergie E_1, reçoit une énergie $\Delta E = 10{,}2$ eV. Dans quel état énergétique se retrouve-t-il ?

Données utiles $E_1 = -13{,}6$ eV ; $E_2 = -3{,}40$ eV

L'énergie de l'atome devient : $E = E_1 + \Delta E = -13{,}6 + 10{,}2 = -3{,}4$ eV.

Cette valeur est celle du niveau $n = 2$ du tableau.

L'atome se retrouve dans l'état d'énergie $E_2 = -3{,}40$ eV (premier état excité).

COMPRENDRE
L'énergie reçue correspond exactement à l'écart $E_2 - E_1$: c'est ce qui permet le passage d'un niveau à l'autre.

2.7 L'atome revient à son état de plus basse énergie en émettant un photon. Déterminer la fréquence de ce photon, puis sa longueur d'onde dans le vide.

Données utiles $\Delta E = 10{,}2$ eV ; $h = 6{,}62 \times 10^{-34}$ J · s ; $c = 3{,}00 \times 10^{8}$ m · s^{-1} ; 1 eV $= 1{,}602 \times 10^{-19}$ J

Le photon emporte l'énergie perdue par l'atome : $\Delta E = E_2 - E_1 = 10{,}2$ eV, et $\Delta E = h\nu$ avec ΔE en joule.

$$\nu = \frac{\Delta E}{h} = \frac{10{,}2 \times 1{,}602 \times 10^{-19}}{6{,}62 \times 10^{-34}} = 2{,}47 \times 10^{15} \text{ Hz}$$

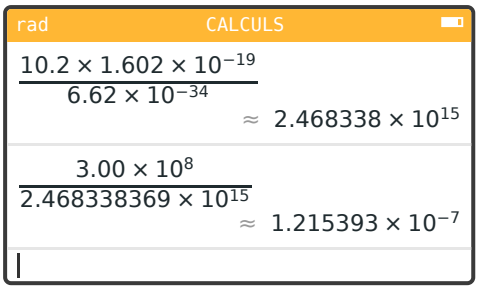
$$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{3{,}00 \times 10^{8}}{2{,}468 \times 10^{15}} = 1{,}22 \times 10^{-7} \text{ m}$$

$\nu = 2{,}47 \times 10^{15}$ Hz et $\lambda = 1{,}22 \times 10^{-7}$ m $= 122$ nm

PIÈGE
Laisser ΔE en électron-volt dans $\Delta E = h\nu$: la constante h est en J · s, l'énergie doit être en joule.

PIÈGE
Calculer λ avec la fréquence arrondie $2{,}47 \times 10^{15}$ Hz donne 121 nm. On reprend la valeur non arrondie.

À LA CALCULATRICE



2.8 À quel domaine spectral appartient la radiation émise ?

Données utiles $\lambda = 122$ nm (2.7)

Le domaine visible s'étend d'environ 400 nm à 800 nm dans le vide. Ici $\lambda = 122 \text{ nm} < 400 \text{ nm}$.

La radiation émise appartient au domaine ultraviolet.

MÉTHODE

Repères à connaître : ultraviolet en dessous de 400 nm, visible de 400 à 800 nm, infrarouge au-dessus de 800 nm.