Corrigé complet — Bac S 2010 Centres étrangers (ancien programme)

Physique-chimie, enseignement de spécialité **20 points** **3 h 30**

Ex 1	**Synthèse d'un arome de fraise** Groupe caractéristique ester · Réaction d'estérification · Quantité de matière d'un liquide · Facteurs cinétiques et catalyse · Optimisation du rendement	2,5 pts	26 min	11 questions	p. 2
Ex 2	**étude d'une transformation chimique** Acide de Brönsted · Dilution · Tableau d'avancement · pH et ions oxonium · Taux d'avancement final · Conductivité d'une solution	4 pts	52 min	16 questions	p. 5
Ex 3	**Spécialité : Titrage des ions dans une eau minérale** Titrage conductimétrique · Titrage par précipitation · Équivalence et tableau d'avancement · Titrage complexométrique · Concentrations molaire et massique	4 pts	52 min	10 questions	p. 10
Ex 4	**Histoires de pêche** Poussée d'Archimède · Conservation de l'énergie mécanique · Deuxième loi de Newton · Mouvement dans un champ de pesanteur uniforme · Onde mécanique progressive · Célérité et retard	9,5 pts	1 h 57	22 questions	p. 14

Comment s'en servir. Fais d'abord le sujet en temps limité, puis corrige-toi exercice par exercice. À gauche de chaque question, sur les carreaux : ce qu'il faut écrire sur ta copie. À droite : les pièges, ce qu'il faut comprendre et les méthodes.

Synthèse d'un arome de fraise

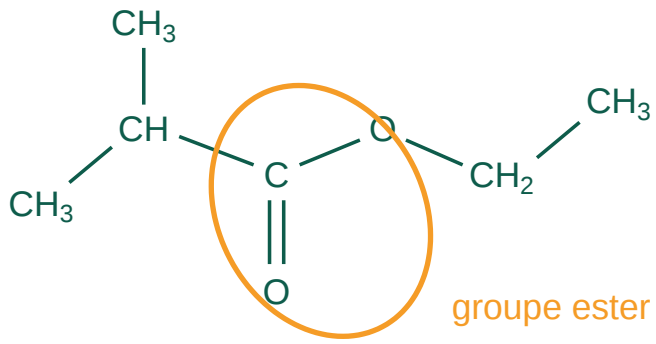
Bac S 2010 Centres étrangers (ancien programme) · Exercice 1 **2,5 points** **Durée conseillée 26 min**

1.1 Sur la formule semi-développée de l'ester (annexe, figure 1), entourer le groupe caractéristique de la fonction ester.

Le groupe caractéristique ester réunit l'atome de carbone, l'atome d'oxygène qui lui est doublement lié et l'atome d'oxygène qui le relie à la chaîne voisine.

Groupe entouré sur la figure 1 : $-\mathrm{COO}-$, c'est-à-dire C, $=\mathrm{O}$ et $-\mathrm{O}-$.

PIÈGE
N'entourer que $\mathrm{C}=\mathrm{O}$: c'est le groupe carbonyle. Sans le second atome d'oxygène, on ne désigne pas un ester.



1.1 · Figure 1 de l'annexe complétée : groupe ester entouré

1.2 Écrire la formule semi-développée de l'acide carboxylique A permettant de synthétiser cet ester.

Dans l'ester, la partie située du côté du carbone du groupe $-\mathrm{COO}-$ provient de l'acide : on la complète par un groupe hydroxyle $-\mathrm{OH}$.

Acide A (acide 2-méthylpropanoïque) : $\mathrm{CH_3-CH(CH_3)-COOH}$

MÉTHODE
Couper par la pensée la liaison $\mathrm{C}-\mathrm{O}$ simple du groupe ester. Le morceau qui garde $\mathrm{C}=\mathrm{O}$ vient de l'acide, le morceau qui garde l'oxygène vient de l'alcool. Le nom le confirme : « 2-méthylpropanoate » (acide) « d'éthyle » (alcool).

1.3 Indiquer le nom et la formule semi-développée de l'alcool B permettant de synthétiser cet ester.

Le groupe lié à l'atome d'oxygène de l'ester est le groupe éthyle $-\mathrm{CH_2-CH_3}$: l'alcool possède cette chaîne à deux atomes de carbone.

Alcool B : éthanol, $\mathrm{CH_3-CH_2-OH}$

1.4 Écrire l'équation de la réaction d'estérification correspondante.

Acide carboxylique + alcool = ester + eau :

$$\mathrm{CH_3-CH(CH_3)-COOH + CH_3-CH_2-OH}$$
$$= \mathrm{CH_3-CH(CH_3)-COO-CH_2-CH_3 + H_2O}$$

$\mathrm{A + B = ester + H_2O}$, avec les formules semi-développées ci-dessus.

PIÈGE
Oublier la molécule d'eau. Vérification rapide en formules brutes : $\mathrm{C_4H_8O_2 + C_2H_6O = C_6H_{12}O_2 + H_2O}$, les atomes sont conservés.

1.5 Citer deux caractéristiques des transformations associées à cette réaction.

L'estérification est une transformation **lente** et **limitée** (non totale : elle aboutit à un état d'équilibre).

COMPRENDRE
Elle est limitée parce que la réaction inverse, l'hydrolyse de l'ester, se produit en même temps. Elle est aussi athermique, mais deux caractéristiques suffisent.

2.1 Calculer la quantité de matière n_B d'alcool B introduite initialement dans le mélange.

Données utiles $V_B = 58{,}4$ mL ; $\mu_B = 0{,}789\ \text{g} \cdot \text{mL}^{-1}$; $M_B = 46{,}07\ \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$

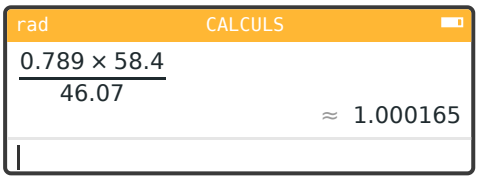
La masse d'alcool est $m_B = \mu_B V_B$, et $n_B = \dfrac{m_B}{M_B}$, donc :

$$n_B = \frac{\mu_B V_B}{M_B} = \frac{0{,}789 \times 58{,}4}{46{,}07}$$

$n_B = 1{,}00$ mol

COMPRENDRE
Trois chiffres significatifs, comme μ_B et V_B, les données les moins précises. La masse volumique est en $\text{g} \cdot \text{mL}^{-1}$ et le volume en mL : aucune conversion n'est nécessaire.

À LA CALCULATRICE



2.2 Le mélange réalisé est-il équimolaire ? Justifier la réponse.

Données utiles $n_A = 1{,}00$ mol ; $n_B = 1{,}00$ mol (2.1)

On a introduit $n_A = 1{,}00$ mol d'acide et $n_B = 1{,}00$ mol d'alcool.

$n_A = n_B$: le mélange est équimolaire.

COMPRENDRE
Les nombres stœchiométriques de l'acide et de l'alcool valent tous deux 1 : ce mélange équimolaire est donc aussi stœchiométrique.

2.3 Quel est l'intérêt de chauffer le mélange réactionnel ?

La température est un facteur cinétique : plus elle est élevée, plus la transformation est rapide.

Chauffer permet d'atteindre plus vite l'état final.

PIÈGE
Écrire que le chauffage augmente le rendement. Ici il ne joue que sur la durée de la transformation, l'état final reste le même. Le reflux, lui, évite les pertes de matière par vaporisation.

2.4 L'acide sulfurique joue le rôle de catalyseur. Donner la définition d'un catalyseur.

Un catalyseur est une espèce chimique qui augmente la vitesse d'une transformation sans figurer dans l'équation de la réaction ; il ne change pas l'état final du système.

COMPRENDRE
Le catalyseur est consommé lors d'une étape puis régénéré lors d'une autre : on le retrouve intact en fin de transformation.

2.5 Pour améliorer le rendement, on peut remplacer l'acide carboxylique A par un de ses dérivés. À quelle famille appartient ce dérivé ?

Ce dérivé appartient à la famille des **anhydrides d'acide**.

COMPRENDRE
Avec un anhydride d'acide, il ne se forme pas d'eau : l'hydrolyse de l'ester est impossible et la transformation devient totale, en plus d'être rapide. Ici on utiliserait l'anhydride 2-méthylpropanoïque.

2.6 Quelle autre méthode pourriez-vous proposer pour améliorer le rendement de cette synthèse ?

On peut déplacer l'équilibre dans le sens de la formation de l'ester.

Introduire l'un des réactifs en excès (par exemple l'éthanol), ou éliminer l'un des produits au fur et à mesure de sa formation (distiller l'ester, ou retirer l'eau).

PIÈGE
Proposer de chauffer davantage ou d'ajouter du catalyseur : ces deux actions accélèrent la transformation sans modifier le rendement.

étude d'une transformation chimique

Bac S 2010 Centres étrangers (ancien programme) · Exercice 2 **4 points** **Durée conseillée 52 min**

1.1 Donner la définition d'une espèce acide au sens de Brönsted.

Un acide au sens de Brönsted est une espèce chimique capable de **céder un ion hydrogène** $\mathrm{H^+}$ (un proton).

COMPRENDRE
L'acide AH qui a cédé son proton devient sa base conjuguée $\mathrm{A^-}$: les deux forment le couple $\mathrm{AH/A^-}$.

1.2 Quelles précautions doit-on prendre pour manipuler ce produit ?

Données utiles étiquette : irritant pour la peau et les yeux (R36/R38), irritant pour les voies respiratoires (R37)

Chaque risque indiqué sur l'étiquette appelle une protection :

- peau : gants et blouse fermée ;
- yeux : lunettes de protection ;
- voies respiratoires : manipulation sous la hotte aspirante.

Gants, blouse, lunettes, et travail sous la hotte.

COMPRENDRE
Les phrases R et le pictogramme orange datent de 2010. Les étiquettes actuelles portent des pictogrammes en losange à bord rouge et des mentions de danger notées H.

2.1 Déterminer la valeur de c_1, concentration molaire en soluté apporté de la solution S_1.

Données utiles $c_0 = 17{,}5\ \mathrm{mol\cdot L^{-1}}$; volume prélevé $V_0 = 1{,}00$ mL ; volume de la fiole $V = 500{,}0$ mL

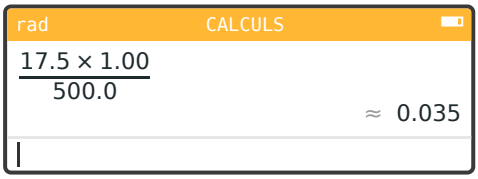
Il s'agit d'une dilution : la quantité de matière d'acide prélevée se retrouve entièrement dans la fiole, donc $c_0\,V_0 = c_1\,V$.

$$c_1 = \frac{c_0\,V_0}{V} = \frac{17{,}5 \times 1{,}00}{500{,}0}$$

$c_1 = 3{,}50 \times 10^{-2}\ \mathrm{mol\cdot L^{-1}}$

COMPRENDRE
Trois chiffres significatifs, comme c_0 et V_0, les données les moins précises. Les deux volumes sont en mL : leur rapport ne dépend pas de l'unité, inutile de convertir.

À LA CALCULATRICE



2.2 Compléter la ligne 1 du tableau d'avancement en écrivant l'équation de la réaction acido-basique entre l'acide AH et l'eau.

L'acide AH cède un ion $\mathrm{H^+}$ à l'eau, qui joue le rôle de base (couple $\mathrm{H_3O^+/H_2O}$) :

$\mathrm{AH\,(aq) + H_2O\,(l) = A^-\,(aq) + H_3O^+\,(aq)}$

PIÈGE
Oublier les états physiques ou écrire $\mathrm{H^+}$ à la place de $\mathrm{H_3O^+}$: en solution aqueuse, le proton cédé est capté par une molécule d'eau.

2.3 On note x l'avancement de la réaction. Compléter les lignes 2, 3, 4 et 5 du tableau d'avancement en fonction de c_1, V, x, x_{max} ou x_f.

Quantité initiale d'acide : $n_0(\mathrm{AH}) = c_1\,V$. Aucun produit n'est présent au départ.

Les nombres stœchiométriques valent tous 1 : quand l'avancement vaut x, il disparaît x mol de AH et il se forme x mol de $\mathrm{A^-}$ et x mol de $\mathrm{H_3O^+}$.

L'eau est le solvant, en large excès : sa colonne n'est pas remplie.

Tableau complété ci-dessous : $c_1V - x$ pour l'acide ; x pour chaque produit ; même écriture avec x_f puis x_{max}.

Ligne 1	**équation de la réaction**		AH(aq) + H_2O(l) = A^-(aq) + H_3O^+(aq)			
	État du système	Avancement (mol)	Quantités de matière (en mol)			
Ligne 2	État initial	0	c_1 V	solvant	0	0
Ligne 3	En cours	x	c_1 V − x	solvant	x	x
Ligne 4	État final	x_f	c_1 V − x_f	solvant	x_f	x_f
Ligne 5	État maximal	x_{max}	c_1 V − x_{max}	solvant	x_{max}	x_{max}

2.3 · Annexe complétée (en orange, ce que l'élève écrit)

2.4 Déterminer la valeur de l'avancement maximal x_{max} en considérant la transformation comme totale.

Données utiles $c_1 = 3{,}50 \times 10^{-2}\ \mathrm{mol \cdot L^{-1}}$ (2.1) ; $V = 500{,}0\ \mathrm{mL} = 0{,}5000\ \mathrm{L}$

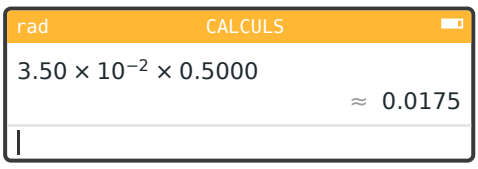
Si la transformation est totale, le réactif limitant AH est entièrement consommé (l'eau est en excès) : $c_1\,V - x_{max} = 0$.

$$x_{max} = c_1\,V = 3{,}50 \times 10^{-2} \times 0{,}5000$$

$$\boxed{x_{max} = 1{,}75 \times 10^{-2}\ \mathrm{mol}}$$

PIÈGE
Laisser V en mL : la concentration est en $\mathrm{mol \cdot L^{-1}}$, le volume doit être en litres.

À LA CALCULATRICE



2.5 Quelle est la valeur de la concentration finale en ions oxonium $[\mathrm{H_3O^+}]_{1,f}$? En déduire la valeur de l'avancement final x_{1f}.

Données utiles $\mathrm{pH} = 3{,}1$; $V = 0{,}5000\ \mathrm{L}$

Par définition du pH : $[\mathrm{H_3O^+}]_{1,f} = 10^{-\mathrm{pH}} = 10^{-3{,}1} = 7{,}9 \times 10^{-4}\ \mathrm{mol \cdot L^{-1}}$.

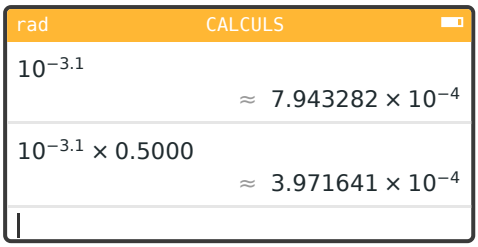
D'après la ligne 4 du tableau, $n_f(\mathrm{H_3O^+}) = x_{1f}$, donc :

$$x_{1f} = [\mathrm{H_3O^+}]_{1,f} \times V = 7{,}9 \times 10^{-4} \times 0{,}5000$$

$$\boxed{[\mathrm{H_3O^+}]_{1,f} = 7{,}9 \times 10^{-4}\ \mathrm{mol \cdot L^{-1}} \text{ et } x_{1f} = 4{,}0 \times 10^{-4}\ \mathrm{mol}}$$

COMPRENDRE
Un pH donné au dixième ne permet pas plus de deux chiffres significatifs sur la concentration. Dans le programme actuel, on écrit $[\mathrm{H_3O^+}] = c^\circ \times 10^{-\mathrm{pH}}$ avec $c^\circ = 1\ \mathrm{mol \cdot L^{-1}}$.

À LA CALCULATRICE



2.6 La transformation associée à la réaction de l'acide AH sur l'eau est-elle totale ou limitée ? Justifier.

Données utiles $x_{1f} = 4{,}0 \times 10^{-4}$ mol (2.5) ; $x_{max} = 1{,}75 \times 10^{-2}$ mol (2.4)

On compare l'avancement final à l'avancement maximal : $4{,}0 \times 10^{-4}\ \text{mol} < 1{,}75 \times 10^{-2}\ \text{mol}$.

$x_{1f} < x_{max}$: la transformation est **limitée** (non totale).

COMPRENDRE
À l'état final, il reste de l'acide AH alors qu'il est le réactif limitant : les quatre espèces coexistent, c'est un état d'équilibre. AH est un acide faible.

2.7 Donner la définition du taux d'avancement final d'une transformation chimique.

Le taux d'avancement final est le quotient de l'avancement final par l'avancement maximal :

$$\tau = \frac{x_f}{x_{max}}$$

COMPRENDRE
τ est sans unité et compris entre 0 et 1 : $\tau = 1$ pour une transformation totale, $\tau < 1$ pour une transformation limitée.

2.8 Calculer la valeur du taux d'avancement final τ_1 de la transformation associée à la réaction de l'acide AH sur l'eau.

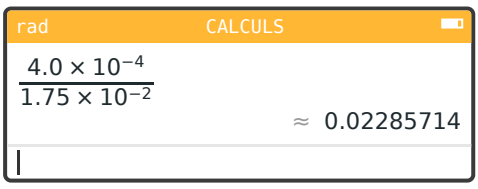
Données utiles $x_{1f} = 4{,}0 \times 10^{-4}$ mol (2.5) ; $x_{max} = 1{,}75 \times 10^{-2}$ mol (2.4)

$$\tau_1 = \frac{x_{1f}}{x_{max}} = \frac{4{,}0 \times 10^{-4}}{1{,}75 \times 10^{-2}}$$

$\tau_1 = 0{,}023$, soit $2{,}3\ \%$

COMPRENDRE
Seulement 2,3 % des molécules d'acide apportées ont réagi avec l'eau.

À LA CALCULATRICE



2.9 Identifier l'acide contenu dans la solution S_0.

Données utiles taux d'avancement final à la concentration c_1 : acide méthanoïque 0,072 ; acide éthanoïque 0,023 ; acide propanoïque 0,018

La valeur $\tau_1 = 0{,}023$ (2.8) est celle que le tableau attribue à l'acide éthanoïque.

L'acide de la solution S_0 est l'**acide éthanoïque** $\mathrm{CH_3COOH}$.

3.1 Donner l'expression de la conductivité σ_2 en fonction des concentrations molaires ioniques $[\mathrm{H_3O^+}]_{2,f}$ et $[\mathrm{A^-}]_{2,f}$, en négligeant la contribution des ions hydroxyde.

Les seuls ions pris en compte sont $\mathrm{H_3O^+}$ et $\mathrm{A^-}$. D'après la loi rappelée :

$$\sigma_2 = \lambda_{\mathrm{H_3O^+}}\,[\mathrm{H_3O^+}]_{2,f} + \lambda_{\mathrm{A^-}}\,[\mathrm{A^-}]_{2,f}$$

3.2 En déduire l'expression de σ_2 en fonction de la concentration finale en ions oxonium $[H_3O^+]_{2,f}$ et des conductivités molaires ioniques.

D'après l'équation de la réaction (ou la ligne 4 du tableau), les ions A^- et H_3O^+ se forment en même quantité, dans le même volume : $[A^-]_{2,f} = [H_3O^+]_{2,f}$.

$$\sigma_2 = (\lambda_{H_3O^+} + \lambda_{A^-})\,[H_3O^+]_{2,f}$$

3.3 Calculer la valeur de la concentration finale en ions oxonium $[H_3O^+]_{2,f}$ dans la solution S_2, exprimée en $\text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$.

Données utiles $\sigma_2 = 1{,}07 \times 10^{-2}\ \text{S} \cdot \text{m}^{-1}$; $\lambda_{A^-} = 4{,}1 \times 10^{-3}\ \text{S} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{mol}^{-1}$; $\lambda_{H_3O^+} = 35 \times 10^{-3}\ \text{S} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{mol}^{-1}$

On isole la concentration dans la relation de la question 3.2 :

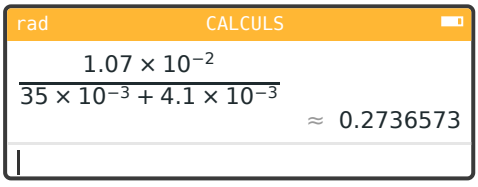
$$[H_3O^+]_{2,f} = \frac{\sigma_2}{\lambda_{H_3O^+} + \lambda_{A^-}} = \frac{1{,}07 \times 10^{-2}}{35 \times 10^{-3} + 4{,}1 \times 10^{-3}} = 0{,}27\ \text{mol} \cdot \text{m}^{-3}$$

Conversion : $1\ \text{m}^3 = 10^3\ \text{L}$, donc $0{,}27\ \text{mol} \cdot \text{m}^{-3} = 0{,}27 \times 10^{-3}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$.

$$[H_3O^+]_{2,f} = 2{,}7 \times 10^{-4}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

PIÈGE
Avec σ en $\text{S} \cdot \text{m}^{-1}$ et λ en $\text{S} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{mol}^{-1}$, la concentration obtenue est en $\text{mol} \cdot \text{m}^{-3}$. Pour passer en $\text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$, on divise par 1000.

À LA CALCULATRICE



3.4 Calculer la valeur du taux d'avancement final τ_2 pour la transformation chimique entre l'acide AH et l'eau à la concentration c_2.

Données utiles $\tau_2 = \dfrac{[H_3O^+]_{2,f}}{c_2}$; $c_2 = 5{,}0 \times 10^{-3}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$; $[H_3O^+]_{2,f} = 2{,}74 \times 10^{-4}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$ (3.3, valeur non arrondie)

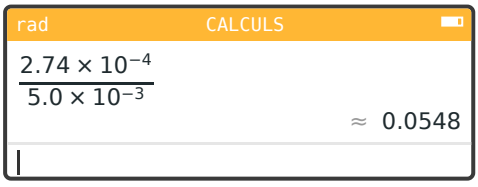
$$\tau_2 = \frac{[H_3O^+]_{2,f}}{c_2} = \frac{2{,}74 \times 10^{-4}}{5{,}0 \times 10^{-3}}$$

$$\tau_2 = 0{,}055, \text{ soit } 5{,}5\ \%$$

COMPRENDRE
On reprend la valeur non arrondie de la question 3.3. Avec $2{,}7 \times 10^{-4}$, on trouverait 0,054 : ce résultat est aussi accepté.

MÉTHODE
L'expression admise se retrouve : $x_f = [H_3O^+]_f\, V_2$ et $x_{max} = c_2\, V_2$; le volume se simplifie dans le quotient.

À LA CALCULATRICE



3.5 La valeur de τ_2 est-elle égale ou différente de celle de τ_1 calculée à la question 2.8 ? Ce résultat était-il prévisible ? Expliquer.

Données utiles $\tau_1 = 0{,}023$ pour $c_1 = 3{,}50 \times 10^{-2}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$; $\tau_2 = 0{,}055$ pour $c_2 = 5{,}0 \times 10^{-3}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$

Les deux valeurs sont différentes : $\tau_2 = 0{,}055$ est plus de deux fois plus grand que $\tau_1 = 0{,}023$.

Ce résultat était prévisible. Il s'agit du même acide, mais la solution S_2 est sept fois moins concentrée que S_1. Or le taux d'avancement final d'une transformation limitée dépend de l'état initial du système : plus la solution d'acide est diluée, plus l'acide réagit avec l'eau.

$\tau_2 > \tau_1$: le taux d'avancement final augmente quand la concentration apportée en acide diminue.

PIÈGE
Conclure que l'acide n'est plus le même parce que τ a changé. Le tableau de la question 2.9 ne vaut qu'à la concentration c_1.

COMPRENDRE
La constante d'équilibre de la réaction ne dépend pas de la concentration, le taux d'avancement final si. C'est pourquoi le tableau de l'énoncé précise « pour des solutions de même concentration c_1 ».

Spécialité : Titrage des ions dans une eau minérale

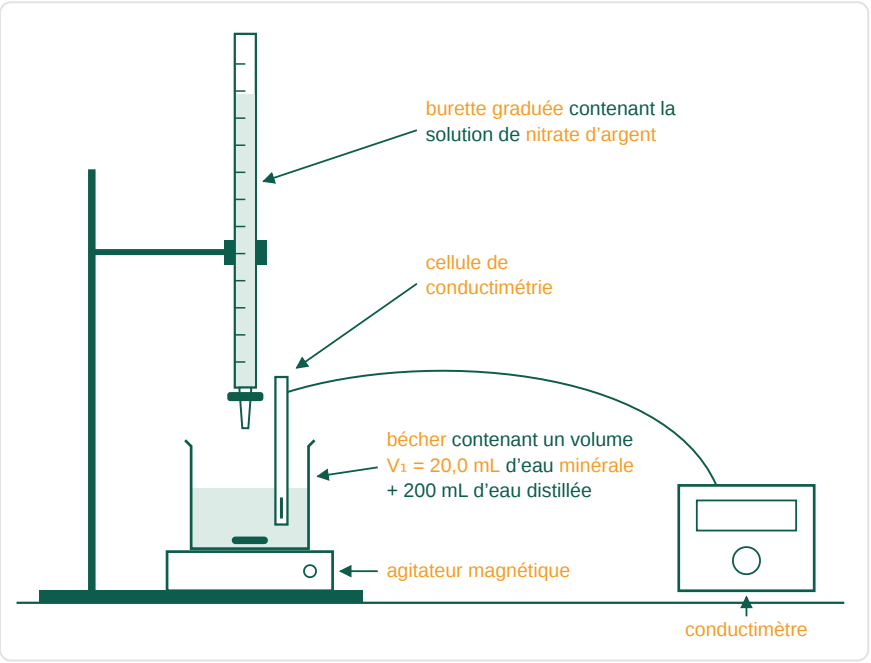
Bac S 2010 Centres étrangers (ancien programme) · Exercice 3 **4 points** **Durée conseillée 52 min**

1.1 Compléter le schéma du dispositif de titrage (figure 2 de l'annexe).

Voir la figure 2 complétée ci-dessous : burette graduée (solution titrante de nitrate d'argent), bécher (volume V_1 d'eau minérale et eau distillée), cellule de conductimétrie reliée au conductimètre, agitateur magnétique.

Légendes : burette graduée, nitrate d'argent, bécher, $V_1 = 20{,}0$ mL d'eau minérale, cellule de conductimétrie, conductimètre, agitateur magnétique.

PIÈGE
Confondre la cellule (la sonde plongée dans le bécher) et le conductimètre (l'appareil de mesure auquel elle est reliée).



1.1 · Figure 2 de l'annexe complétée (en orange : ce que l'on écrit)

1.2.1 Ce titrage est-il direct ou indirect ?

L'espèce à doser, l'ion chlorure Cl^-, réagit elle-même avec l'espèce titrante Ag^+ apportée par la burette, en une seule étape.

Le titrage est **direct**.

COMPRENDRE
La réaction support est ici une précipitation : ce type de titrage n'est plus au programme actuel de spécialité. Le suivi conductimétrique et le raisonnement à l'équivalence, eux, y figurent toujours.

1.2.2 Compléter le tableau d'évolution du système à l'équivalence (figure 3 de l'annexe).

Voir la figure 3 complétée ci-dessous. La transformation est totale et, à l'équivalence, les deux réactifs sont entièrement consommés.

À l'équivalence : $n_{2éq} - x_{éq} = 0$, $n_1 - x_{éq} = 0$ et $n(AgCl) = x_{éq}$.

COMPRENDRE
L'état initial du tableau est fictif : on fait comme si tout le volume $V_{2éq}$ avait été versé d'un coup, avant que la réaction ne commence.

Équation chimique		$Ag^+(aq)$ +	$Cl^-(aq)$ =	$AgCl(s)$
État du système	Avancement (mol)	Quantités de matière (en mol)		
État initial	0	$n_{2éq}$	n_1	0
En cours de transformation	x	$n_{2éq} - x$	$n_1 - x$	x
À l'équivalence	$x_{éq}$	$n_{2éq} - x_{éq} = 0$	$n_1 - x_{éq} = 0$	$x_{éq}$

1.2.2 · Figure 3 de l'annexe complétée

1.2.3 En déduire la relation entre la quantité initiale n_1 d'ions chlorure et la quantité $n_{2éq}$ d'ions argent versée à l'équivalence.

D'après la dernière ligne du tableau : $n_1 - x_{éq} = 0$ donc $x_{éq} = n_1$, et $n_{2éq} - x_{éq} = 0$ donc $x_{éq} = n_{2éq}$.

$$n_1 = n_{2éq}$$

MÉTHODE
À l'équivalence, les réactifs sont introduits dans les proportions stœchiométriques. Avec des nombres stœchiométriques égaux à 1, les quantités de matière sont simplement égales.

1.3 Quel événement correspond au point d'intersection des deux segments de droite de la courbe ? En déduire le volume $V_{2éq}$ versé à l'équivalence.

La courbe $\sigma = f(V_2)$ est celle de la figure 1 de l'annexe (l'énoncé écrit « figure 2 » par erreur).

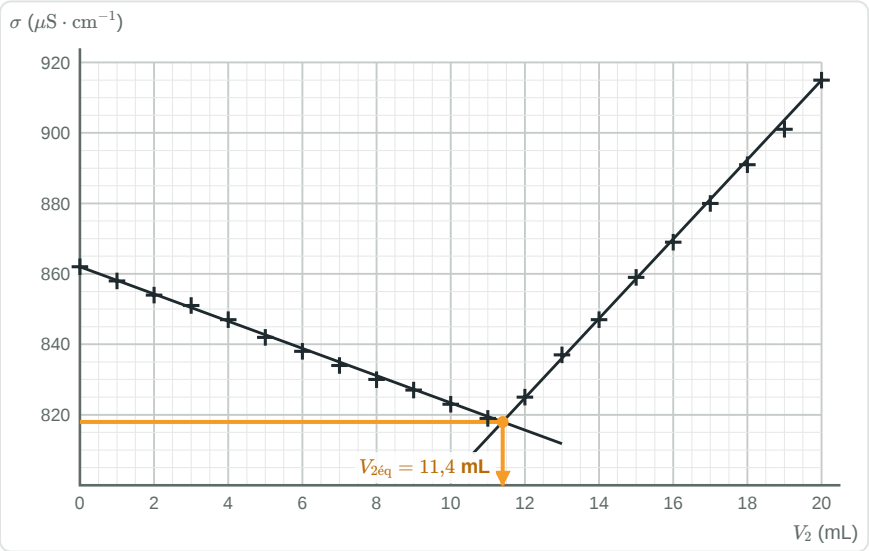
Le point d'intersection des deux segments de droite correspond à l'**équivalence** du titrage : la pente change parce que le réactif limitant change.

Son abscisse se lit sur l'axe horizontal :

$$V_{2éq} = 11{,}4 \text{ mL}$$

COMPRENDRE
Avant l'équivalence, chaque ion Cl^- consommé est remplacé par un ion NO_3^-, un peu moins conducteur : σ diminue lentement. Après, Ag^+ et NO_3^- s'accumulent : σ augmente.

MÉTHODE
Tracer chaque segment à la règle en s'appuyant sur les points éloignés de la rupture de pente, puis descendre à la verticale depuis l'intersection. Une lecture entre 11,2 et 11,6 mL est recevable.



1.3 · Figure 1 de l'annexe : les deux segments de droite et la lecture de l'équivalence

1.4 Calculer la concentration molaire c_1 des ions chlorure dans l'eau minérale.

Données utiles $V_1 = 20{,}0$ mL ; $c_2 = 2{,}00 \times 10^{-2}$ mol · L^{-1} ; $V_{2éq} = 11{,}4$ mL (1.3)

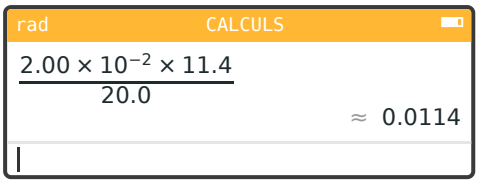
À l'équivalence $n_1 = n_{2éq}$ (1.2.3), avec $n_1 = c_1 V_1$ et $n_{2éq} = c_2 V_{2éq}$:

$$c_1 = \frac{c_2 V_{2éq}}{V_1} = \frac{2{,}00 \times 10^{-2} \times 11{,}4}{20{,}0}$$

$$c_1 = 1{,}14 \times 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

PIÈGE
Diviser par 220 mL. L'eau distillée ajoutée ne change pas la quantité d'ions chlorure : n_1 est contenue dans les 20,0 mL d'eau minérale prélevés.

À LA CALCULATRICE



COMPRENDRE
Trois chiffres significatifs, comme c_2, V_1 et $V_{2éq}$. Les deux volumes peuvent rester en mL puisque leurs unités se simplifient dans le rapport.

1.5 Calculer la concentration massique t_1 des ions chlorure dans cette eau minérale, en $\text{mg} \cdot \text{L}^{-1}$.

Données utiles $c_1 = 1{,}14 \times 10^{-2}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$ (1.4) ; $M(\text{Cl}) = 35{,}5\ \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$

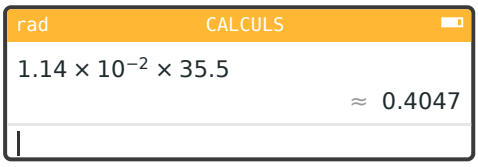
$t_1 = c_1 \times M(\text{Cl})$

$t_1 = 1{,}14 \times 10^{-2} \times 35{,}5 = 0{,}405\ \text{g} \cdot \text{L}^{-1}$

$\boxed{t_1 = 405\ \text{mg} \cdot \text{L}^{-1}}$

COMPRENDRE
La masse des électrons est négligeable : la masse molaire de l'ion Cl^- est celle de l'atome de chlore.

À LA CALCULATRICE



2.1 Quelle relation lie les quantités initiales $n_i(\text{Ca}^{2+})$ et $n_i(\text{Mg}^{2+})$ et la quantité $n'_{2éq}$ d'ions Y^{4-} versée à l'équivalence ?

Les ions Y^{4-} réagissent à la fois avec les ions calcium et avec les ions magnésium, chaque fois mole à mole. À l'équivalence, la quantité d'ions Y^{4-} versée est égale à la quantité totale des deux cations présents dans la prise d'essai (de volume V'_1, noté V_1 dans l'énoncé).

$\boxed{n'_{2éq} = n_i(\text{Ca}^{2+}) + n_i(\text{Mg}^{2+})}$

COMPRENDRE
Ce titrage ne distingue pas les deux cations : il donne seulement leur somme. Il faut une information supplémentaire (ici l'étiquette, pour le magnésium) pour isoler le calcium.

2.2 Montrer que $[\text{Ca}^{2+}] + [\text{Mg}^{2+}] = \dfrac{c'_2\, V'_{2éq}}{V'_1}$.

On exprime chaque quantité de matière : $n'_{2éq} = c'_2\, V'_{2éq}$, $n_i(\text{Ca}^{2+}) = [\text{Ca}^{2+}]\, V'_1$ et $n_i(\text{Mg}^{2+}) = [\text{Mg}^{2+}]\, V'_1$.

La relation de la question 2.1 devient : $c'_2\, V'_{2éq} = \left([\text{Ca}^{2+}] + [\text{Mg}^{2+}]\right) V'_1$.

En divisant par V'_1 :

$\boxed{[\text{Ca}^{2+}] + [\text{Mg}^{2+}] = \dfrac{c'_2\, V'_{2éq}}{V'_1}}$, qui est la relation attendue.

2.3 À l'aide de la concentration massique des ions magnésium donnée dans le tableau, en déduire la concentration massique (en $\text{mg} \cdot \text{L}^{-1}$) des ions calcium dans cette eau.

Données utiles $c_2' = 5{,}0 \times 10^{-3}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$; $V_{2\text{éq}}' = 10{,}8\ \text{mL}$; $V_1' = 20{,}0\ \text{mL}$; $t(\text{Mg}^{2+}) = 11\ \text{mg} \cdot \text{L}^{-1}$; $M(\text{Ca}) = 40{,}1\ \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$; $M(\text{Mg}) = 24{,}3\ \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$

Somme des concentrations (2.2) : $\dfrac{c_2' V_{2\text{éq}}'}{V_1'} = \dfrac{5{,}0 \times 10^{-3} \times 10{,}8}{20{,}0} = 2{,}7 \times 10^{-3}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$

Ions magnésium : $[\text{Mg}^{2+}] = \dfrac{t(\text{Mg}^{2+})}{M(\text{Mg})} = \dfrac{11 \times 10^{-3}}{24{,}3} = 4{,}5 \times 10^{-4}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$

Ions calcium : $[\text{Ca}^{2+}] = 2{,}7 \times 10^{-3} - 4{,}5 \times 10^{-4} = 2{,}2 \times 10^{-3}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$

$t(\text{Ca}^{2+}) = [\text{Ca}^{2+}] \times M(\text{Ca}) = \left(2{,}7 \times 10^{-3} - \dfrac{11 \times 10^{-3}}{24{,}3}\right) \times 40{,}1 = 9{,}0 \times 10^{-2}\ \text{g} \cdot \text{L}^{-1}$

$$\boxed{t(\text{Ca}^{2+}) = 90\ \text{mg} \cdot \text{L}^{-1}}$$

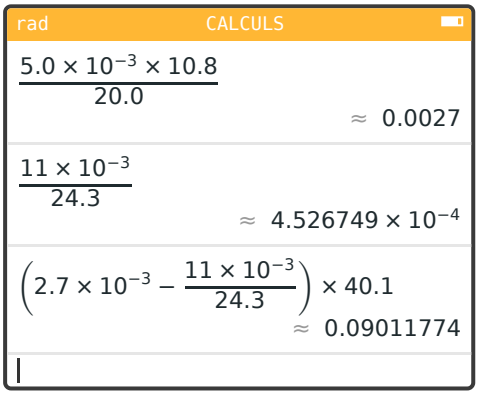
PIÈGE

Soustraire directement les concentrations massiques, ou oublier de convertir 11 mg en 11×10^{-3} g. La soustraction porte sur les concentrations molaires ; on revient à la masse seulement à la fin.

COMPRENDRE

Deux chiffres significatifs, comme c_2' et $t(\text{Mg}^{2+})$. On garde les valeurs non arrondies dans la calculatrice : avec $2{,}2 \times 10^{-3}$ arrondi, on trouverait 88 au lieu de 90.

À LA CALCULATRICE



Histoires de pêche

Bac S 2010 Centres étrangers (ancien programme) · Exercice 4 **9,5 points** **Durée conseillée 1 h 57**

1.1 Donner les caractéristiques (direction, sens, expression littérale de la valeur) du poids $\vec{P}$ et de la poussée d'Archimède $\vec{P}_A$.

Poids $\vec{P}$: direction verticale, sens vers le bas, valeur $P = m\,g$.

Poussée d'Archimède $\vec{P}_A$: direction verticale, sens vers le haut, valeur $P_A = \rho_{\text{air}}\,V\,g$.

$P = m\,g$ (vers le bas) ; $P_A = \rho_{\text{air}}\,V\,g$ (vers le haut)

PIÈGE
Dans P_A, la masse volumique est celle du fluide déplacé (l'air), pas celle du plomb, et V est le volume du plomb.

1.2 Peut-on négliger la poussée d'Archimède par rapport au poids ? Justifier.

Données utiles $m = 1{,}50 \times 10^{-1}$ kg ; $\rho_{\text{air}} = 1{,}3\ \text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$; $V = 1{,}5 \times 10^{-5}\ \text{m}^3$

On compare les deux valeurs par leur rapport :

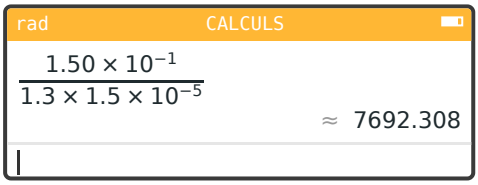
$$\frac{P}{P_A} = \frac{m\,g}{\rho_{\text{air}}\,V\,g} = \frac{m}{\rho_{\text{air}}\,V} = \frac{1{,}50 \times 10^{-1}}{1{,}3 \times 1{,}5 \times 10^{-5}} = 7{,}7 \times 10^{3}$$

$\dfrac{P}{P_A} \approx 7{,}7 \times 10^{3}$: le poids est plusieurs milliers de fois plus grand, la poussée d'Archimède est négligeable.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme ρ_{air} et V, les données les moins précises. Frottements et poussée d'Archimède négligés : le plomb n'est soumis qu'à son poids, c'est une chute libre.

MÉTHODE
« Peut-on négliger A devant B ? » : calculer le rapport B/A et conclure avec un nombre. Un rapport supérieur à 100 suffit en général.

À LA CALCULATRICE



1.3.1 L'énergie potentielle de pesanteur étant nulle au niveau du sol, exprimer $E_{PP}(H)$ lors du passage à la verticale du pêcheur.

Le point H est à l'altitude h au-dessus du sol, où $E_{PP} = 0$.

$E_{PP}(H) = m\,g\,h$

1.3.2 Exprimer l'énergie cinétique $E_C(H)$ du plomb lors de son passage à la verticale du pêcheur.

$E_C(H) = \dfrac{1}{2}\,m\,v_H^2$

1.3.3 En déduire l'expression de l'énergie mécanique $E_m(H)$ du plomb lorsqu'il passe à l'altitude h.

$E_m(H) = E_C(H) + E_{PP}(H)$

$E_m(H) = \dfrac{1}{2}\,m\,v_H^2 + m\,g\,h$

1.3.4 Par conservation de l'énergie mécanique, montrer que $v_S = \sqrt{2gh + v_H^2}$ lorsque le plomb touche le sol. Calculer sa valeur.

Données utiles $g = 9{,}81\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$; $h = 6{,}00\ \text{m}$; $v_H = 44{,}4\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$

En chute libre, seul le poids agit : l'énergie mécanique se conserve entre H et le point S du sol, $E_m(S) = E_m(H)$.

Au sol l'altitude est nulle, donc $E_{PP}(S) = 0$:

$$\frac{1}{2}\,m\,v_S^2 = \frac{1}{2}\,m\,v_H^2 + m\,g\,h \quad \Rightarrow \quad v_S^2 = v_H^2 + 2\,g\,h$$

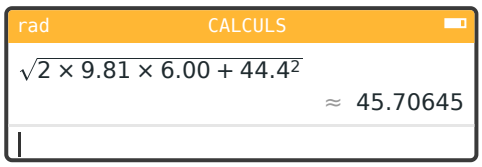
Une vitesse étant positive : $v_S = \sqrt{2\,g\,h + v_H^2}$.

$$v_S = \sqrt{2 \times 9{,}81 \times 6{,}00 + 44{,}4^2} = 45{,}7\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

$\boxed{v_S = \sqrt{2\,g\,h + v_H^2} = 45{,}7\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}}$

COMPRENDRE
La masse se simplifie et l'angle α n'intervient pas : la valeur de la vitesse au sol ne dépend que de v_H et de h, pas de la direction du lancer.

À LA CALCULATRICE



1.4 En appliquant la deuxième loi de Newton dans le cadre de la chute libre, déterminer les coordonnées a_x et a_z du vecteur accélération dans le repère xOz.

Système {plomb}, de masse m constante ; référentiel terrestre supposé galiléen ; seule force : le poids $\vec{P} = m\,\vec{g}$.

Deuxième loi de Newton : $\vec{P} = m\,\vec{a}$, soit $m\,\vec{g} = m\,\vec{a}$, donc $\vec{a} = \vec{g}$.

Le vecteur $\vec{g}$ est vertical, vers le bas, et l'axe Oz est orienté vers le haut.

$\boxed{a_x = 0\ ;\ a_z = -g}$

PIÈGE
Oublier le référentiel galiléen ou le bilan des forces coûte des points, même si le résultat est connu. Le signe de a_z dépend de l'orientation de l'axe Oz.

1.5 Exprimer les coordonnées $v_x(t)$ et $v_z(t)$ du vecteur vitesse, l'origine des dates étant l'instant de passage en H.

$\vec{a} = \dfrac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}$: on cherche les primitives de $a_x = 0$ et $a_z = -g$.

$v_x(t) = C_1$ et $v_z(t) = -g\,t + C_2$, où C_1 et C_2 sont des constantes.

Condition initiale : à $t = 0$, $\vec{v} = \vec{v}_H$, de coordonnées $v_H\cos\alpha$ et $v_H\sin\alpha$. Donc $C_1 = v_H\cos\alpha$ et $C_2 = v_H\sin\alpha$.

$\boxed{v_x(t) = v_H\cos\alpha\ ;\ v_z(t) = -g\,t + v_H\sin\alpha}$

MÉTHODE
Accélération, puis vitesse, puis position : à chaque étape, une primitive par coordonnée et une constante fixée par la condition initiale.

1.6 En déduire l'expression de la vitesse $v(t)$ du plomb en fonction de v_H, t, g et α.

$v^2 = v_x^2 + v_z^2 = v_H^2\cos^2\alpha + (-g\,t + v_H\sin\alpha)^2$

$v^2 = v_H^2\cos^2\alpha + g^2t^2 - 2\,g\,t\,v_H\sin\alpha + v_H^2\sin^2\alpha$

Avec $\cos^2\alpha + \sin^2\alpha = 1$: $v^2 = v_H^2 + g^2t^2 - 2\,g\,t\,v_H\sin\alpha$.

$\boxed{v(t) = \sqrt{v_H^2 + g^2t^2 - 2\,g\,v_H\,t\sin\alpha}}$

1.7 À l'aide de l'expression de la question 1.3.4, montrer que la durée de chute vérifie $g^2t^2 - 2\,g\,v_H\,t\sin\alpha - 2\,g\,h = 0$. Vérifier que cette durée vaut 7,11 s.

Données utiles $v^2(t)$ (1.6) ; $v_S^2 = v_H^2 + 2\,g\,h$ (1.3.4) ; $\alpha = 50{,}0^\circ$

Quand le plomb touche le sol, à la date t (durée de chute), $v(t) = v_S$:

$$v_H^2 + g^2t^2 - 2\,g\,v_H\,t\sin\alpha = v_H^2 + 2\,g\,h$$

d'où $g^2t^2 - 2\,g\,v_H\,t\sin\alpha - 2\,g\,h = 0$.

En divisant par g : $g\,t^2 - 2\,v_H\sin\alpha\,t - 2\,h = 0$, équation du second degré de discriminant $\Delta = 4\,v_H^2\sin^2\alpha + 8\,g\,h > 0$.

Le produit des racines, $-2h/g$, est négatif : une seule racine est positive.

$$t = \frac{v_H\sin\alpha + \sqrt{v_H^2\sin^2\alpha + 2\,g\,h}}{g}$$

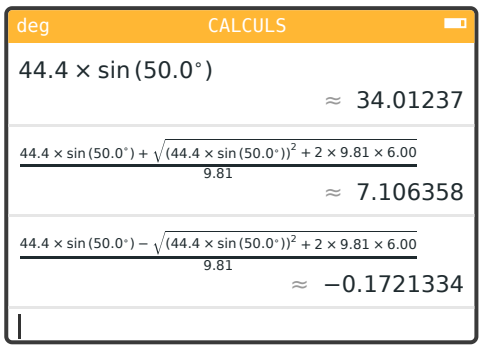
Avec $v_H\sin\alpha = 44{,}4 \times \sin 50{,}0^\circ = 34{,}01\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$:

$$t = \frac{34{,}01 + \sqrt{34{,}01^2 + 2\times 9{,}81\times 6{,}00}}{9{,}81} = 7{,}11\ \text{s}$$

$t = 7{,}11$ s, valeur attendue (l'autre racine, $-0{,}17$ s, est négative et écartée).

PIÈGE
Calculatrice en mode degrés pour $\sin 50{,}0^\circ$. Ne pas se contenter de remplacer t par 7,11 sans dire pourquoi l'autre racine est rejetée.

À LA CALCULATRICE



1.8 Montrer que les équations horaires s'écrivent $x(t) = v_H\,t\cos\alpha$ et $z(t) = -\frac{1}{2}\,g\,t^2 + v_H\,t\sin\alpha + h$.

$\vec{v} = \dfrac{\mathrm{d}\overrightarrow{OM}}{\mathrm{d}t}$: on cherche les primitives de v_x et v_z (1.5).

$x(t) = v_H\cos\alpha\,t + C_3$ et $z(t) = -\frac{1}{2}\,g\,t^2 + v_H\sin\alpha\,t + C_4$.

Condition initiale : à $t = 0$, le plomb est en H, de coordonnées $x_H = 0$ et $z_H = h$. Donc $C_3 = 0$ et $C_4 = h$.

$x(t) = v_H\,t\cos\alpha$; $z(t) = -\frac{1}{2}\,g\,t^2 + v_H\,t\sin\alpha + h$

PIÈGE
Oublier la constante h : l'origine du repère est au sol, sous le point H, et non au point de lancer.

1.9 En déduire la valeur de la distance $x_{\max}$ atteinte par le plomb dans les conditions du lancer.

Données utiles durée de chute $t = 7{,}11$ s (1.7) ; $v_H = 44{,}4\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$; $\alpha = 50{,}0^\circ$

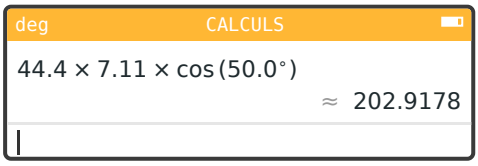
Le plomb touche le sol à la date $t = 7{,}11$ s ; son abscisse est alors $x_{\max} = v_H\,t\cos\alpha$.

$$x_{\max} = 44{,}4 \times 7{,}11 \times \cos 50{,}0^\circ = 203\ \text{m}$$

$x_{\max} = 203$ m

COMPRENDRE
Le record de France est de 263,01 m : l'ordre de grandeur est correct pour un modèle sans frottement, avec ces valeurs de v_H et α.

À LA CALCULATRICE



1.10 Déduire l'équation de la trajectoire du centre d'inertie du plomb à partir des équations horaires.

On élimine le temps : $x = v_H\, t \cos\alpha$ donne $t = \dfrac{x}{v_H \cos\alpha}$.

On reporte dans $z(t)$:

$$z = -\frac{1}{2}\, g \left(\frac{x}{v_H \cos\alpha}\right)^2 + v_H \sin\alpha \times \frac{x}{v_H \cos\alpha} + h$$

$$z(x) = -\frac{g}{2\, v_H^2 \cos^2\alpha}\, x^2 + x \tan\alpha + h$$

1.11 Quelle est la nature de la trajectoire du plomb ?

L'équation est de la forme $z = a\, x^2 + b\, x + c$ avec $a < 0$.

La trajectoire est un arc de parabole, tourné vers le bas, dans le plan vertical xOz.

1.12 À l'aide de l'équation de la trajectoire, indiquer les paramètres de lancement qui jouent un rôle dans le mouvement ultérieur du projectile.

Dans $z(x)$ figurent, outre g qui est fixé, trois grandeurs choisies au lancer.

La vitesse initiale v_H, l'angle de tir α et la hauteur de lancer h.

COMPRENDRE
La masse du plomb n'apparaît pas dans l'équation : en chute libre, elle n'a aucune influence sur la trajectoire.

2.1 Donner la définition d'une onde mécanique progressive.

Une onde mécanique progressive est la propagation d'une perturbation dans un milieu matériel, sans transport de matière mais avec transport d'énergie.

PIÈGE
Les trois éléments sont attendus : perturbation qui se propage, milieu matériel, pas de transport de matière.

2.2 L'onde se propageant à la surface de l'eau est-elle transversale ou longitudinale ? Justifier.

La surface de l'eau se déforme verticalement (selon z) alors que l'onde se propage horizontalement (selon x).

L'onde est transversale : la direction de la perturbation est perpendiculaire à la direction de propagation.

2.3 L'onde considérée est-elle périodique ? Justifier.

L'impact du plomb crée une seule perturbation, brève : sur la coupe, la déformation n'occupe qu'une petite zone et le reste de la surface est au repos. Le mouvement d'un point de la surface ne se reproduit pas à intervalles de temps réguliers.

L'onde n'est pas périodique.

2.4.1 L'onde atteint une feuille située en x_1 à la date t_1. Déterminer la célérité de l'onde.

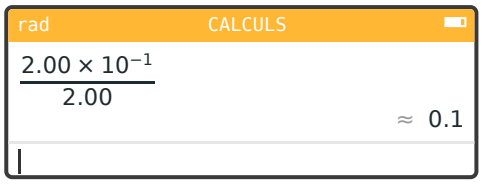
Données utiles $x_1 = 2{,}00 \times 10^{-1}$ m ; $t_1 = 2{,}00$ s ; impact en O' à $t_0 = 0$ s

L'onde part de O' ($x = 0$) à $t_0 = 0$ s et parcourt la distance x_1 pendant la durée $t_1 - t_0$:

$$v = \frac{x_1}{t_1 - t_0} = \frac{2{,}00 \times 10^{-1}}{2{,}00} = 0{,}100 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$\boxed{v = 0{,}100 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}$

À LA CALCULATRICE



2.4.2 À partir du schéma de coupe, déterminer la date t' à laquelle la feuille sera à nouveau immobile à la surface de l'eau.

Données utiles schéma : une graduation pour 10,0 cm ; $v = 0{,}100 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ (2.4.1) ; $t_1 = 2{,}00$ s

Sur la coupe, la perturbation s'étend sur deux graduations, de $x = 80$ cm à $x = 100$ cm : sa longueur est $L = 20{,}0 \text{ cm} = 0{,}200$ m.

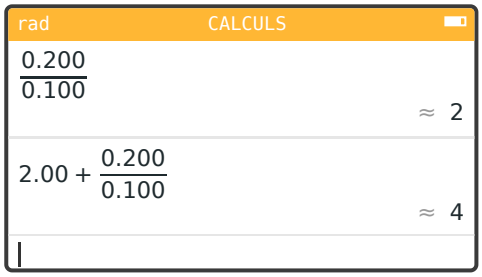
La feuille, ponctuelle, bouge du passage du début de la perturbation (date t_1) au passage de sa fin, soit pendant la durée $\Delta t = \frac{L}{v}$.

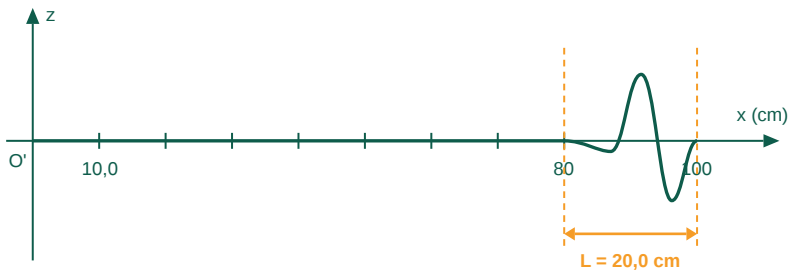
$$\Delta t = \frac{0{,}200}{0{,}100} = 2{,}00 \text{ s} \qquad t' = t_1 + \Delta t = 2{,}00 + 2{,}00$$

$\boxed{t' = 4{,}00 \text{ s}}$

COMPRENDRE
La coupe est une photographie à une date t donnée : elle donne la longueur de la perturbation. La durée du mouvement d'un point s'en déduit grâce à la célérité.

À LA CALCULATRICE





2.4.2 · Coupe de la surface de l'eau (côté des x positifs) : longueur L de la perturbation

2.5.1 Une libellule perçoit le son de l'impact à la date t_2. Déterminer la distance entre le point d'impact O' et la libellule.

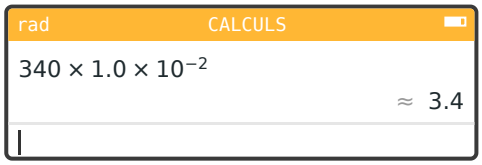
Données utiles $v_{\text{air}} = 340 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$; $t_2 = 1{,}0 \times 10^{-2}$ s ; $t_0 = 0$ s

Le son, émis en O' à $t_0 = 0$ s, se propage dans l'air à la célérité v_{air} jusqu'à la libellule :

$$d_2 = v_{\text{air}} \times (t_2 - t_0) = 340 \times 1{,}0 \times 10^{-2} = 3{,}4 \text{ m}$$

$\boxed{d_2 = 3{,}4 \text{ m}}$

À LA CALCULATRICE



2.5.2 Un poisson situé à 30 m de l'impact perçoit le même son avec un retard τ par rapport à la libellule. Exprimer la date t_3 en fonction de τ et t_2, puis en déduire la célérité du son dans l'eau.

Données utiles $d_3 = 30$ m ; $\tau = 1{,}0 \times 10^{-2}$ s ; $t_2 = 1{,}0 \times 10^{-2}$ s

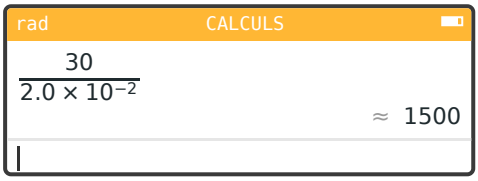
Le poisson perçoit le son après la libellule : $t_3 = t_2 + \tau = 1{,}0 \times 10^{-2} + 1{,}0 \times 10^{-2} = 2{,}0 \times 10^{-2}$ s.

Dans l'eau, le son parcourt d_3 entre $t_0 = 0$ s et t_3 :

$$v_{\text{eau}} = \frac{d_3}{t_3 - t_0} = \frac{30}{2{,}0 \times 10^{-2}} = 1{,}5 \times 10^3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$t_3 = t_2 + \tau = 2{,}0 \times 10^{-2}$ s ; $v_{\text{eau}} = 1{,}5 \times 10^3$ m · s^{-1}

À LA CALCULATRICE



PIÈGE
Diviser 30 m par le retard τ seul : τ est compté à partir de la date t_2, pas à partir de l'impact.

COMPRENDRE
Le son va plus de quatre fois plus vite dans l'eau que dans l'air : la célérité d'une onde mécanique dépend du milieu de propagation.