Une petite histoire de la seconde

Bac S 2011 Polynésie rattrapage (ancien programme) · Exercice 2 **6 points** **Durée conseillée 1 h 18**

1 Première partie. À quelle condition les oscillations du pendule sont-elles isochrones ?

Des oscillations isochrones ont une période qui ne dépend pas de leur amplitude.

C'est le cas tant que l'amplitude angulaire reste **petite** (une vingtaine de degrés au plus).

COMPRENDRE
Pour de grandes amplitudes, la période augmente avec l'amplitude : le pendule n'est plus une bonne horloge. Le protocole de la question 3 limite d'ailleurs l'amplitude initiale à 20°.

2 Que représente la grandeur ℓ dans l'expression de la période propre du pendule ?

ℓ est la **longueur du pendule** : la distance, en mètre, entre le point de suspension du fil et le centre d'inertie de l'objet accroché.

PIÈGE
Répondre « la longueur du fil » est incomplet : il faut aller jusqu'au centre de la masse suspendue.

3.1 Expliquer pourquoi il est préférable de mesurer 10 oscillations et non pas une seule.

L'incertitude du chronométrage (déclenchement et arrêt à la main) est la même quelle que soit la durée mesurée. Sur une durée dix fois plus longue, elle pèse dix fois moins.

Mesurer 10 oscillations puis diviser par 10 **réduit l'incertitude relative** sur la période.

COMPRENDRE
Avec une erreur de 0,2 s au chronomètre, une seule oscillation de 1,3 s serait connue à 15 % près ; dix oscillations (13,4 s) le sont à 1,5 % près.

3.2 Tracer la courbe $T_0 = f(\sqrt{\ell})$ avec les échelles 1 cm pour $0{,}10\ \text{m}^{1/2}$ et 1 cm pour 1,0 s.

Données utiles ℓ (m) : 0,45 ; 0,30 ; 0,20 ; 0,10 Δt (s) : 13,4 ; 11,0 ; 9,0 ; 6,4

Pour chaque mesure, on calcule $\sqrt{\ell}$ et $T_0 = \dfrac{\Delta t}{10}$:

ℓ (m)	0,45	0,30	0,20	0,10
$\sqrt{\ell}$ ($\text{m}^{1/2}$)	0,67	0,55	0,45	0,32
T_0 (s)	1,34	1,10	0,90	0,64

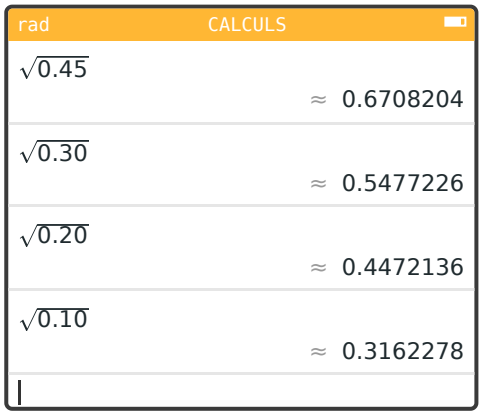
On place les quatre points, puis on trace à la règle la droite moyenne.

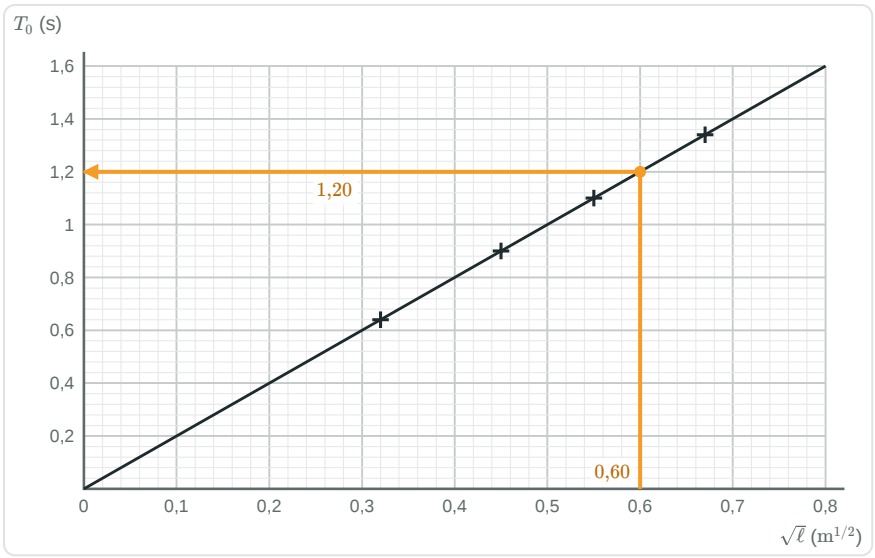
Les points sont alignés sur une droite qui passe par l'origine (voir la figure).

PIÈGE
Porter Δt en ordonnée au lieu de T_0, ou ℓ en abscisse au lieu de $\sqrt{\ell}$. Ne pas relier les points par des segments : on trace une droite moyenne.

COMPRENDRE
Avec 1 cm pour 1,0 s, les points tiennent sur moins de 1,5 cm de hauteur. Si la copie le permet, une ordonnée dilatée (1 cm pour 0,10 s, comme ici) rend la lecture bien plus précise.

À LA CALCULATRICE





3.2 · Période propre en fonction de la racine carrée de la longueur (ordonnée dilatée)

3.3 À partir de la courbe, montrer que l'expression théorique de la période propre d'un pendule simple est vérifiée.

Données utiles $g = 9{,}81\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$; droite tracée en 3.2

La courbe est une droite passant par l'origine : T_0 est proportionnelle à $\sqrt{\ell}$, soit $T_0 = a\sqrt{\ell}$.

Coefficient directeur, avec l'origine et le point de la droite $(0{,}60\ ;\ 1{,}20)$:

$$a = \frac{1{,}20 - 0}{0{,}60 - 0} = 2{,}0\ \text{s} \cdot \text{m}^{-1/2}$$

L'expression théorique s'écrit $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} = \frac{2\pi}{\sqrt{g}}\sqrt{\ell}$: elle prévoit aussi une proportionnalité, de coefficient

$$\frac{2\pi}{\sqrt{g}} = \frac{2\pi}{\sqrt{9{,}81}} = 2{,}01\ \text{s} \cdot \text{m}^{-1/2}$$

$a = 2{,}0\ \text{s} \cdot \text{m}^{-1/2}$ pour $2{,}01\ \text{s} \cdot \text{m}^{-1/2}$ attendu : l'expression théorique est vérifiée.

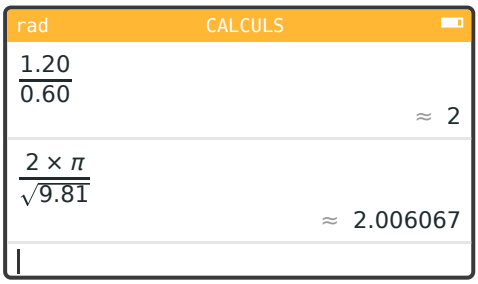
PIÈGE

Calculer le coefficient directeur avec un point du tableau qui n'est pas sur la droite tracée. On prend deux points de la droite, éloignés l'un de l'autre.

MÉTHODE

Pour valider une loi à partir d'une droite, deux contrôles : la forme (droite passant par l'origine, donc proportionnalité) et la valeur du coefficient directeur, comparée à celle de la formule.

À LA CALCULATRICE



4 Un pendule « bat la seconde » : un aller dure une seconde. Quelle doit être sa longueur ?

Données utiles $g = 9{,}81\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$

Une période correspond à un aller et un retour : $T_0 = 2 \times 1{,}00 = 2{,}00\ \text{s}$

$T_0 = 2\pi\sqrt{\dfrac{\ell}{g}}$ donne $T_0^2 = 4\pi^2\,\dfrac{\ell}{g}$, d'où $\ell = \dfrac{g\,T_0^2}{4\pi^2}$.

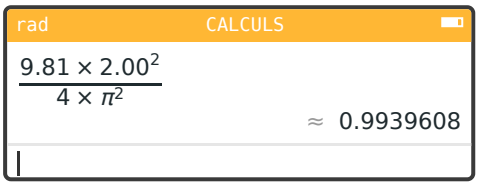
$$\ell = \frac{9{,}81 \times 2{,}00^2}{4\pi^2} = 0{,}994\ \text{m}$$

$\ell = 0{,}994\ \text{m}$, soit environ 1 m.

PIÈGE
Prendre $T_0 = 1$ s : on trouverait 0,25 m, quatre fois trop court. La seconde est ici la durée d'un aller simple, pas d'une oscillation complète.

COMPRENDRE
Chiffres significatifs : g en compte trois et la durée d'un aller est fixée par définition, donc trois chiffres au résultat.

À LA CALCULATRICE



1.1 Deuxième partie. Quel est le phénomène physique illustré par la courbe (1) de la figure 1 ?

L'oscillateur électrique impose sa fréquence au quartz (oscillations forcées). L'amplitude des oscillations du quartz passe par un maximum marqué pour une fréquence particulière.

La courbe (1) illustre le phénomène de **résonance**.

1.2 À l'aide de la figure 1, déterminer la fréquence propre f_0 d'oscillations du quartz.

D'après le texte, à la résonance la fréquence imposée est égale à la fréquence propre du quartz. On lit donc l'abscisse du maximum de la courbe (1).

$f_0 = 32\,768\ \text{Hz}$

COMPRENDRE
Cette valeur n'est pas due au hasard : $32\,768 = 2^{15}$. C'est ce qui rendra la division de fréquence de la question 3 très simple.

1.3 Calculer le facteur de qualité $Q = \dfrac{f_0}{\beta}$, puis indiquer si l'amortissement est faible ou fort.

Données utiles $f_0 = 32\,768$ Hz (1.2) ; figure 1 : 2 Hz par graduation

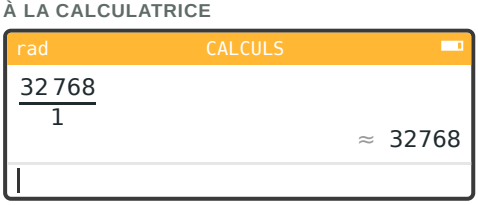
Sur la figure 1, la double flèche β couvre environ la moitié d'un intervalle de 2 Hz : $\beta \approx 1$ Hz.

$$Q = \frac{f_0}{\beta} = \frac{32\,768}{1} \approx 3 \times 10^4$$

$Q \approx 3 \times 10^4$, très supérieur à 10 : la résonance est aiguë et l'amortissement est **faible**.

COMPRENDRE
La lecture de β est grossière : un seul chiffre significatif pour Q. La conclusion ne dépend pas de cette imprécision, car Q dépasse 10 de plusieurs ordres de grandeur.

À LA CALCULATRICE



2.1 Parmi les figures 2.a et 2.b, reconnaître la tension aux bornes du condensateur lors d'une décharge oscillante.

Sur la figure 2.a, la tension change de signe périodiquement, de part et d'autre de 0 V. Sur la figure 2.b, elle décroît vers 0 V sans jamais changer de signe.

La décharge oscillante correspond à la **figure 2.a**.

COMPRENDRE
La figure 2.b est celle d'une décharge sans oscillation, comme dans un circuit RC ou un circuit RLC trop résistif.

2.2 Quelle est l'influence de la valeur de la résistance R sur le phénomène d'oscillations ?

La résistance dissipe l'énergie du circuit par effet Joule : elle amortit les oscillations.

Plus R est grande, plus l'amplitude des oscillations décroît vite ; au-delà d'une certaine valeur de R, il n'y a plus d'oscillation.

PIÈGE
Dire que R modifie la période : tant que l'amortissement est faible, la pseudo-période reste voisine de la période propre, qui ne dépend que de L et C.

2.3 Rappeler l'expression de la période propre T_0 d'un circuit LC série, puis en déduire la fréquence propre f_0 du circuit modélisant le quartz.

Données utiles $L = 7\,860$ H ; $C = 3{,}001 \times 10^{-15}$ F

Période propre : $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$.

Fréquence propre : $f_0 = \dfrac{1}{T_0} = \dfrac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$

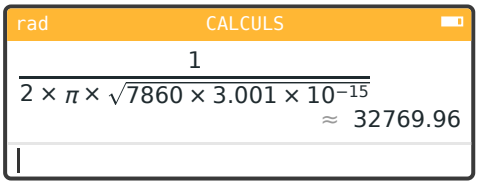
$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{7\,860 \times 3{,}001 \times 10^{-15}}} = 3{,}277 \times 10^4 \text{ Hz}$$

$f_0 = 3{,}277 \times 10^4$ Hz, en accord avec la lecture de la figure 1.

PIÈGE
Faire intervenir R dans le calcul : la période propre est celle du circuit sans résistance. Autre erreur fréquente : oublier la racine carrée.

COMPRENDRE
L et C sont donnés avec quatre chiffres significatifs, d'où quatre chiffres pour f_0.

À LA CALCULATRICE



3 La fréquence f_0 est divisée par 2^n. Déterminer l'entier n pour obtenir un signal de fréquence égale à 1 Hz.

Données utiles $f_0 = 32\,768$ Hz (1.2)

On veut $\dfrac{f_0}{2^n} = 1$ Hz, soit $2^n = f_0$ (f_0 en hertz).

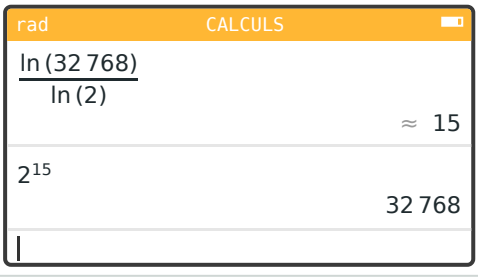
En prenant le logarithme : $n \ln 2 = \ln f_0$, d'où

$$n = \frac{\ln f_0}{\ln 2} = \frac{\ln(32\,768)}{\ln 2} = 15$$

$n = 15$: on vérifie que $2^{15} = 32\,768$.

COMPRENDRE
Diviser par 2^{15}, c'est diviser quinze fois de suite la fréquence par 2. Avec la valeur de 2.3 on trouve 15,0001 : n étant entier, la réponse est la même.

À LA CALCULATRICE



1 Troisième partie. Donner la relation entre les énergies E_p, E_n et la fréquence ν du photon émis.

L'énergie perdue par l'atome est emportée par le photon, d'énergie $h\nu$.

$$E_p - E_n = h\,\nu$$

PIÈGE
Écrire $E_n - E_p = h\nu$: avec $E_p > E_n$ cette différence est négative, alors que l'énergie d'un photon est positive.

2 Donner la valeur de la fréquence ν correspondant à la transition électronique définissant la seconde.

Une seconde contient $9\,192\,631\,770$ périodes de la radiation :

$$T = \frac{1\text{ s}}{9\,192\,631\,770}$$

La fréquence est l'inverse de la période, c'est-à-dire le nombre de périodes par seconde.

$$\nu = \frac{1}{T} = 9\,192\,631\,770\text{ Hz} \approx 9{,}19 \times 10^{9}\text{ Hz}$$

COMPRENDRE
Cette valeur est exacte, fixée par la définition de la seconde. La radiation appartient au domaine des micro-ondes, pas à la lumière visible.

3 Calculer la variation d'énergie $E_p - E_n$ correspondante, en joule et en électron-volt.

Données utiles $h = 6{,}63 \times 10^{-34}$ J · s ; $1\text{ eV} = 1{,}60 \times 10^{-19}$ J ; $\nu = 9\,192\,631\,770$ Hz (question 2)

$$E_p - E_n = h\,\nu$$

$$E_p - E_n = 6{,}63 \times 10^{-34} \times 9\,192\,631\,770 = 6{,}09 \times 10^{-24}\text{ J}$$

Conversion : $E_p - E_n = \dfrac{6{,}09 \times 10^{-24}}{1{,}60 \times 10^{-19}} = 3{,}81 \times 10^{-5}\text{ eV}$

$$E_p - E_n = 6{,}09 \times 10^{-24}\text{ J} = 3{,}81 \times 10^{-5}\text{ eV}$$

PIÈGE
Multiplier par $1{,}60 \times 10^{-19}$ pour passer en eV. Un joule vaut beaucoup d'électrons-volts : on divise, et le nombre obtenu en eV est plus grand qu'en joule.

COMPRENDRE
Trois chiffres significatifs, comme h. L'écart est environ cent mille fois plus petit que les transitions du visible (quelques eV) : c'est une structure « hyperfine ».

À LA CALCULATRICE

