Corrigé complet — Bac S 2011 Polynésie (ancien programme)

Physique-chimie, enseignement de spécialité **20 points** **3 h 30**

Ex 1	**L'élément 117 s'ajoute au tableau périodique** Isotopes · Défaut de masse et énergie de liaison · Lois de conservation et radioactivités α, β^-, β^+ · Loi de décroissance radioactive · Demi-vie et activité · Diagramme (N, Z)	5 pts	1 h 05	13 questions	p. 2
Ex 2	**Spécialité : Du clairon à la trompette** Modes propres d'une colonne d'air · Fondamental et harmoniques · Nœuds et ventres de vibration · Hauteur et timbre d'un son · Spectre en fréquences · Niveau d'intensité sonore	4 pts	52 min	10 questions	p. 7
Ex 3	**Deux détartrants pour cafetière électrique** Dissolution et concentration · Acide de Brønsted · Taux d'avancement final · Constante d'acidité et pKa · Titrage pH-métrique · Facteurs cinétiques	7 pts	1 h 31	17 questions	p. 11
Ex 4	**Suivez la flèche...** Deuxième loi de Newton · Mouvement dans un champ de pesanteur uniforme · Équations horaires · Équation de la trajectoire · Principe d'inertie	4 pts	52 min	11 questions	p. 16

Comment s'en servir. Fais d'abord le sujet en temps limité, puis corrige-toi exercice par exercice. À gauche de chaque question, sur les carreaux : ce qu'il faut écrire sur ta copie. À droite : les pièges, ce qu'il faut comprendre et les méthodes.

L'élément 117 s'ajoute au tableau périodique

Bac S 2011 Polynésie (ancien programme) · Exercice 1 **5 points** **Durée conseillée 1 h 05**

1.1 À quelles conditions dit-on que deux noyaux sont isotopes ?

Deux noyaux sont isotopes s'ils possèdent le **même nombre de protons** Z (même élément chimique) mais des **nombres de neutrons différents**, donc des nombres de masse A différents.

COMPRENDRE
Le calcium 48 ($Z = 20$, 28 neutrons) et le calcium 40 ($Z = 20$, 20 neutrons) sont isotopes : même case du tableau périodique, masses différentes.

1.2 Exprimer le défaut de masse Δm du noyau de calcium 48 en fonction de m_{noyau}, m_p, m_n, Z et A, puis le calculer en unité de masse atomique.

Données utiles $m_{\text{noyau}} = 47{,}941\,6$ u ; $m_p = 1{,}007\,28$ u ; $m_n = 1{,}008\,66$ u ; $Z = 20$; $A = 48$

Le défaut de masse est l'écart entre la masse des nucléons séparés, au repos, et la masse du noyau. Le noyau contient Z protons et $A - Z$ neutrons :

$$\Delta m = Z\,m_p + (A - Z)\,m_n - m_{\text{noyau}}$$

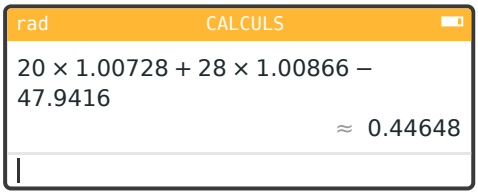
$$\Delta m = 20 \times 1{,}007\,28 + 28 \times 1{,}008\,66 - 47{,}941\,6$$

$$\boxed{\Delta m = 0{,}446\,5 \text{ u}}$$

PIÈGE
Multiplier m_n par $A = 48$ au lieu de $A - Z = 28$, ou soustraire dans l'autre sens : un défaut de masse est toujours positif.

COMPRENDRE
Chiffres significatifs : dans une somme, on garde la décimale de la donnée la moins précise. m_{noyau} est donnée à 10^{-4} u près, d'où $0{,}446\,5$ u. On conserve $0{,}446\,48$ u pour la suite.

À LA CALCULATRICE



1.3 En déduire, en MeV, l'énergie de liaison E_l du noyau de calcium 48, puis son énergie de liaison par nucléon E_l/A.

Données utiles $\Delta m = 0{,}446\,48$ u (1.2) ; $1 \text{ u} = 1{,}660\,54 \times 10^{-27}$ kg ; $c = 3{,}00 \times 10^8$ m · s^{-1} ; $1 \text{ eV} = 1{,}602 \times 10^{-19}$ J ; $A = 48$

Énergie de liaison : $E_l = \Delta m \cdot c^2$, avec Δm en kg.

$$E_l = 0{,}446\,48 \times 1{,}660\,54 \times 10^{-27} \times (3{,}00 \times 10^8)^2 = 6{,}67 \times 10^{-11} \text{ J}$$

Comme $1 \text{ MeV} = 10^6 \text{ eV} = 1{,}602 \times 10^{-13}$ J :

$$E_l = \frac{6{,}67 \times 10^{-11}}{1{,}602 \times 10^{-13}} = 417 \text{ MeV}$$

Énergie de liaison par nucléon : $\dfrac{E_l}{A} = \dfrac{416{,}5}{48}$

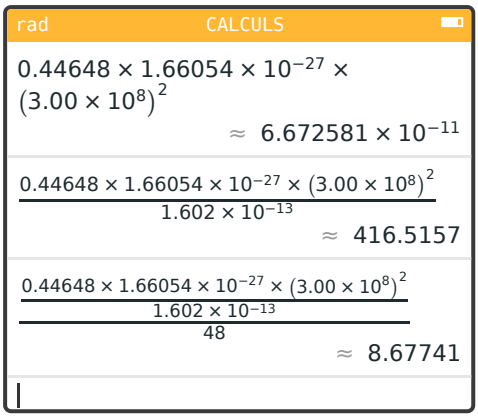
$$\boxed{E_l = 417 \text{ MeV et } \frac{E_l}{A} = 8{,}68 \text{ MeV par nucléon}}$$

PIÈGE
Laisser Δm en u dans $\Delta m \cdot c^2$: le résultat n'est en joules que si la masse est en kilogrammes. Ne pas confondre non plus eV et MeV.

COMPRENDRE
Trois chiffres significatifs, imposés par $c = 3{,}00 \times 10^8$ m · s^{-1}. On enchaîne les calculs sans arrondir les valeurs intermédiaires.

MÉTHODE
Plus E_l/A est grande, plus le noyau est stable. C'est cette grandeur, et non E_l, qui permet de comparer deux noyaux ; les plus stables atteignent environ 8,8 MeV par nucléon.

À LA CALCULATRICE



2.1 Compléter l'équation de désintégration du berkélium 249 en californium 249 en précisant les lois de conservation utilisées. Identifier la particule émise et le type de radioactivité.

On note ${}^{A}_{Z}\mathrm{X}$ la particule émise : ${}^{249}_{97}\mathrm{Bk} \longrightarrow {}^{249}_{98}\mathrm{Cf} + {}^{A}_{Z}\mathrm{X}$

- Conservation du nombre de nucléons : $249 = 249 + A$, donc $A = 0$.
- Conservation du nombre de charge : $97 = 98 + Z$, donc $Z = -1$.

La particule n'a aucun nucléon et porte une charge $-e$: c'est un électron.

${}^{249}_{97}\mathrm{Bk} \longrightarrow {}^{249}_{98}\mathrm{Cf} + {}^{0}_{-1}\mathrm{e}$: émission d'un électron, radioactivité β^-.

PIÈGE
Parler de « conservation de la masse » ou « des éléments » : dans une réaction nucléaire, seuls le nombre de nucléons A et le nombre de charge Z se conservent (lois de Soddy).

2.2 Définir le temps de demi-vie $t_{1/2}$.

Le temps de demi-vie $t_{1/2}$ est la durée au bout de laquelle **la moitié des noyaux radioactifs** initialement présents dans un échantillon se sont désintégrés : $N(t_{1/2}) = \dfrac{N_0}{2}$.

PIÈGE
Écrire qu'au bout de $2\,t_{1/2}$ tous les noyaux ont disparu : il en reste un quart, la population étant divisée par deux à chaque demi-vie.

2.3.1 Rappeler l'expression de la loi de décroissance radioactive en faisant intervenir la constante radioactive λ.

$$N(t) = N_0\,\mathrm{e}^{-\lambda t}$$

COMPRENDRE
N_0 est le nombre de noyaux à $t = 0$; λ s'exprime en s^{-1} (ou en jour^{-1} si t est en jours) pour que l'exposant soit sans unité.

2.3.2 Exprimer le rapport $\dfrac{N}{N_0}$ en fonction de la date t et de la demi-vie $t_{1/2}$.

D'après la loi de décroissance : $\dfrac{N}{N_0} = \mathrm{e}^{-\lambda t}$, avec $\lambda = \dfrac{\ln 2}{t_{1/2}}$.

$$\frac{N}{N_0} = \mathrm{e}^{-\frac{\ln 2}{t_{1/2}}\,t}$$

MÉTHODE
Forme équivalente, utile pour vérifier : $\dfrac{N}{N_0} = \left(\dfrac{1}{2}\right)^{t/t_{1/2}}$. Pour $t = t_{1/2}$ on retrouve bien $\dfrac{1}{2}$.

2.3.3 Le bombardement a duré 150 jours. Vérifier l'affirmation : « À la fin de l'expérience, il ne restait que 70 % du berkélium initial ».

Données utiles $t = 150$ jours ; $t_{1/2} = 320$ jours (la « période » du texte)

t et $t_{1/2}$ sont exprimés dans la même unité (le jour) :

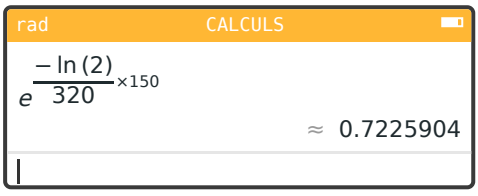
$$\frac{N}{N_0} = \mathrm{e}^{-\frac{\ln 2}{320}\times 150} = 0{,}72$$

$\dfrac{N}{N_0} = 0{,}72$, soit 72 % : il reste bien environ 70 % du berkélium initial, l'affirmation est vérifiée.

PIÈGE
Oublier le signe « $-$ » dans l'exponentielle (on trouverait 1,38, soit plus de noyaux qu'au départ), ou convertir une seule des deux durées en secondes.

COMPRENDRE
Le résultat est cohérent : 150 jours représentent un peu moins d'une demi-vie, il doit donc rester plus de 50 % des noyaux.

À LA CALCULATRICE



2.4.1 Déterminer le nombre initial N_0 de noyaux de berkélium 249 dans l'échantillon de 22 mg.

Données utiles $m = 22$ mg ; $m_{\text{atome}} = 4{,}136 \times 10^{-25}$ kg

Chaque atome contient un noyau, donc $N_0 = \dfrac{m}{m_{\text{atome}}}$, avec $m = 22\ \text{mg} = 22 \times 10^{-6}$ kg.

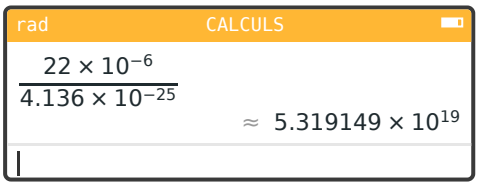
$$N_0 = \frac{22 \times 10^{-6}}{4{,}136 \times 10^{-25}}$$

$N_0 = 5{,}3 \times 10^{19}$ noyaux

PIÈGE
Conversion : $1\ \text{mg} = 10^{-3}\ \text{g} = 10^{-6}$ kg. Écrire 22×10^{-3} kg donne un résultat mille fois trop grand.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme la masse de 22 mg, donnée la moins précise.

À LA CALCULATRICE



2.4.2 Exprimer l'activité initiale A_0 de l'échantillon de berkélium 249 en fonction de N_0 et $t_{1/2}$, puis la calculer en becquerel.

Données utiles $N_0 = 5{,}3 \times 10^{19}$ (2.4.1) ; $t_{1/2} = 320$ jours

L'activité est proportionnelle au nombre de noyaux : $A(t) = \lambda\, N(t)$. À $t = 0$: $A_0 = \lambda\, N_0$, soit

$$A_0 = \frac{\ln 2}{t_{1/2}}\, N_0$$

Le becquerel est une désintégration par seconde : $t_{1/2} = 320 \times 24 \times 3600 = 2{,}76 \times 10^{7}$ s.

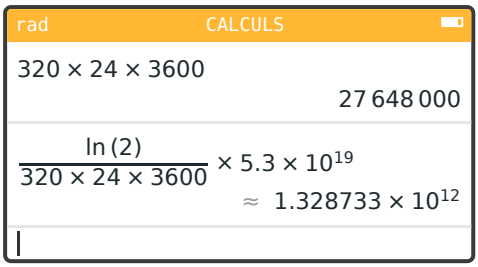
$$A_0 = \frac{\ln 2}{320 \times 24 \times 3600} \times 5{,}3 \times 10^{19}$$

$A_0 = 1{,}3 \times 10^{12}$ Bq

PIÈGE
Laisser $t_{1/2}$ en jours : on obtient des désintégrations par jour, pas des becquerels. Ici, contrairement à la question 2.3.3, la conversion en secondes est indispensable.

COMPRENDRE
$A = \lambda N$ vient de $A = -\dfrac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t}$ appliquée à $N_0\,\mathrm{e}^{-\lambda t}$. L'activité décroît donc comme N : au bout de 150 jours elle ne vaut plus que 72 % de A_0.

À LA CALCULATRICE



3.1 Écrire l'équation de la désintégration α d'un noyau d'ununseptium 293, le noyau fils n'étant pas dans un état excité.

La particule α est un noyau d'hélium ${}^{4}_{2}\mathrm{He}$. Pour le noyau fils ${}^{A}_{Z}\mathrm{Y}$:

- conservation du nombre de nucléons : $293 = 4 + A$, donc $A = 289$;
- conservation du nombre de charge : $117 = 2 + Z$, donc $Z = 115$, élément ununpentium Uup d'après le tableau.

${}^{293}_{117}\mathrm{Uus} \longrightarrow {}^{289}_{115}\mathrm{Uup} + {}^{4}_{2}\mathrm{He}$

COMPRENDRE
Noyau fils non excité : aucun rayonnement γ n'accompagne la désintégration. Depuis 2016, ces éléments ont un nom définitif : tennesse (Ts) pour $Z = 117$, moscovium (Mc) pour $Z = 115$.

3.2.1 Quel type de désintégration n'a pas encore été évoqué dans cet exercice ?

L'exercice a traité la radioactivité β^- (2.1) et la radioactivité α (3.1).

Il reste la radioactivité β^+ : émission d'un positon ${}^{0}_{1}\mathrm{e}$.

3.2.2 Dans le fragment de diagramme (N, Z), choisir un noyau instable concerné par ce type de désintégration et écrire l'équation correspondante, le noyau fils n'étant pas dans un état excité.

Lors d'une désintégration β^+, un proton du noyau se transforme en neutron : Z diminue de 1 et N augmente de 1. Sont concernés les noyaux instables trop riches en protons, situés à droite des cases grises : ${}^{11}_{6}\mathrm{C}$, ${}^{13}_{7}\mathrm{N}$ ou ${}^{15}_{8}\mathrm{O}$.

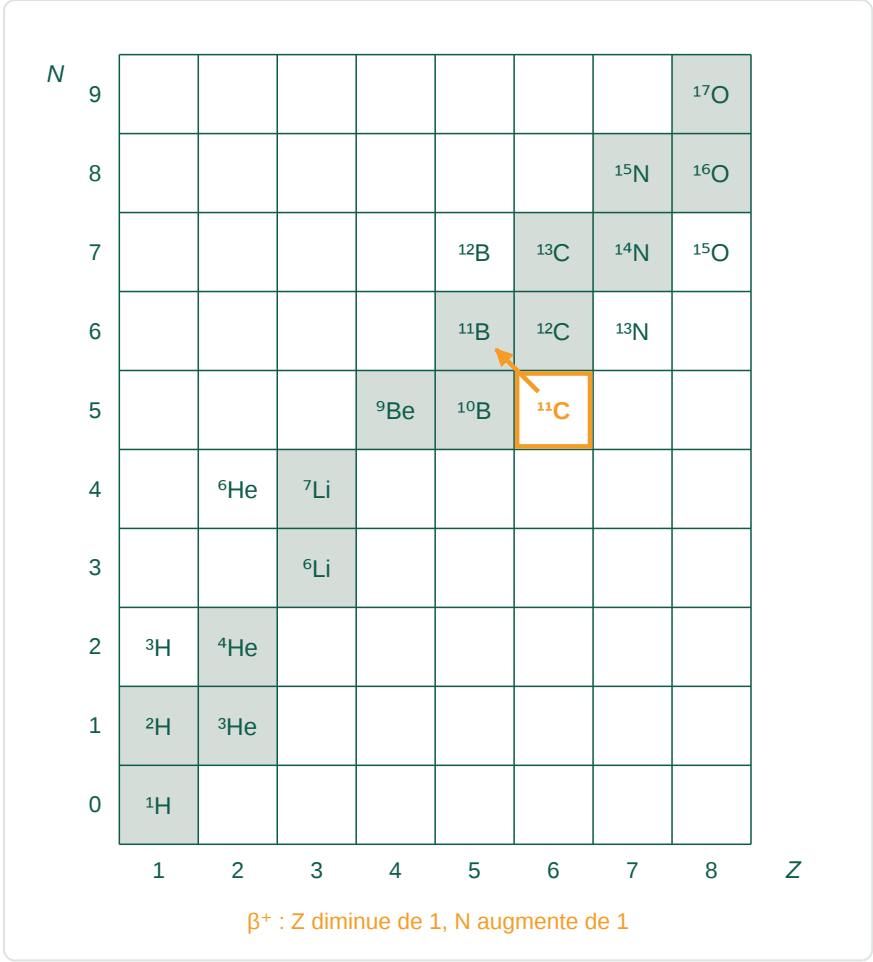
Choix du carbone 11 : ${}^{11}_{6}\mathrm{C} \longrightarrow {}^{A}_{Z}\mathrm{Y} + {}^{0}_{1}\mathrm{e}$

- nombre de nucléons : $11 = A + 0$, donc $A = 11$;
- nombre de charge : $6 = Z + 1$, donc $Z = 5$: c'est le bore.

${}^{11}_{6}\mathrm{C} \longrightarrow {}^{11}_{5}\mathrm{B} + {}^{0}_{1}\mathrm{e}$; le bore 11 ($Z = 5$, $N = 6$) est bien dans une case grise, donc stable.

PIÈGE
Choisir ${}^{3}_{1}\mathrm{H}$, ${}^{6}_{2}\mathrm{He}$ ou ${}^{12}_{5}\mathrm{B}$: ces noyaux ont trop de neutrons et sont radioactifs β^-.

MÉTHODE
Sur ce diagramme (Z en abscisse, N en ordonnée), une désintégration β^+ déplace le noyau d'une case vers la gauche et d'une case vers le haut ; une β^- fait l'inverse. On vérifie ainsi que le noyau fils se rapproche des cases grises.



3.2.2 · Fragment du diagramme (N, Z) du sujet : cases grises = noyaux stables ; en orange, la désintégration β^+ du carbone 11

Spécialité : Du clairon à la trompette

Bac S 2011 Polynésie (ancien programme) · Exercice 2 **4 points** **Durée conseillée 52 min**

1.1.1 Quelles sont les deux premières notes que l'on peut aisément jouer avec le clairon ?

Données utiles harmoniques jouables : 262 Hz, 393 Hz ; tableau des notes : do 262 Hz, sol 392 Hz

Le fondamental (131 Hz) est difficile à produire. Les deux premières fréquences faciles à jouer sont 262 Hz et 393 Hz.

D'après le tableau, 262 Hz est la fréquence du do, et 393 Hz est très proche de 392 Hz, fréquence du sol.

Les deux premières notes sont le **do** (262 Hz) puis le **sol** (392 Hz).

COMPRENDRE
Ce sujet relève de l'ancien programme : harmoniques, hauteur et timbre ne figurent plus au programme actuel de la spécialité de Terminale. L'exercice reste un bon entraînement sur les ondes sonores.

1.1.2 Comment peut-on qualifier les modes de vibration correspondants ?

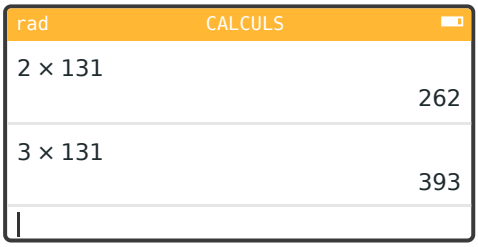
Données utiles fréquence fondamentale $f = 131$ Hz

$262 = 2 \times 131$ et $393 = 3 \times 131$: ces fréquences sont des multiples entiers de la fréquence fondamentale, $f_n = n\,f$.

Ce sont des **modes harmoniques** : l'harmonique de rang 2 (262 Hz) et l'harmonique de rang 3 (393 Hz).

PIÈGE
Répondre seulement « modes propres » sans préciser. Le mot attendu est « harmoniques », justifié par le rapport entier avec le fondamental.

À LA CALCULATRICE



1.2.1 Déterminer la longueur L du tuyau ouvert aux deux extrémités équivalent au clairon étudié.

Données utiles $f = \dfrac{v}{2L}$; $f = 131$ Hz ; $v = 340\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$

$f = \dfrac{v}{2L}$ donc $L = \dfrac{v}{2f}$

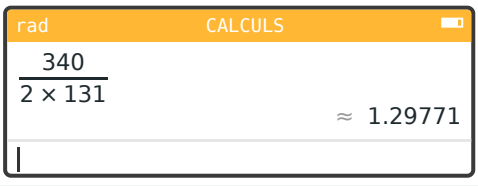
$$L = \frac{340}{2 \times 131} = 1{,}30\ \text{m}$$

$L = 1{,}30$ m

PIÈGE
Taper 340÷2×131 sans parenthèses : la calculatrice multiplie alors par 131 et affiche 22 270.

COMPRENDRE
Trois chiffres significatifs, comme v et f. Le résultat dépasse un peu la longueur réelle (environ 1,2 m) : le tuyau équivalent tient compte des effets du bec et du pavillon.

À LA CALCULATRICE



1.2.2 À la fréquence fondamentale, préciser pour chacune des positions (1) et (2) s'il s'agit d'un nœud ou d'un ventre de vibration.

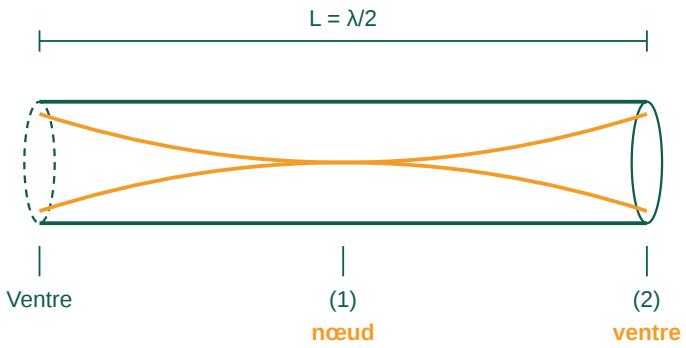
Données utiles tuyau ouvert aux deux extrémités ; ventre à l'extrémité gauche ; (1) au milieu ($L/2$) ; (2) à l'extrémité droite

Le tuyau est ouvert aux deux extrémités, qui jouent le même rôle : puisqu'il y a un ventre de vibration à gauche, il y en a aussi un à l'extrémité droite, en (2).

Entre deux ventres se trouve toujours un nœud. Dans le mode fondamental, le tuyau contient le moins de nœuds possible : un seul, à égale distance des deux ventres, donc au milieu, en (1).

En (1) : **nœud** de vibration ; en (2) : **ventre** de vibration.

MÉTHODE
Tracer le fuseau : l'amplitude de vibration est maximale aux ventres (extrémités ouvertes) et nulle au nœud. Le fondamental correspond à un seul fuseau, « ventre – nœud – ventre ».



1.2.2 · Mode fondamental du tuyau ouvert aux deux extrémités

1.2.3 En déduire la longueur d'onde λ correspondant à la fréquence fondamentale f.

Données utiles $L = \frac{v}{2f}$ (1.2.1) ; ventres aux deux extrémités (1.2.2) ; $v = 340\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$; $f = 131$ Hz

Deux ventres consécutifs sont séparés d'une demi-longueur d'onde. Dans le mode fondamental, les deux seuls ventres sont aux extrémités du tuyau :

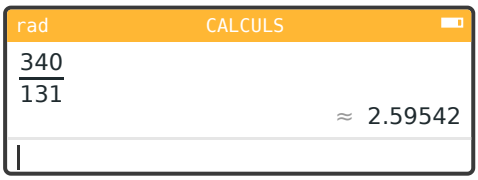
$$L = \frac{\lambda}{2} \quad \text{donc} \quad \lambda = 2L = \frac{v}{f}$$

$$\lambda = \frac{340}{131} = 2{,}60\ \text{m}$$

$\lambda = 2L = 2{,}60\ \text{m}$

COMPRENDRE
On retrouve la relation générale $\lambda = \frac{v}{f}$, ce qui valide le résultat. Calculer avec la valeur non arrondie de L : $2 \times 1{,}2977 = 2{,}595$, arrondi à 2,60 m.

À LA CALCULATRICE



2.1.1 Nommer la grandeur physique qui mesure la hauteur d'un son.

La hauteur d'un son est mesurée par sa **fréquence**, celle du mode fondamental, en hertz.

COMPRENDRE
Plus la fréquence du fondamental est grande, plus le son est aigu ; plus elle est petite, plus il est grave.

2.1.2 Le lien indiqué dans le texte entre la longueur du tube et la hauteur de la note est-il cohérent avec la relation de la question 1.2 ? Justifier.

Données utiles $f = \dfrac{v}{2L}$; texte : une longueur de tube supplémentaire abaisse la hauteur de la note

D'après $f = \dfrac{v}{2L}$, la vitesse v du son étant constante, la fréquence f est inversement proportionnelle à la longueur L : si L augmente, f diminue.

Or une fréquence plus faible correspond à un son plus grave, donc à une hauteur plus basse.

Oui, l'information est cohérente : allonger le tube diminue f, ce qui abaisse la hauteur de la note.

PIÈGE
Se contenter de « oui, c'est cohérent ». La justification demandée repose sur deux étapes : L au dénominateur, puis le lien entre fréquence et hauteur.

2.1.3 On joue un sol sans piston. Un piston enfoncé donne $L' = 1{,}12\,L$. Quelle est la fréquence f' du son émis ? À quelle note correspond-elle ?

Données utiles sol : $f = 392$ Hz ; $L' = 1{,}12\,L$; fa : 349 Hz

Sans piston : $f = \dfrac{v}{2L}$. Avec le piston :

$$f' = \frac{v}{2L'} = \frac{v}{2 \times 1{,}12\,L} = \frac{f}{1{,}12}$$

$$f' = \frac{392}{1{,}12} = 350 \text{ Hz}$$

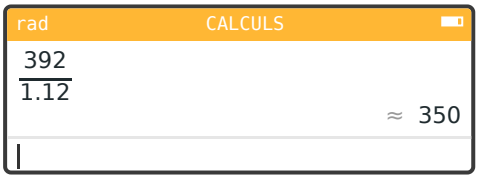
Dans le tableau, la fréquence la plus proche est 349 Hz.

$f' = 350$ Hz : la note jouée est un **fa**.

PIÈGE
Multiplier par 1,12 au lieu de diviser : on obtiendrait 439 Hz, un son plus aigu, alors que le tube allongé doit donner un son plus grave.

MÉTHODE
Quand une grandeur est multipliée par un facteur, former le rapport des deux expressions littérales : v et L se simplifient, inutile de calculer L.

À LA CALCULATRICE



2.2.1 La sourdine réduit la transmission d'énergie à l'air ambiant. Quelle grandeur caractéristique du son émis voit sa valeur diminuée ?

L'air reçoit moins d'énergie par seconde : la puissance sonore transmise diminue, donc l'intensité sonore I aussi.

C'est l'**intensité sonore** du son, et donc son **niveau d'intensité sonore** L (en dB), qui diminue.

COMPRENDRE
L'intensité sonore, en $\mathrm{W \cdot m^{-2}}$, est une puissance par unité de surface. Le niveau $L = 10 \log \dfrac{I}{I_0}$ diminue en même temps qu'elle : le son est perçu moins fort.

2.2.2 En comparant les deux spectres, préciser en justifiant si la trompette émet la même note dans les deux cas, et quelle autre grandeur caractéristique du son est modifiée par la sourdine.

Données utiles spectres avec et sans sourdine : premier pic vers 0,44 kHz dans les deux cas, pics suivants régulièrement espacés jusqu'à 4 kHz

Note jouée. Sur chaque spectre, le premier pic, celui du fondamental, se situe à la même fréquence, environ 0,44 kHz. La hauteur est donc inchangée : la trompette émet la même note dans les deux cas.

Autre grandeur. Les harmoniques sont aux mêmes fréquences, mais leurs amplitudes relatives diffèrent. Sans sourdine, elles décroissent régulièrement quand le rang augmente. Avec sourdine, le quatrième pic est très affaibli alors que les pics situés vers 2,2 kHz, 3,1 kHz et 3,5 kHz sont renforcés.

Même note (même fréquence fondamentale, environ 440 Hz) ; la sourdine modifie le **timbre** du son.

PIÈGE
Conclure sur l'intensité à partir de ces spectres : l'ordonnée est une amplitude relative, ramenée au pic le plus haut. Elle ne permet pas de comparer les niveaux sonores des deux sons.

MÉTHODE
Lire un spectre : l'abscisse du premier pic donne la hauteur ; le nombre de pics et leurs amplitudes relatives donnent le timbre.

Deux détartrants pour cafetière électrique

Bac S 2011 Polynésie (ancien programme) · Exercice 3 **7 points** **Durée conseillée 1 h 31**

1.1 Le verbe « diluer » employé dans le mode d'emploi du détartrant est-il pertinent ? Justifier.

Le détartrant est une poudre, donc un solide, que l'on introduit dans l'eau : cette opération est une **dissolution**.

Diluer signifie ajouter du solvant à une solution déjà préparée pour abaisser sa concentration.

Le verbe n'est pas pertinent : il faut écrire « dissoudre la poudre ».

1.2 Calculer la concentration molaire c_1 en acide citrique de la solution détartrante n°1.

Données utiles $m_1 = 20\ \text{g}$; $V_1 = 0{,}50\ \text{L}$; $M_1 = 192\ \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$

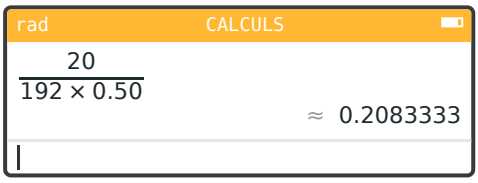
$n_1 = \dfrac{m_1}{M_1}$ et $c_1 = \dfrac{n_1}{V_1}$, donc $c_1 = \dfrac{m_1}{M_1\,V_1}$.

$$c_1 = \frac{20}{192 \times 0{,}50}$$

$c_1 = 0{,}21\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme m_1 et V_1, les données les moins précises. Cette règle sert dans tout l'exercice.

À LA CALCULATRICE



2.1.1 Définir un acide selon Brønsted.

Un acide selon Brønsted est une espèce chimique susceptible de céder un ion hydrogène H^+ (un proton).

2.1.2 Écrire l'équation de la réaction d'un acide AH avec l'eau.

L'acide AH cède un ion H^+ à l'eau, qui joue le rôle de base :

$$\text{AH (aq)} + \text{H}_2\text{O (l)} \rightleftharpoons \text{A}^- \text{(aq)} + \text{H}_3\text{O}^+ \text{(aq)}$$

COMPRENDRE
Les couples en jeu sont AH/A^- et $\text{H}_3\text{O}^+/\text{H}_2\text{O}$. Le sujet de 2011 écrit le signe « = » ; on note aujourd'hui une double flèche pour une transformation non totale.

2.2 À l'aide d'un tableau d'avancement, établir l'expression du taux d'avancement final τ de la réaction de AH avec l'eau en fonction du pH et de la concentration c.

Quantités de matière en mol, pour un volume V de solution :

État	AH	H_2O	A^-	H_3O^+
initial	cV	solvant	0	0
en cours	$cV - x$	solvant	x	x
final	$cV - x_f$	solvant	x_f	x_f

Par définition, $\tau = \dfrac{x_f}{x_{\max}}$.

Avancement final : $x_f = n(H_3O^+)_f = [H_3O^+]_f \, V = 10^{-\text{pH}} \, V$.

Avancement maximal : AH serait entièrement consommé, $cV - x_{\max} = 0$, soit $x_{\max} = cV$.

$$\tau = \frac{10^{-\text{pH}} \, V}{cV} = \frac{10^{-\text{pH}}}{c}$$

MÉTHODE
Pour un acide dans l'eau, le pH donne directement l'avancement final, car $[H_3O^+]_f = 10^{-\text{pH}}$ en $\text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$. Le volume se simplifie toujours dans τ.

2.3 Calculer les taux d'avancement final τ_1 (acide citrique, solution S_1) et τ_2 (acide sulfamique, solution S_2). Commenter.

Données utiles $c = 1{,}00 \times 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$; $\text{pH}_1 = 2{,}6$; $\text{pH}_2 = 2{,}0$; expression de τ (2.2)

Acide citrique : $\tau_1 = \dfrac{10^{-2{,}6}}{1{,}00 \times 10^{-2}} = 0{,}25$, soit 25 %.

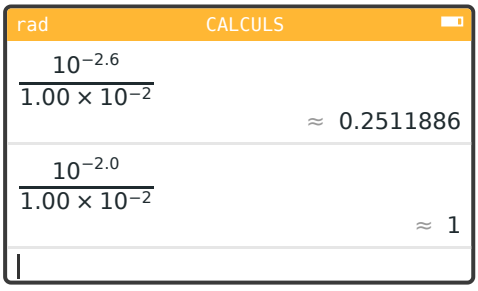
Acide sulfamique : $\tau_2 = \dfrac{10^{-2{,}0}}{1{,}00 \times 10^{-2}} = 1{,}0$, soit 100 %.

$\tau_1 < 1$: la réaction de l'acide citrique avec l'eau est limitée, c'est un acide faible. $\tau_2 = 1$: celle de l'acide sulfamique est totale, c'est un acide fort.

$\tau_1 = 0{,}25$ (transformation limitée) ; $\tau_2 = 1{,}0$ (transformation totale)

PIÈGE
« Commenter » est noté : donner les deux valeurs sans conclure sur le caractère total ou limité de chaque transformation fait perdre des points.

À LA CALCULATRICE



3.1 Donner l'expression de la constante d'acidité K_{a1} du couple acide citrique / ion citrate, l'acide citrique étant noté A_1H.

K_{a1} est la constante d'équilibre de la réaction de A_1H avec l'eau :

$$K_{a1} = \frac{[A_1^-]_f \times [H_3O^+]_f}{[A_1H]_f}$$

COMPRENDRE
L'eau, solvant, ne figure pas dans l'expression. Les concentrations sont celles de l'état final (équilibre), exprimées en $\text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$; K_{a1} est sans unité.

3.2 À partir du tableau d'avancement, calculer la constante K_{a1} du couple de l'acide citrique, puis son $\mathrm{p}K_{a1}$.

Données utiles $c = 1{,}00 \times 10^{-2}\ \mathrm{mol \cdot L^{-1}}$; $\mathrm{pH} = 2{,}6$ pour S_1 ; tableau (2.2)

D'après le tableau : $[\mathrm{A_1^-}]_f = [\mathrm{H_3O^+}]_f = \dfrac{x_f}{V} = 10^{-\mathrm{pH}}$

et $[\mathrm{A_1H}]_f = \dfrac{cV - x_f}{V} = c - 10^{-\mathrm{pH}}$.

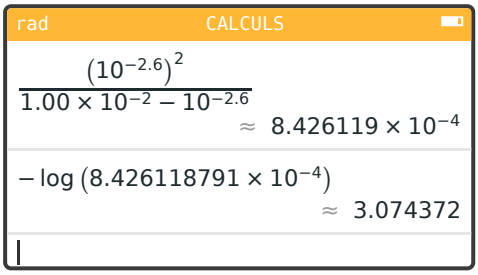
$$K_{a1} = \frac{\left(10^{-\mathrm{pH}}\right)^2}{c - 10^{-\mathrm{pH}}} = \frac{\left(10^{-2{,}6}\right)^2}{1{,}00 \times 10^{-2} - 10^{-2{,}6}} = 8{,}4 \times 10^{-4}$$

$$\mathrm{p}K_{a1} = -\log K_{a1} = -\log\left(8{,}4 \times 10^{-4}\right) = 3{,}1$$

$K_{a1} = 8{,}4 \times 10^{-4}$ et $\mathrm{p}K_{a1} = 3{,}1$

PIÈGE
Écrire $[\mathrm{A_1H}]_f = c$: un quart de l'acide a réagi, on ne peut pas négliger $10^{-\mathrm{pH}}$ devant c. On trouverait $6{,}3 \times 10^{-4}$, valeur fausse.

À LA CALCULATRICE



3.3 Quelle forme, acide ou basique, de l'acide citrique prédomine dans la solution S_1 ? Justifier.

Données utiles $\mathrm{pH} = 2{,}6$; $\mathrm{p}K_{a1} = 3{,}1$ (3.2)

Dans S_1 : $\mathrm{pH} = 2{,}6 < \mathrm{p}K_{a1} = 3{,}1$.

Lorsque $\mathrm{pH} < \mathrm{p}K_a$, la forme acide du couple est majoritaire.

La forme acide $\mathrm{A_1H}$ prédomine dans la solution S_1.

COMPRENDRE
Résultat cohérent avec $\tau_1 = 0{,}25$: seul un quart des molécules d'acide citrique s'est transformé en ion citrate, les trois quarts restent sous forme $\mathrm{A_1H}$.

4.1 En notant $\mathrm{A_2H}$ l'acide sulfamique, écrire l'équation de la réaction support du dosage.

L'acide $\mathrm{A_2H}$ réagit avec la base $\mathrm{HO^-}$ apportée par la solution d'hydroxyde de sodium ; les ions $\mathrm{Na^+}$ sont spectateurs.

$\mathrm{A_2H\,(aq) + HO^-\,(aq) \longrightarrow A_2^-\,(aq) + H_2O\,(l)}$

COMPRENDRE
L'acide sulfamique étant totalement dissocié dans l'eau (2.3), l'espèce réellement titrée est $\mathrm{H_3O^+}$: $\mathrm{H_3O^+ + HO^- \longrightarrow 2\,H_2O}$. Les deux écritures conduisent à la même relation à l'équivalence, et $\mathrm{pH}_E \approx 7$ le confirme.

4.2 Définir l'équivalence d'un titrage.

À l'équivalence, le réactif titrant et le réactif titré ont été introduits dans les proportions stœchiométriques de la réaction support : ils sont tous deux entièrement consommés.

COMPRENDRE
Avant l'équivalence, le réactif titrant est limitant ; après, c'est le réactif titré. L'équivalence correspond donc au changement de réactif limitant.

4.3.1 Établir l'expression littérale de la concentration c_A en acide sulfamique dissous en fonction de c_B, V_{BE} et V'. Calculer c_A .

Données utiles $c_B = 0{,}200\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$; $V_{BE} = 9{,}8\ \text{mL}$; $V' = 20{,}0\ \text{mL}$

À l'équivalence, avec des nombres stœchiométriques égaux à 1 :
$n(\text{A}_2\text{H})_{\text{initial}} = n(\text{HO}^-)_{\text{versé}}$

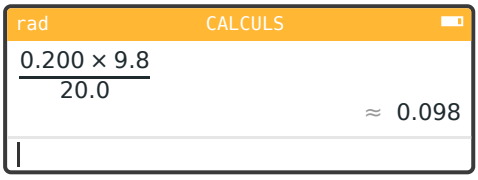
soit $c_A\,V' = c_B\,V_{BE}$, donc $c_A = \dfrac{c_B\,V_{BE}}{V'}$.

$$c_A = \frac{0{,}200 \times 9{,}8}{20{,}0}$$

$\boxed{c_A = 9{,}8 \times 10^{-2}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}}$

COMPRENDRE
Les deux volumes peuvent rester en mL, puisque seul leur rapport intervient. Deux chiffres significatifs, imposés par $V_{BE} = 9{,}8$ mL.

À LA CALCULATRICE



4.3.2 Déterminer la masse m_A d'acide sulfamique contenue dans $m = 1{,}00$ g de détartrant.

Données utiles $c_A = 9{,}8 \times 10^{-2}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$ (4.3.1) ; $V = 100{,}0\ \text{mL}$; $M_2 = 97{,}0\ \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$

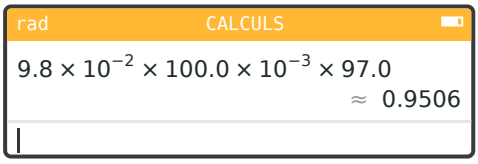
Toute la poudre a été dissoute dans le volume V de la solution S :
$n_A = c_A\,V$ et $m_A = n_A\,M_2$.

$$m_A = c_A\,V\,M_2 = 9{,}8 \times 10^{-2} \times 100{,}0 \times 10^{-3} \times 97{,}0$$

$\boxed{m_A = 0{,}95\ \text{g}}$

PIÈGE
Utiliser $V' = 20{,}0$ mL au lieu de $V = 100{,}0$ mL : on obtiendrait la masse contenue dans la seule prise d'essai, cinq fois trop petite. Penser aussi à convertir V en litres.

À LA CALCULATRICE



4.4.1 En déduire la masse m_2 d'acide sulfamique contenue dans 20 g de poudre détartrante.

Données utiles $m_A = 0{,}95$ g pour $1{,}00$ g de poudre (4.3.2)

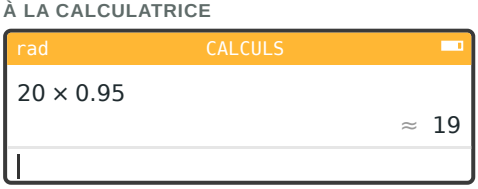
La masse d'acide est proportionnelle à la masse de poudre : 20 g de poudre en contiennent vingt fois plus que $1{,}00$ g.

$m_2 = 20 \times m_A = 20 \times 0{,}95$

$\boxed{m_2 = 19\ \text{g}}$

COMPRENDRE
La poudre contient donc 95 % d'acide sulfamique en masse : elle est presque pure.

À LA CALCULATRICE



4.4.2 Calculer la concentration molaire c_2 en acide sulfamique dans la solution préparée avec un sachet.

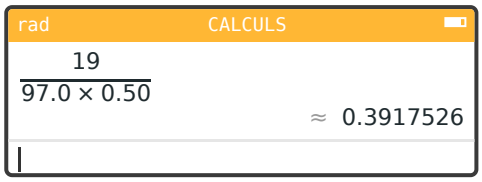
Données utiles $m_2 = 19$ g (4.4.1) ; $V_2 = 0{,}50$ L ; $M_2 = 97{,}0$ g · mol^{-1}

Comme en 1.2 : $c_2 = \dfrac{m_2}{M_2\, V_2}$.

$$c_2 = \frac{19}{97{,}0 \times 0{,}50}$$

$c_2 = 0{,}39$ mol · L^{-1}

À LA CALCULATRICE



5.1 Montrer que la concentration en ions oxonium H_3O^+ est plus grande dans la solution contenant de l'acide sulfamique que dans la solution d'acide citrique.

Données utiles $c_1 = 0{,}21$ mol · L^{-1} (1.2) ; $c_2 = 0{,}39$ mol · L^{-1} (4.4.2) ; τ_1 et τ_2 (2.3)

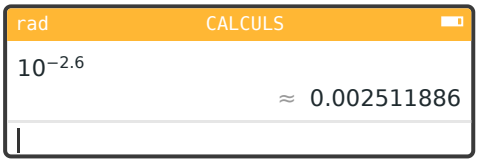
Solution détartrante n°2 : la réaction de l'acide sulfamique avec l'eau est totale, donc $[H_3O^+]_2 = c_2 = 0{,}39$ mol · L^{-1}.

Solution détartrante n°1 : la réaction de l'acide citrique avec l'eau est limitée, donc $[H_3O^+]_1 < c_1 = 0{,}21$ mol · L^{-1}.

$[H_3O^+]_1 < 0{,}21$ mol · L^{-1} $< [H_3O^+]_2 = 0{,}39$ mol · L^{-1} : les ions oxonium sont plus concentrés dans la solution d'acide sulfamique.

COMPRENDRE
Même à concentration apportée égale, l'acide sulfamique l'emporte : pH de 2,0 pour S_2 contre 2,6 pour S_1, soit $1{,}0 \times 10^{-2}$ contre $2{,}5 \times 10^{-3}$ mol · L^{-1}. Un pH plus petit signifie davantage d'ions oxonium.

À LA CALCULATRICE



5.2 Quel argument permettrait de justifier la différence entre les temps d'action des deux détartrants ?

Les ions H_3O^+ sont un réactif de la réaction qui consomme le tartre. Or la concentration d'un réactif est un facteur cinétique : plus elle est élevée, plus la transformation est rapide.

Les ions oxonium étant plus concentrés dans la solution d'acide sulfamique, le tartre y disparaît plus vite : 10 minutes suffisent, contre 30 minutes avec l'acide citrique.

PIÈGE
Répondre « l'acide sulfamique est plus fort » ne suffit pas : l'argument attendu est cinétique et doit citer la concentration du réactif H_3O^+.

Suivez la flèche...

Bac S 2011 Polynésie (ancien programme) · Exercice 4 **4 points** **Durée conseillée 52 min**

1.1 Quelle force peut-on négliger d'après le texte introductif ?

Le texte indique que la résistance de l'air a « relativement peu d'effet ».

On peut négliger la **force de frottement exercée par l'air** sur la flèche.

COMPRENDRE
Négliger une force, c'est la comparer aux autres : ici les frottements de l'air sont très petits devant le poids de la flèche sur la durée du vol.

1.2 La poussée d'Archimède étant aussi négligeable, établir l'expression du vecteur accélération $\vec{a}$ de la flèche à partir du bilan des forces.

Système {flèche}, de masse m constante ; référentiel terrestre supposé galiléen.

Bilan des forces : seul le poids $\vec{P} = m\,\vec{g}$ agit (frottements et poussée d'Archimède négligés).

Deuxième loi de Newton : $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\,\vec{a}$, soit $m\,\vec{g} = m\,\vec{a}$.

$$\vec{a} = \vec{g}$$

COMPRENDRE
La masse se simplifie : l'accélération est la même pour toutes les flèches, lourdes ou légères. Le mouvement est une chute libre.

MÉTHODE
Toujours dans cet ordre : système, référentiel galiléen, bilan des forces, deuxième loi de Newton. Chaque étape oubliée coûte une partie des points.

1.3.1 À partir des équations horaires (1) et (2), montrer que l'équation de la trajectoire est $z = -\dfrac{1}{2}\,g\,\dfrac{x^2}{v_0^2\cos^2\alpha} + x\tan\alpha$.

Données utiles (1) $x(t) = (v_0\cos\alpha)\,t$; (2) $z(t) = -\dfrac{1}{2}\,g\,t^2 + (v_0\sin\alpha)\,t$

On isole le temps dans (1) : $t = \dfrac{x}{v_0\cos\alpha}$.

On reporte dans (2) :

$$z = -\frac{1}{2}\,g\left(\frac{x}{v_0\cos\alpha}\right)^2 + v_0\sin\alpha \times \frac{x}{v_0\cos\alpha}$$

Dans le second terme, v_0 se simplifie et $\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \tan\alpha$:

$$z = -\frac{1}{2}\,g\,\frac{x^2}{v_0^2\cos^2\alpha} + x\tan\alpha$$

PIÈGE
Oublier de mettre au carré tout le quotient : v_0 et $\cos\alpha$ sont tous les deux au carré au dénominateur.

MÉTHODE
Équation de la trajectoire : éliminer t entre $x(t)$ et $z(t)$. On tire toujours t de l'équation la plus simple, celle de x.

1.3.2 Justifier la forme de la trajectoire indiquée à la fin du premier texte.

L'équation obtenue s'écrit $z = A\,x^2 + B\,x$ avec $A = -\dfrac{g}{2\,v_0^2\cos^2\alpha}$ et $B = \tan\alpha$ constants : c'est un polynôme du second degré en x.

La trajectoire est un arc de **parabole**, ce qui correspond à la trajectoire « balistique » annoncée par le texte.

COMPRENDRE
Le coefficient A est négatif : la parabole est tournée vers le bas, la flèche monte puis redescend.

2.1.1 En utilisant l'équation horaire (1), exprimer la date t_C à laquelle la flèche atteint la cible en fonction de v_0, α et x_C, abscisse du centre de la cible.

À la date t_C, la flèche est à l'abscisse x_C : d'après (1), $x_C = (v_0 \cos\alpha)\, t_C$.

$$t_C = \frac{x_C}{v_0 \cos\alpha}$$

COMPRENDRE
L'énoncé écrit « point G » pour le centre de la cible : il s'agit du point C de la figure.

2.1.2 Vérifier à l'aide d'un calcul la cohérence des valeurs numériques données dans les deux textes encadrés.

Données utiles $x_C = 70$ m ; $v_0 = 70\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$; $\alpha = 4^\circ$; $g = 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$; valeurs annoncées : vol d'environ 1 s, chute d'environ 5 m

Durée du vol :

$$t_C = \frac{x_C}{v_0 \cos\alpha} = \frac{70}{70 \times \cos 4^\circ} = 1{,}0\ \text{s}$$

Le texte annonce « environ une seconde » : accord.

Distance de chute donnée par le texte : $h = \frac{1}{2} g\, t_C^2 = \frac{1}{2} \times 9{,}8 \times 1{,}0^2 = 4{,}9$ m, soit environ 5 m.

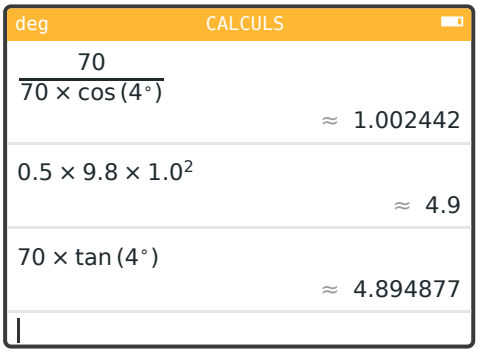
Angle : dans le triangle OAC rectangle en C, $h = x_C \tan\alpha = 70 \times \tan 4^\circ = 4{,}9$ m : un angle de 4° donne bien cette chute.

$t_C = 1{,}0$ s et $h = 4{,}9\ \text{m} \approx 5$ m : les valeurs des deux textes sont cohérentes.

PIÈGE
Calculatrice en radians : $\cos 4$ donne alors $-0{,}65$ et une durée négative. Vérifier le mode degrés.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme g et v_0. Comme $\cos 4^\circ \approx 0{,}998$, la durée du vol est pratiquement x_C / v_0.

À LA CALCULATRICE



2.2.1 Quelle hypothèse peut-on faire pour considérer que la flèche atteint le point A avec les mêmes conditions initiales de tir ? Préciser alors, en justifiant, la nature du mouvement.

Le point A est sur la droite qui porte $\vec{v}_0$: pour l'atteindre, la flèche ne doit pas être déviée. Il faut donc supposer que le poids n'agit pas (absence de pesanteur), en plus des frottements déjà négligés.

La flèche n'est alors soumise à aucune force : $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = \vec{0}$. D'après le principe d'inertie (première loi de Newton), son vecteur vitesse reste constant et égal à $\vec{v}_0$.

Hypothèse : pas de pesanteur. Le mouvement est **rectiligne uniforme**, à la vitesse v_0 le long de la droite (OA).

PIÈGE
Répondre seulement « rectiligne uniforme » sans justification : la question demande de citer le principe d'inertie et la somme des forces nulle.

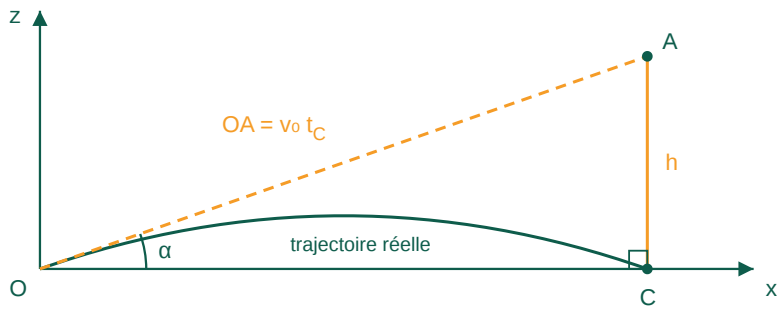
2.2.2 La durée du trajet hypothétique OA étant égale à la durée t_C du parcours parabolique OC, exprimer la distance de chute h en fonction de v_0, t_C et α.

Sur OA, le mouvement est rectiligne uniforme à la vitesse v_0 pendant la durée t_C : $OA = v_0\, t_C$.

Dans le triangle OAC rectangle en C, le côté opposé à l'angle α est $AC = h$ et l'hypoténuse est OA : $\sin\alpha = \dfrac{h}{OA}$.

$h = v_0\, t_C \sin\alpha$

MÉTHODE
On peut aussi écrire $\tan\alpha = h/x_C$ avec $x_C = v_0 \cos\alpha \times t_C$ (question 2.1.1) : on retrouve la même expression.



2.2.2 · Triangle OAC : trajet rectiligne hypothétique OA et distance de chute h

2.2.3 En utilisant l'équation horaire (2), retrouver que la distance de chute h, pour un tir réel, est égale à $\frac{1}{2}\, g\, t^2$.

Données utiles $h = v_0\, t_C \sin\alpha$ (2.2.2)

À la date t_C, la flèche est au centre C de la cible, situé sur l'axe (Ox) : $z(t_C) = 0$.

L'équation (2) donne : $0 = -\dfrac{1}{2}\, g\, t_C^2 + (v_0 \sin\alpha)\, t_C$.

Le second terme est h (question 2.2.2), donc $0 = -\dfrac{1}{2}\, g\, t_C^2 + h$.

$h = \dfrac{1}{2}\, g\, t_C^2$, comme l'indique le texte.

COMPRENDRE
L'équation (2) se lit ainsi : altitude atteinte sans pesanteur, $(v_0 \sin\alpha)\, t$, moins la chute libre $\frac{1}{2}\, g\, t^2$. La flèche « tombe » sous sa ligne de visée comme un objet lâché sans vitesse.

3.1 L'angle α restant égal à 4°, comment évoluent la durée du vol et la distance de chute h quand la vitesse initiale v_0 augmente ?

$t_C = \dfrac{x_C}{v_0 \cos\alpha}$: x_C et α sont fixés, donc si v_0 augmente, t_C diminue.

$h = \dfrac{1}{2}\, g\, t_C^2$: si t_C diminue, h diminue aussi.

Quand v_0 augmente, la durée du vol **diminue** et la distance de chute h **diminue**.

PIÈGE
Raisonner avec $h = v_0\, t_C \sin\alpha$: v_0 augmente mais t_C diminue, on ne peut pas conclure. Utiliser $h = \frac{1}{2}\, g\, t_C^2$, qui ne dépend que de t_C.

3.2 Dans ces conditions, où la flèche va-t-elle frapper la cible ?

La direction de tir est inchangée : la droite (OA) et le point A restent les mêmes. La flèche arrive à la verticale de la cible à la distance h sous le point A.

Comme h est plus petite qu'avant, alors que AC n'a pas changé, le point d'impact est plus haut que C.

La flèche frappe la cible **au-dessus de son centre C**.

COMPRENDRE

Un archer qui tire plus fort doit donc viser moins haut : réduire α pour compenser une chute plus faible.