Les systèmes électriques

Bac S 2010 Amérique du Nord (ancien programme) · Exercice 3 **5,5 points** **Durée conseillée 1 h 05**

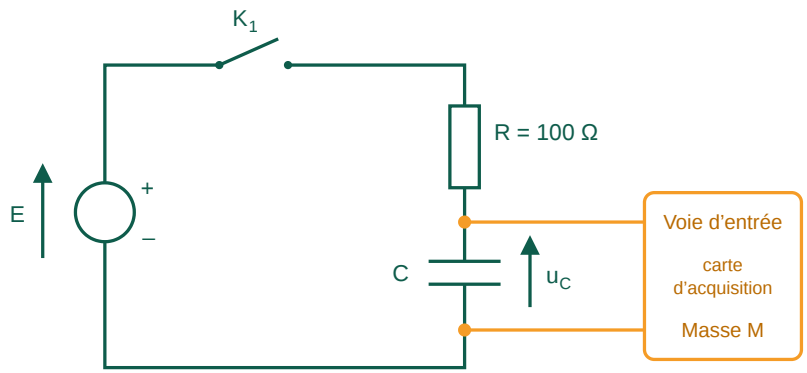
1.1 Reproduire le schéma et indiquer où brancher la masse M et la voie d'entrée de la carte d'acquisition pour étudier u_C. Quel phénomène physique l'enregistrement met-il en évidence ?

Voir le schéma : la masse M est reliée à l'armature du condensateur située du côté de la borne « – » du générateur, la voie d'entrée à l'autre armature (point commun à R et à C). La carte mesure ainsi la tension u_C, dans le sens de la flèche.

À la fermeture de K_1, la tension u_C augmente progressivement de 0 jusqu'à une valeur constante.

L'enregistrement met en évidence la **charge du condensateur** à travers la résistance R.

PIÈGE
Inverser masse et voie d'entrée : la carte mesure le potentiel de la voie par rapport à la masse, on enregistrerait alors $-u_C$.



1.1 · Montage du sujet, avec les branchements de la carte d'acquisition (en orange)

1.2 À partir de la courbe 1, indiquer la valeur E de la tension aux bornes du générateur. Justifier.

Pour t grand, $e^{-t/\tau}$ tend vers 0, donc $u_C = E\,(1 - e^{-t/\tau})$ tend vers E : le palier de la courbe donne E.

Sur la courbe 1, à partir de $t \approx 0{,}03$ s, u_C reste constante et égale à $2{,}0$ V.

$E = 2{,}0$ V

COMPRENDRE
Condensateur chargé : plus aucun courant ne circule, la tension aux bornes de R est nulle ($u_R = R\,i = 0$) et la loi des mailles donne $u_C = E$.

1.3.1 Montrer que la tension u_C atteint 63 % de sa valeur maximale au bout du temps caractéristique τ.

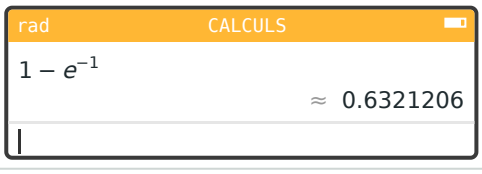
La valeur maximale de u_C est E. À la date $t = \tau$:

$$u_C(\tau) = E\,(1 - e^{-\tau/\tau}) = E\,(1 - e^{-1})$$

Or $1 - e^{-1} = 0{,}63$.

$u_C(\tau) = 0{,}63\,E$: à $t = \tau$, la tension vaut 63 % de sa valeur maximale.

À LA CALCULATRICE



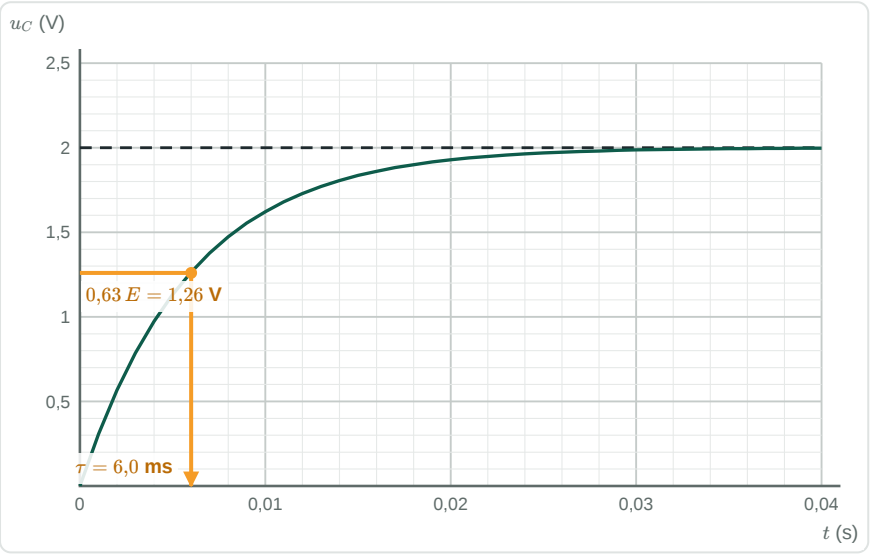
1.3.2 Déterminer la valeur de τ et en déduire la valeur de la capacité C du condensateur.

Données utiles $E = 2{,}0$ V (1.2) ; $R = 100\ \Omega$; $\tau = RC$

$u_C(\tau) = 0{,}63 \times 2{,}0 = 1{,}26$ V. Sur la courbe 1, cette tension est atteinte à la date $\tau = 6{,}0 \times 10^{-3}$ s.

Comme $\tau = RC$: $\quad C = \dfrac{\tau}{R} = \dfrac{6{,}0 \times 10^{-3}}{100} = 6{,}0 \times 10^{-5}$ F

$\tau = 6{,}0$ ms et $C = 6{,}0 \times 10^{-5}$ F $= 60\ \mu$F

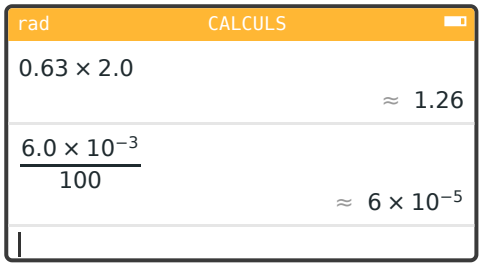


1.3.2 · Courbe 1 du sujet : lecture de τ à 63 % du palier

PIÈGE
Laisser τ en millisecondes dans le calcul : avec R en ohms, il faut τ en secondes pour obtenir C en farads.

COMPRENDRE
Une lecture graphique ne donne guère plus de deux chiffres significatifs : τ, donc C, s'écrivent avec deux chiffres. La valeur trouvée est bien celle annoncée dans la partie 3.

À LA CALCULATRICE



2.1 Quel phénomène physique l'enregistrement met-il en évidence, et quel élément du circuit en est responsable ?

À la fermeture de K_1, l'intensité ne prend pas instantanément sa valeur finale : elle croît progressivement de 0 jusqu'à une valeur constante.

L'enregistrement montre le **retard à l'établissement du courant**, dû à la **bobine**, qui s'oppose aux variations de l'intensité.

COMPRENDRE
La bobine (circuits RL et RLC) relevait de l'ancien programme ; la spécialité actuelle ne traite que le circuit RC. Les méthodes restent les mêmes : constante de temps, régime transitoire, régime permanent.

2.2 Établir, à partir de l'équation (1), l'expression de l'intensité I en régime permanent. Donner sa valeur numérique et en déduire la résistance r de la bobine.

Données utiles $E = 2{,}0$ V (1.2) ; $R = 100\ \Omega$

En régime permanent, $i = I$ est constante, donc $\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} = 0$. L'équation (1) devient $E = (R + r)\,I$, soit

$$I = \frac{E}{R + r}$$

Sur la courbe 2, le palier vaut $I = 18\ \text{mA} = 18 \times 10^{-3}$ A.

On en tire $R + r = \dfrac{E}{I}$, donc $r = \dfrac{E}{I} - R = \dfrac{2{,}0}{18 \times 10^{-3}} - 100$

$I = \dfrac{E}{R + r} = 18$ mA et $r = 11\ \Omega$

PIÈGE
Oublier de convertir les milliampères en ampères : on trouverait r négatif, ce qui doit alerter.

COMPRENDRE
r est la différence de deux nombres voisins (111 et 100) : une lecture de I à 0,5 mA près la modifie de plusieurs ohms. Seul l'ordre de grandeur, une dizaine d'ohms, est sûr.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$\dfrac{2.0}{18\times10^{-3}}-100$

$\approx$ 11.11111

2.3 Quelle est la valeur du courant à $t=0$ s ? Comment s'écrit alors l'équation (1) ? Montrer qu'à $t=0$ s, $\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}=\dfrac{I}{\tau'}$ avec $\tau'=\dfrac{L}{R+r}$.

La courbe 2 passe par l'origine : $i(0)=0$ A.

Le terme $(R+r)\,i$ est alors nul et l'équation (1) s'écrit, à $t=0$:

$$E=L\left(\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}\right)_{t=0}$$

Or, d'après la question 2.2, $E=(R+r)\,I$. Donc :

$$\left(\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}\right)_{t=0}=\frac{E}{L}=\frac{(R+r)\,I}{L}=\frac{I}{\dfrac{L}{R+r}}$$

À $t=0$: $\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}=\dfrac{I}{\tau'}$ avec $\tau'=\dfrac{L}{R+r}$

COMPRENDRE

$\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$ à $t=0$ est la pente de la tangente à l'origine. Cette tangente, d'équation $i=\dfrac{I}{\tau'}t$, atteint donc la valeur I à la date $t=\tau'$.

2.4 Vérifier que $\dfrac{L}{R+r}$ est homogène à un temps. Déterminer graphiquement τ' et en déduire la valeur de l'inductance L de la bobine.

Données utiles $I=18$ mA et $r=11\ \Omega$ (2.2) ; $R=100\ \Omega$

Analyse dimensionnelle. Loi d'Ohm, $u=R\,i$: $[R]=[U]\cdot[I]^{-1}$. Pour une bobine idéale, $u=L\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$: $[L]=[U]\cdot[T]\cdot[I]^{-1}$.

$$\left[\frac{L}{R+r}\right]=\frac{[U]\cdot[T]\cdot[I]^{-1}}{[U]\cdot[I]^{-1}}=[T]$$

Le rapport $\dfrac{L}{R+r}$ a bien la dimension d'un temps.

Lecture graphique. Comme pour le circuit RC, $i(\tau')=0{,}63\,I=0{,}63\times18=11$ mA. Sur la courbe 2, cette intensité est atteinte à $\tau'=3{,}3\times10^{-3}$ s.

Inductance. $L=\tau'\,(R+r)=3{,}3\times10^{-3}\times(100+11)$

$\tau'=3{,}3$ ms et $L=0{,}37$ H

PIÈGE

Écrire $L=\tau'\times R$ en oubliant la résistance r de la bobine : c'est la résistance totale du circuit qui intervient.

MÉTHODE

Deux lectures possibles d'une constante de temps : l'abscisse du point à 63 % du palier, ou l'abscisse du point où la tangente à l'origine coupe l'asymptote. La première est plus précise, la tangente étant délicate à tracer.

À LA CALCULATRICE

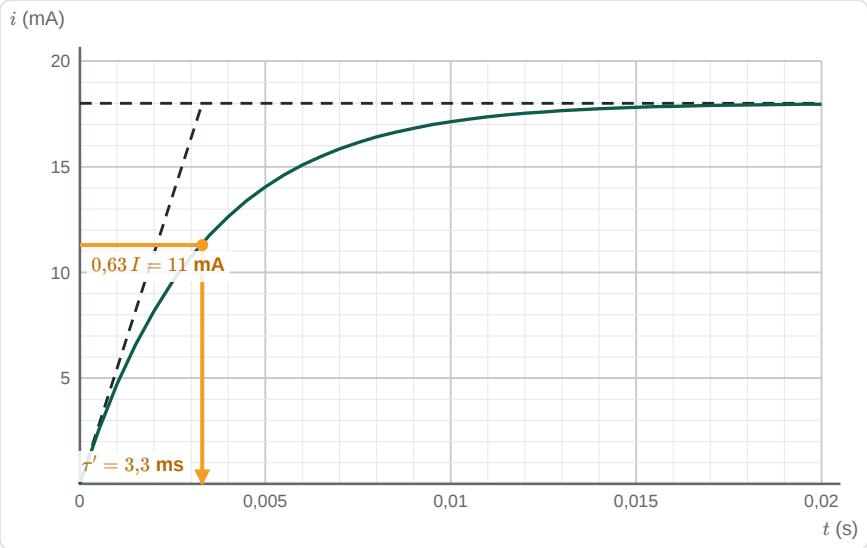
rad CALCULS

0.63×18

$\approx$ 11.34

$3.3\times10^{-3}\times(100+11)$

$\approx$ 0.3663



2.4 · Courbe 2 du sujet : lecture de τ' à 63 % de I ; la tangente à l'origine (tirets) coupe l'asymptote à la même date

3.1 Caractériser du point de vue énergétique l'enregistrement obtenu. Les oscillations observées sont-elles périodiques ? Pourquoi les qualifie-t-on d'oscillations libres ?

Énergie. Le condensateur et la bobine échangent sans cesse de l'énergie : l'énergie électrique $\frac{1}{2}\,C\,u_C^2$ du condensateur se convertit en énergie magnétique $\frac{1}{2}\,L\,i^2$ de la bobine, et inversement. À chaque échange, une partie est dissipée par effet Joule dans la résistance r de la bobine : l'énergie totale du circuit diminue, d'où l'amortissement.

Périodicité. L'amplitude de u_C décroît d'une oscillation à la suivante : la tension ne reprend jamais la même valeur maximale. Les oscillations ne sont pas périodiques, elles sont **pseudo-périodiques**.

Oscillations libres. Interrupteur en position 2, le circuit ne contient plus de générateur : il évolue seul, sans apport d'énergie extérieur, à partir de l'énergie stockée au départ dans le condensateur.

Oscillations **amorties** (énergie dissipée par effet Joule), **pseudo-périodiques**, et **libres** car aucun générateur n'alimente le circuit.

COMPRENDRE
À $t = 0$, $u_C = 2{,}0$ V : c'est la tension E du générateur qui a chargé le condensateur en position 1. Toute l'énergie est alors dans le condensateur, car $i = 0$.

3.2 Mesurer la pseudo-période T des oscillations. En l'assimilant à la période propre $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$, déterminer l'inductance de la bobine et la comparer à la valeur trouvée précédemment.

Données utiles $C = 60\ \mu\text{F} = 60 \times 10^{-6}$ F ; $L = 0{,}37$ H (2.4)

Sur la courbe 3, trois pseudo-périodes séparent le maximum initial ($t = 0$) du quatrième maximum ($t = 0{,}090$ s) : $3T = 0{,}090$ s, donc $T = 0{,}030$ s.

Avec $T = T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$: $T^2 = 4\pi^2\,L\,C$, soit

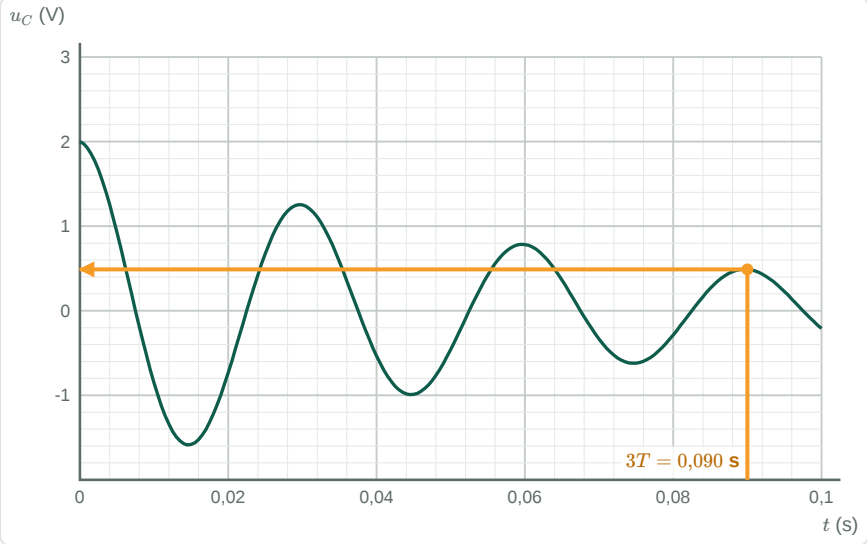
$$L = \frac{T^2}{4\pi^2\,C} = \frac{0{,}030^2}{4\pi^2 \times 60 \times 10^{-6}} = 0{,}38\ \text{H}$$

L'écart relatif avec la valeur de la question 2.4 est $\dfrac{0{,}38 - 0{,}37}{0{,}37} \approx 3\ \%$: les deux déterminations concordent, compte tenu de la précision des lectures graphiques.

$T = 0{,}030$ s et $L = 0{,}38$ H, valeur compatible avec $0{,}37$ H.

PIÈGE
Oublier d'élever T au carré, ou laisser C en microfarads : on obtient une inductance sans rapport avec celle de la partie 2.

MÉTHODE
Mesurer plusieurs pseudo-périodes puis diviser : l'erreur de lecture est répartie sur trois oscillations au lieu d'une seule.



3.2 · Courbe 3 du sujet : trois pseudo-périodes entre le maximum initial et le quatrième maximum

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$$\frac{0.030^2}{4 \times \pi^2 \times 60 \times 10^{-6}} \approx 0.3799544$$

$$\frac{0.38 - 0.37}{0.37} \approx 0.02702703$$

3.3 Comment maintient-on constante l'énergie totale d'un oscillateur électrique ?

L'énergie diminue à cause de l'effet Joule dans les résistances du circuit. Pour la garder constante, on ajoute au circuit un dispositif d'entretien (montage dit « à résistance négative ») qui lui fournit à chaque instant une énergie égale à celle dissipée.

On **entretient** les oscillations : un dispositif apporte au circuit l'énergie perdue par effet Joule ; l'amplitude reste alors constante.

COMPRENDRE

Le dispositif d'entretien n'impose pas sa fréquence : le circuit oscille à sa période propre $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$, d'où une tension sinusoïdale stable en fréquence et en amplitude.