Spécialité : Titrage des ions dans une eau minérale

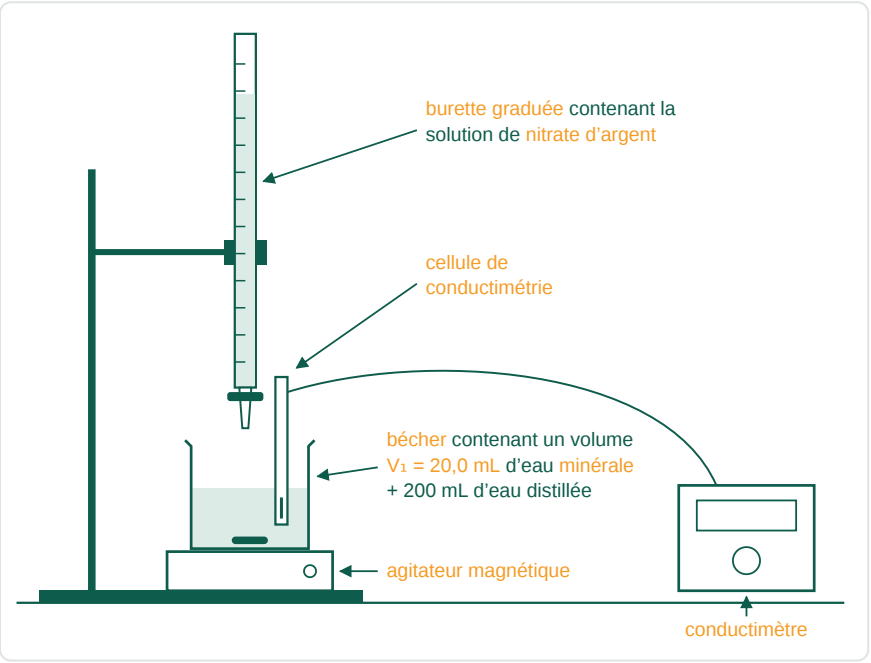
Bac S 2010 Centres étrangers (ancien programme) · Exercice 3 **4 points** **Durée conseillée 52 min**

1.1 Compléter le schéma du dispositif de titrage (figure 2 de l'annexe).

Voir la figure 2 complétée ci-dessous : burette graduée (solution titrante de nitrate d'argent), bécher (volume V_1 d'eau minérale et eau distillée), cellule de conductimétrie reliée au conductimètre, agitateur magnétique.

Légendes : burette graduée, nitrate d'argent, bécher, $V_1 = 20{,}0$ mL d'eau minérale, cellule de conductimétrie, conductimètre, agitateur magnétique.

PIÈGE
Confondre la cellule (la sonde plongée dans le bécher) et le conductimètre (l'appareil de mesure auquel elle est reliée).



1.1 · Figure 2 de l'annexe complétée (en orange : ce que l'on écrit)

1.2.1 Ce titrage est-il direct ou indirect ?

L'espèce à doser, l'ion chlorure $\mathrm{Cl^-}$, réagit elle-même avec l'espèce titrante $\mathrm{Ag^+}$ apportée par la burette, en une seule étape.

Le titrage est **direct**.

COMPRENDRE
La réaction support est ici une précipitation : ce type de titrage n'est plus au programme actuel de spécialité. Le suivi conductimétrique et le raisonnement à l'équivalence, eux, y figurent toujours.

1.2.2 Compléter le tableau d'évolution du système à l'équivalence (figure 3 de l'annexe).

Voir la figure 3 complétée ci-dessous. La transformation est totale et, à l'équivalence, les deux réactifs sont entièrement consommés.

À l'équivalence : $n_{2\text{éq}} - x_{\text{éq}} = 0$, $n_1 - x_{\text{éq}} = 0$ et $n(\mathrm{AgCl}) = x_{\text{éq}}$.

COMPRENDRE
L'état initial du tableau est fictif : on fait comme si tout le volume $V_{2\text{éq}}$ avait été versé d'un coup, avant que la réaction ne commence.

Équation chimique		$Ag^+(aq)$ +	$Cl^-(aq)$ =	$AgCl(s)$
État du système	Avancement (mol)	Quantités de matière (en mol)		
État initial	0	$n_{2éq}$	n_1	0
En cours de transformation	x	$n_{2éq} - x$	$n_1 - x$	x
À l'équivalence	$x_{éq}$	$n_{2éq} - x_{éq} = 0$	$n_1 - x_{éq} = 0$	$x_{éq}$

1.2.2 · Figure 3 de l'annexe complétée

1.2.3 En déduire la relation entre la quantité initiale n_1 d'ions chlorure et la quantité $n_{2éq}$ d'ions argent versée à l'équivalence.

D'après la dernière ligne du tableau : $n_1 - x_{éq} = 0$ donc $x_{éq} = n_1$, et $n_{2éq} - x_{éq} = 0$ donc $x_{éq} = n_{2éq}$.

$$n_1 = n_{2éq}$$

MÉTHODE
À l'équivalence, les réactifs sont introduits dans les proportions stœchiométriques. Avec des nombres stœchiométriques égaux à 1, les quantités de matière sont simplement égales.

1.3 Quel événement correspond au point d'intersection des deux segments de droite de la courbe ? En déduire le volume $V_{2éq}$ versé à l'équivalence.

La courbe $\sigma = f(V_2)$ est celle de la figure 1 de l'annexe (l'énoncé écrit « figure 2 » par erreur).

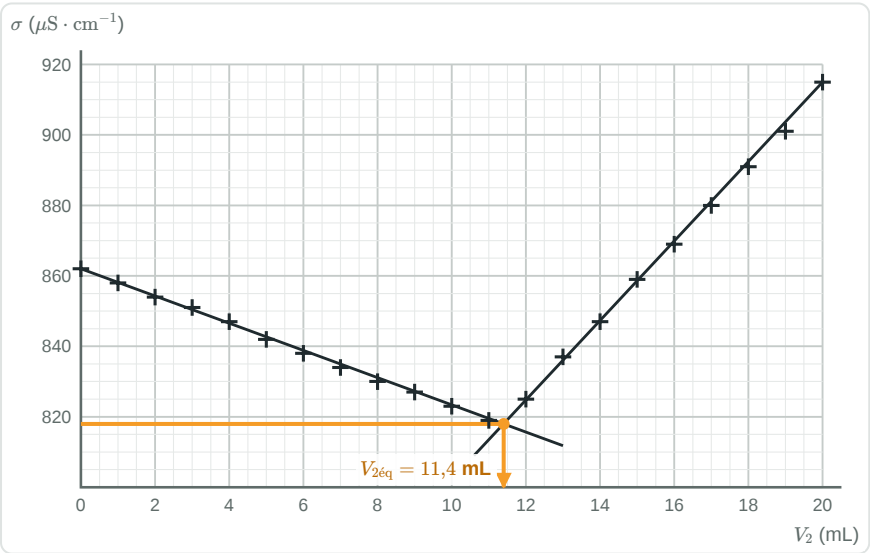
Le point d'intersection des deux segments de droite correspond à l'**équivalence** du titrage : la pente change parce que le réactif limitant change.

Son abscisse se lit sur l'axe horizontal :

$$V_{2éq} = 11{,}4 \text{ mL}$$

COMPRENDRE
Avant l'équivalence, chaque ion Cl^- consommé est remplacé par un ion NO_3^-, un peu moins conducteur : σ diminue lentement. Après, Ag^+ et NO_3^- s'accumulent : σ augmente.

MÉTHODE
Tracer chaque segment à la règle en s'appuyant sur les points éloignés de la rupture de pente, puis descendre à la verticale depuis l'intersection. Une lecture entre 11,2 et 11,6 mL est recevable.



1.3 · Figure 1 de l'annexe : les deux segments de droite et la lecture de l'équivalence

1.4 Calculer la concentration molaire c_1 des ions chlorure dans l'eau minérale.

Données utiles $V_1 = 20{,}0$ mL ; $c_2 = 2{,}00 \times 10^{-2}$ mol · L^{-1} ; $V_{2éq} = 11{,}4$ mL (1.3)

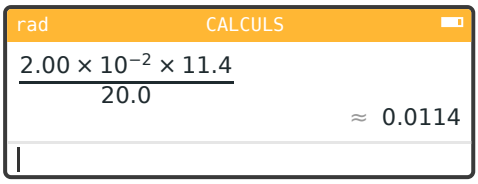
À l'équivalence $n_1 = n_{2éq}$ (1.2.3), avec $n_1 = c_1 V_1$ et $n_{2éq} = c_2 V_{2éq}$:

$$c_1 = \frac{c_2 V_{2éq}}{V_1} = \frac{2{,}00 \times 10^{-2} \times 11{,}4}{20{,}0}$$

$$c_1 = 1{,}14 \times 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

PIÈGE
Diviser par 220 mL. L'eau distillée ajoutée ne change pas la quantité d'ions chlorure : n_1 est contenue dans les 20,0 mL d'eau minérale prélevés.

À LA CALCULATRICE



COMPRENDRE
Trois chiffres significatifs, comme c_2, V_1 et $V_{2éq}$. Les deux volumes peuvent rester en mL puisque leurs unités se simplifient dans le rapport.

1.5 Calculer la concentration massique t_1 des ions chlorure dans cette eau minérale, en $\text{mg} \cdot \text{L}^{-1}$.

Données utiles $c_1 = 1{,}14 \times 10^{-2}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$ (1.4) ; $M(\text{Cl}) = 35{,}5\ \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$

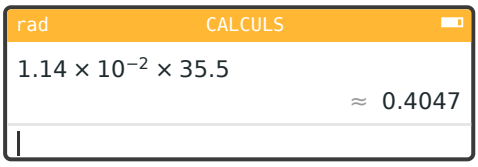
$t_1 = c_1 \times M(\text{Cl})$

$t_1 = 1{,}14 \times 10^{-2} \times 35{,}5 = 0{,}405\ \text{g} \cdot \text{L}^{-1}$

$\boxed{t_1 = 405\ \text{mg} \cdot \text{L}^{-1}}$

COMPRENDRE
La masse des électrons est négligeable : la masse molaire de l'ion Cl^- est celle de l'atome de chlore.

À LA CALCULATRICE



2.1 Quelle relation lie les quantités initiales $n_i(\text{Ca}^{2+})$ et $n_i(\text{Mg}^{2+})$ et la quantité $n'_{2éq}$ d'ions Y^{4-} versée à l'équivalence ?

Les ions Y^{4-} réagissent à la fois avec les ions calcium et avec les ions magnésium, chaque fois mole à mole. À l'équivalence, la quantité d'ions Y^{4-} versée est égale à la quantité totale des deux cations présents dans la prise d'essai (de volume V'_1, noté V_1 dans l'énoncé).

$\boxed{n'_{2éq} = n_i(\text{Ca}^{2+}) + n_i(\text{Mg}^{2+})}$

COMPRENDRE
Ce titrage ne distingue pas les deux cations : il donne seulement leur somme. Il faut une information supplémentaire (ici l'étiquette, pour le magnésium) pour isoler le calcium.

2.2 Montrer que $[\text{Ca}^{2+}] + [\text{Mg}^{2+}] = \dfrac{c'_2\, V'_{2éq}}{V'_1}$.

On exprime chaque quantité de matière : $n'_{2éq} = c'_2\, V'_{2éq}$, $n_i(\text{Ca}^{2+}) = [\text{Ca}^{2+}]\, V'_1$ et $n_i(\text{Mg}^{2+}) = [\text{Mg}^{2+}]\, V'_1$.

La relation de la question 2.1 devient : $c'_2\, V'_{2éq} = \left([\text{Ca}^{2+}] + [\text{Mg}^{2+}]\right) V'_1$.

En divisant par V'_1 :

$\boxed{[\text{Ca}^{2+}] + [\text{Mg}^{2+}] = \dfrac{c'_2\, V'_{2éq}}{V'_1}}$, qui est la relation attendue.

2.3 À l'aide de la concentration massique des ions magnésium donnée dans le tableau, en déduire la concentration massique (en $\text{mg} \cdot \text{L}^{-1}$) des ions calcium dans cette eau.

Données utiles $c_2' = 5{,}0 \times 10^{-3}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$; $V_{2\text{éq}}' = 10{,}8\ \text{mL}$; $V_1' = 20{,}0\ \text{mL}$; $t(\text{Mg}^{2+}) = 11\ \text{mg} \cdot \text{L}^{-1}$; $M(\text{Ca}) = 40{,}1\ \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$; $M(\text{Mg}) = 24{,}3\ \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$

Somme des concentrations (2.2) : $\dfrac{c_2' V_{2\text{éq}}'}{V_1'} = \dfrac{5{,}0 \times 10^{-3} \times 10{,}8}{20{,}0} = 2{,}7 \times 10^{-3}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$

Ions magnésium : $[\text{Mg}^{2+}] = \dfrac{t(\text{Mg}^{2+})}{M(\text{Mg})} = \dfrac{11 \times 10^{-3}}{24{,}3} = 4{,}5 \times 10^{-4}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$

Ions calcium : $[\text{Ca}^{2+}] = 2{,}7 \times 10^{-3} - 4{,}5 \times 10^{-4} = 2{,}2 \times 10^{-3}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$

$t(\text{Ca}^{2+}) = [\text{Ca}^{2+}] \times M(\text{Ca}) = \left(2{,}7 \times 10^{-3} - \dfrac{11 \times 10^{-3}}{24{,}3}\right) \times 40{,}1 = 9{,}0 \times 10^{-2}\ \text{g} \cdot \text{L}^{-1}$

$$\boxed{t(\text{Ca}^{2+}) = 90\ \text{mg} \cdot \text{L}^{-1}}$$

PIÈGE

Soustraire directement les concentrations massiques, ou oublier de convertir 11 mg en 11×10^{-3} g. La soustraction porte sur les concentrations molaires ; on revient à la masse seulement à la fin.

COMPRENDRE

Deux chiffres significatifs, comme c_2' et $t(\text{Mg}^{2+})$. On garde les valeurs non arrondies dans la calculatrice : avec $2{,}2 \times 10^{-3}$ arrondi, on trouverait 88 au lieu de 90.

À LA CALCULATRICE

