Corrigé complet — Bac S 2011 Nouvelle-Calédonie (ancien programme)

Physique-chimie, enseignement de spécialité **20 points** **3 h 30**

Ex 1	**La scintigraphie du coeur** Composition du noyau et isotopes · Lois de conservation et radioactivité β+ · Énergie d'un photon et longueur d'onde · Niveaux d'énergie · Décroissance radioactive, activité et demi-vie	5,5 pts	1 h 05	16 questions	p. 2
Ex 2	**Tous séduits par le bleu** Couple acide-base et constante d'acidité · Diagramme de prédominance · Titrage pH-métrique et indicateur coloré · Loi de Beer-Lambert · Vitesse volumique de réaction · Temps de demi-réaction	6,5 pts	1 h 18	18 questions	p. 8
Ex 3	**Comment peut-on stocker de l'énergie?** Bobine en régime permanent · Charge d'un condensateur · Énergie stockée dans une bobine et un condensateur · Énergie potentielle de pesanteur · Puissance et énergie	4 pts	52 min	15 questions	p. 14

Comment s'en servir. Fais d'abord le sujet en temps limité, puis corrige-toi exercice par exercice. À gauche de chaque question, sur les carreaux : ce qu'il faut écrire sur ta copie. À droite : les pièges, ce qu'il faut comprendre et les méthodes.

La scintigraphie du coeur

Bac S 2011 Nouvelle-Calédonie (ancien programme) · Exercice 1 **5,5 points** **Durée conseillée 1 h 05**

1.1.1 Indiquer le nombre de protons et de neutrons contenus dans les noyaux de thallium 203 et de thallium 205.

Données utiles symbole ${}^{\mathrm{A}}_{81}\mathrm{Tl}$

Dans l'écriture ${}^{\mathrm{A}}_{\mathrm{Z}}\mathrm{X}$, Z est le nombre de protons et A le nombre de nucléons : le nombre de neutrons est $N = A - Z$.

Thallium 203 : $Z = 81$ protons et $N = 203 - 81 = 122$ neutrons.

Thallium 205 : $Z = 81$ protons et $N = 205 - 81 = 124$ neutrons.

${}^{203}_{81}\mathrm{Tl}$: 81 protons et 122 neutrons ; ${}^{205}_{81}\mathrm{Tl}$: 81 protons et 124 neutrons.

PIÈGE
Donner A pour le nombre de neutrons : 203 et 205 sont des nombres de nucléons (protons et neutrons ensemble).

1.1.2 Expliquer pourquoi ces noyaux de thallium sont des isotopes.

Des noyaux isotopes ont le même nombre de protons Z mais des nombres de neutrons différents, donc des nombres de nucléons A différents.

Les deux noyaux ont le même nombre de protons ($Z = 81$) mais pas le même nombre de neutrons (122 et 124) : ce sont des isotopes.

1.2 En énonçant les lois utilisées, identifier la particule X dans l'équation ${}^{203}_{81}\mathrm{Tl} + {}^{1}_{1}\mathrm{p} \longrightarrow {}^{201}_{82}\mathrm{Pb} + 3\,\mathrm{X}$.

Lors d'une réaction nucléaire, il y a conservation du nombre de nucléons et conservation de la charge électrique (lois de Soddy). On note ${}^{\mathrm{A}}_{\mathrm{Z}}\mathrm{X}$ la particule cherchée.

Conservation du nombre de nucléons : $203 + 1 = 201 + 3A$, donc $A = \dfrac{204 - 201}{3} = 1$.

Conservation de la charge : $81 + 1 = 82 + 3Z$, donc $Z = 0$.

La particule possède un nucléon et ne porte aucune charge.

X est un neutron ${}^{1}_{0}\mathrm{n}$: ${}^{203}_{81}\mathrm{Tl} + {}^{1}_{1}\mathrm{p} \longrightarrow {}^{201}_{82}\mathrm{Pb} + 3\,{}^{1}_{0}\mathrm{n}$

PIÈGE
Oublier le coefficient 3 devant X : on trouverait $A = 3$, ce qui ne correspond à aucune particule de charge nulle connue en Terminale.

1.3 Écrire l'équation de la désintégration β+ du noyau de plomb 201 en thallium 201 (noyau fils non excité).

Une désintégration β^+ s'accompagne de l'émission d'un positon ${}^{0}_{1}\mathrm{e}$.

Vérification des lois de conservation : nucléons $201 = 201 + 0$; charge $82 = 81 + 1$.

${}^{201}_{82}\mathrm{Pb} \longrightarrow {}^{201}_{81}\mathrm{Tl} + {}^{0}_{1}\mathrm{e}$

PIÈGE
Confondre avec la radioactivité β^-, qui émet un électron ${}^{0}_{-1}\mathrm{e}$: le numéro atomique augmenterait d'une unité au lieu de diminuer.

COMPRENDRE
Le noyau fils n'étant pas excité, aucun rayonnement gamma n'accompagne cette désintégration : il ne faut pas ajouter de γ dans l'équation.

2.1.1 Donner l'expression littérale de la longueur d'onde λ du rayonnement dans le vide en fonction de E, c et h.

L'énergie d'un photon de fréquence ν est $E = h\,\nu$, et dans le vide $\nu = \dfrac{c}{\lambda}$. Donc $E = \dfrac{h\,c}{\lambda}$.

$$\lambda = \frac{h\,c}{E}$$

2.1.2 Calculer la longueur d'onde λ de ce rayonnement dans le vide.

Données utiles $E = 135$ keV ; $c = 3{,}0 \times 10^{8}$ m · s^{-1} ; $h = 6{,}62 \times 10^{-34}$ J · s ; 1 eV $= 1{,}6 \times 10^{-19}$ J

Conversion de l'énergie en joules : $E = 135 \times 10^{3} \times 1{,}6 \times 10^{-19} = 2{,}16 \times 10^{-14}$ J.

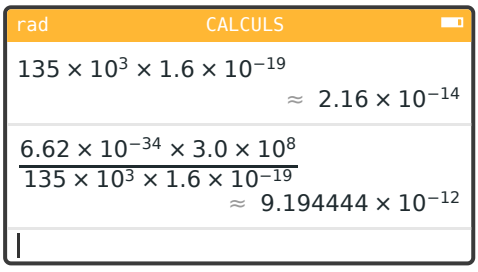
$$\lambda = \frac{h\,c}{E} = \frac{6{,}62 \times 10^{-34} \times 3{,}0 \times 10^{8}}{2{,}16 \times 10^{-14}}$$

$$\lambda = 9{,}2 \times 10^{-12} \text{ m}$$

PIÈGE
Laisser l'énergie en keV : la relation exige E en joules. Il faut multiplier par 10^{3} (kilo) puis par $1{,}6 \times 10^{-19}$.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs : c et la valeur de l'électronvolt n'en ont que deux, le résultat ne peut pas être plus précis que la donnée la moins précise.

À LA CALCULATRICE



2.1.3 À quel domaine du spectre électromagnétique appartient ce rayonnement ? Est-ce cohérent avec le texte introductif ?

Données utiles $\lambda = 9{,}2 \times 10^{-12}$ m (2.1.2) ; figure 1 : rayons gamma pour $\lambda < 10^{-11}$ m

$\lambda = 9{,}2 \times 10^{-12}$ m $= 0{,}92 \times 10^{-11}$ m est inférieure à 10^{-11} m : d'après la figure 1, le rayonnement appartient au domaine des rayons gamma.

Le texte introductif décrit le thallium 201 comme un « émetteur gamma » dont le rayonnement est détecté par une gamma-caméra : la réponse est cohérente avec le texte.

Rayonnement gamma ($\lambda < 10^{-11}$ m), en accord avec le texte introductif.

COMPRENDRE
La longueur d'onde est toute proche de la limite avec les rayons X, donc grande pour un rayonnement gamma. Comme $E = \dfrac{h\,c}{\lambda}$, cela correspond bien au rayonnement « de faible énergie » du texte.

2.2 À quelle transition du noyau de mercure correspond le rayonnement d'énergie $E = 135$ keV ?

Données utiles figure 2 : $E_0 = 0$; $E_1 = 32$ keV ; $E_2 = 167$ keV ; $E_3 = 384$ keV

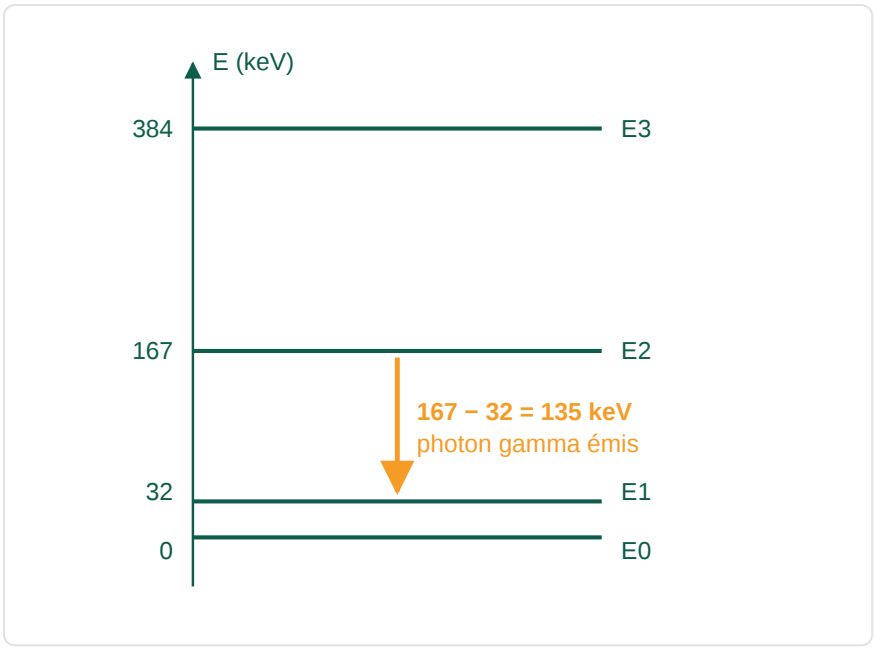
L'énergie du photon émis est égale à la différence d'énergie entre le niveau de départ et le niveau d'arrivée du noyau, qui se désexcite vers un niveau plus bas.

On cherche deux niveaux séparés de 135 keV : $E_2 - E_1 = 167 - 32 = 135$ keV.

Les autres écarts ne conviennent pas : $E_1 - E_0 = 32$ keV ; $E_2 - E_0 = 167$ keV ; $E_3 - E_2 = 217$ keV ; $E_3 - E_1 = 352$ keV ; $E_3 - E_0 = 384$ keV.

Le rayonnement correspond à la transition du niveau E_2 vers le niveau E_1.

PIÈGE
Répondre « entre E_1 et E_2 » sans préciser le sens. Il s'agit d'une émission : le noyau passe du niveau le plus haut (E_2) au niveau le plus bas (E_1).



2.2 · Figure 2 du sujet, avec la transition émettant le rayonnement de 135 keV

3.1.1 Calculer le volume V de solution d'activité A_0 à injecter à un patient de 70 kg.

Données utiles $A_v = 37\ \text{MBq} \cdot \text{mL}^{-1}$; $A_0 = 78\ \text{MBq}$

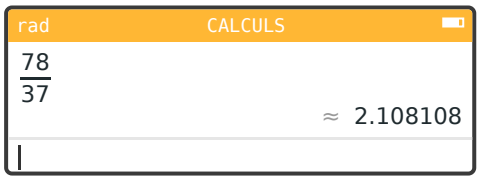
L'activité volumique est l'activité par unité de volume de solution : $A_v = \dfrac{A_0}{V}$, donc

$$V = \frac{A_0}{A_v} = \frac{78}{37}$$

$V = 2{,}1$ mL

COMPRENDRE
Les deux activités sont en mégabecquerels : le préfixe se simplifie dans le rapport et le volume sort directement en millilitres, sans conversion.

À LA CALCULATRICE



3.1.2 À partir de l'activité initiale A_0, montrer que le nombre de noyaux N_0 de thallium 201 reçus par le patient est de $3{,}0 \times 10^{13}$.

Données utiles $A_0 = 78$ MBq ; $\lambda_{Tl} = 2{,}6 \times 10^{-6}\ \text{s}^{-1}$; $A = \lambda N$

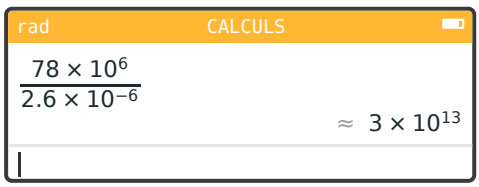
À l'instant de l'injection : $A_0 = \lambda_{Tl} N_0$, donc $N_0 = \dfrac{A_0}{\lambda_{Tl}}$ avec $A_0 = 78 \times 10^6$ Bq.

$$N_0 = \frac{78 \times 10^6}{2{,}6 \times 10^{-6}} = 3{,}0 \times 10^{13}$$

$N_0 = 3{,}0 \times 10^{13}$ noyaux : c'est bien la valeur annoncée.

PIÈGE
Laisser A_0 en MBq. Le becquerel est une désintégration par seconde et λ est en s^{-1} : il faut $A_0 = 78 \times 10^6$ Bq.

À LA CALCULATRICE



3.1.3 En déduire la masse m_0 de thallium correspondante.

Données utiles $N_0 = 3{,}0 \times 10^{13}$ (3.1.2) ; $M = 201{,}0\ \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$; $N_A = 6{,}02 \times 10^{23}\ \text{mol}^{-1}$

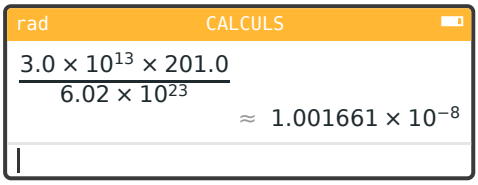
Quantité de matière de thallium 201 : $n_0 = \dfrac{N_0}{N_A}$. Masse correspondante : $m_0 = n_0\, M$, donc

$$m_0 = \frac{N_0\, M}{N_A} = \frac{3{,}0 \times 10^{13} \times 201{,}0}{6{,}02 \times 10^{23}}$$

$m_0 = 1{,}0 \times 10^{-8}$ g

MÉTHODE
Passer d'un nombre d'entités à une masse se fait toujours en deux temps : $n = \dfrac{N}{N_A}$ puis $m = n\, M$. La masse sort en grammes car M est en $\text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$.

À LA CALCULATRICE



3.1.4 La dose limite de thallium est de 15 mg par kilogramme de masse corporelle. Vérifier par un calcul que la dose injectée au patient ne présente pas de danger.

Données utiles $m_0 = 1{,}0 \times 10^{-8}$ g (3.1.3) ; masse du patient : 70 kg

Masse de thallium injectée par kilogramme de masse corporelle, avec $m_0 = 1{,}0 \times 10^{-8}\ \text{g} = 1{,}0 \times 10^{-5}$ mg :

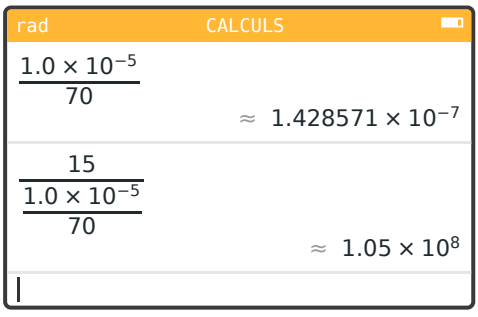
$$\frac{m_0}{m_{\text{patient}}} = \frac{1{,}0 \times 10^{-5}}{70} = 1{,}4 \times 10^{-7}\ \text{mg} \cdot \text{kg}^{-1}$$

Cette dose est environ cent millions de fois plus faible que la dose limite de $15\ \text{mg} \cdot \text{kg}^{-1}$.

$1{,}4 \times 10^{-7}\ \text{mg} \cdot \text{kg}^{-1} \ll 15\ \text{mg} \cdot \text{kg}^{-1}$: la dose injectée ne présente pas de danger.

MÉTHODE
Autre voie : calculer la masse limite pour ce patient, $15 \times 70 = 1050$ mg, soit environ 1 g, et la comparer à $m_0 = 1{,}0 \times 10^{-5}$ mg. La conclusion est la même.

À LA CALCULATRICE



3.1.5 Vérifier que le temps de demi-vie $t_{1/2}$ du thallium 201 vaut 75 heures.

Données utiles $\lambda_{\text{Tl}} = 2{,}6 \times 10^{-6}\ \text{s}^{-1}$; $A(t) = A_0\, e^{-\lambda t}$

Au bout d'une demi-vie, l'activité est divisée par deux : $A(t_{1/2}) = \dfrac{A_0}{2}$.

$A_0\, e^{-\lambda t_{1/2}} = \dfrac{A_0}{2}$, soit $e^{-\lambda t_{1/2}} = \dfrac{1}{2}$, donc $-\lambda\, t_{1/2} = -\ln 2$ et $t_{1/2} = \dfrac{\ln 2}{\lambda}$.

$$t_{1/2} = \frac{\ln 2}{2{,}6 \times 10^{-6}} = 2{,}7 \times 10^{5}\ \text{s} \qquad \text{soit} \qquad \frac{2{,}67 \times 10^{5}}{3600} = 74\ \text{h}$$

$t_{1/2} = 74$ h, valeur très proche des 75 h annoncées (écart d'environ 1 %, dû à l'arrondi de λ).

PIÈGE
Oublier de convertir : λ est en s^{-1}, donc $t_{1/2}$ sort en secondes. On divise par 3600 pour obtenir des heures.

COMPRENDRE
Le calcul donne 74 h et non 75 h exactement : λ n'est connue qu'avec deux chiffres significatifs. On écrit la valeur réellement trouvée, puis on constate l'accord avec l'énoncé.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$\dfrac{\ln(2)}{2.6\times10^{-6}} \approx 266595.1$

$\dfrac{\ln(2)}{\frac{2.6\times10^{-6}}{3600}} \approx 74.05419$

3.1.6 Les résultats sont exploitables tant que l'activité du traceur est supérieure à 3 MBq. Par un calcul de l'activité A, déterminer au bout de combien de jours une nouvelle injection est nécessaire.

Données utiles $A_0 = 78$ MBq ; $\lambda_{Tl} = 2{,}6\times10^{-6}$ s^{-1} ; $A(t) = A_0\,e^{-\lambda t}$

On cherche la date t à laquelle $A(t) = 3$ MBq :

$A_0\,e^{-\lambda t} = A$, soit $e^{-\lambda t} = \dfrac{A}{A_0}$, donc $-\lambda t = \ln\dfrac{A}{A_0}$.

D'où $t = \dfrac{1}{\lambda}\ln\dfrac{A_0}{A}$.

$$t = \frac{1}{2{,}6\times10^{-6}}\times\ln\frac{78}{3} = 1{,}25\times10^{6}\text{ s}$$

En jours : $t = \dfrac{1{,}25\times10^{6}}{24\times3600} = 14{,}5$ jours.

Vérification par le calcul de l'activité, avec 1 jour $= 86\,400$ s :

$A(14\text{ j}) = 78\times e^{-2{,}6\times10^{-6}\times14\times86\,400} = 3{,}4$ MBq, encore supérieure à 3 MBq ;

$A(15\text{ j}) = 78\times e^{-2{,}6\times10^{-6}\times15\times86\,400} = 2{,}7$ MBq, inférieure à 3 MBq.

L'activité passe sous 3 MBq après 14,5 jours : une nouvelle injection est nécessaire au bout d'environ 15 jours.

PIÈGE

Mélanger les unités dans l'exponentielle : λ est en s^{-1}, la durée doit être en secondes. Les rapports d'activités, eux, peuvent rester en MBq.

COMPRENDRE

Contrôle rapide : $\dfrac{78}{3} = 26$ est compris entre $2^4 = 16$ et $2^5 = 32$, donc il faut entre 4 et 5 demi-vies de 75 h, soit entre 12,5 et 15,6 jours.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$\dfrac{\ln\left(\frac{78}{3}\right)}{2.6\times10^{-6}} \approx 1253114$

$\dfrac{\ln\left(\frac{78}{3}\right)}{\frac{2.6\times10^{-6}}{24\times3600}} \approx 14.50363$

$78\times e^{(-2.6\times10^{-6})\times14\times86\,400} \approx 3.359354$

$78\times e^{(-2.6\times10^{-6})\times15\times86\,400} \approx 2.683465$

3.2.1 En s'aidant du texte introductif, dire si le diagnostic pour le patient B est une ischémie coronaire ou un infarctus du myocarde. Justifier.

Le thallium 201 n'est fixé que par les cellules vivantes du cœur, auxquelles il est apporté par le sang : une zone sombre est une zone qui n'a pas fixé le traceur.

Pendant l'exercice, l'image du patient B présente une zone sombre (zone 1) absente chez le patient A, en parfaite santé. Au repos, cette zone redevient claire : l'image est semblable à celle du patient A.

Les cellules de la zone 1 fixent donc le thallium au repos : elles sont vivantes. Elles ne sont mal irriguées que pendant l'effort, lorsque les besoins du cœur en oxygène augmentent.

Le patient B souffre d'une ischémie coronaire : les cellules de la zone 1 sont vivantes mais insuffisamment irriguées à l'effort.

MÉTHODE
Comparer chaque image à celle du patient sain, puis l'image d'effort à l'image de repos du même patient : un défaut qui disparaît au repos est réversible, un défaut qui persiste est définitif.

3.2.2 Même question pour le patient C. Justifier.

Pendant l'exercice, l'image du patient C présente une zone sombre (zone 2) absente chez le patient A. Au repos, deux heures plus tard, cette zone reste sombre : elle ne fixe le thallium 201 ni à l'effort ni au repos.

Or le thallium n'est fixé que par les cellules vivantes : les cellules de la zone 2 sont détruites.

Le patient C a subi un infarctus du myocarde : les cellules de la zone 2 sont détruites.

PIÈGE
Conclure à partir de la seule image d'effort : les patients B et C y présentent tous deux une zone sombre. C'est l'image au repos qui distingue l'ischémie de l'infarctus.

Tous séduits par le bleu

Bac S 2011 Nouvelle-Calédonie (ancien programme) · Exercice 2 **6,5 points** **Durée conseillée 1 h 18**

1.1.1 Écrire l'équation de la réaction de l'ion ammonium avec l'eau et donner l'expression de la constante d'acidité du couple ion ammonium / ammoniac.

L'ion ammonium est l'acide du couple NH_4^+/NH_3 : il cède un proton à l'eau.

$$NH_4^+(aq) + H_2O(l) \rightleftharpoons NH_3(aq) + H_3O^+(aq)$$

$$K_A = \frac{[NH_3]_{éq}\,[H_3O^+]_{éq}}{[NH_4^+]_{éq}}$$

PIÈGE
L'eau est le solvant : elle ne figure pas dans K_A. Les concentrations sont celles de l'état d'équilibre, pas les concentrations apportées.

1.1.2 Établir le diagramme de prédominance du couple ion ammonium / ammoniac et donner l'espèce prédominante dans la solution étudiée, de pH 10,2.

Données utiles $pK_A(NH_4^+/NH_3) = 9{,}2$

Pour $pH < pK_A$ l'acide NH_4^+ prédomine ; pour $pH > pK_A$ c'est la base NH_3 ; à $pH = pK_A$ les deux concentrations sont égales.

Dans la solution étudiée, $pH = 10{,}2 > 9{,}2$.

À $pH = 10{,}2$, l'espèce prédominante est l'ammoniac NH_3.

MÉTHODE
De $pH = pK_A + \log\frac{[NH_3]}{[NH_4^+]}$: un pH supérieur de une unité au pK_A signifie dix fois plus de base que d'acide.



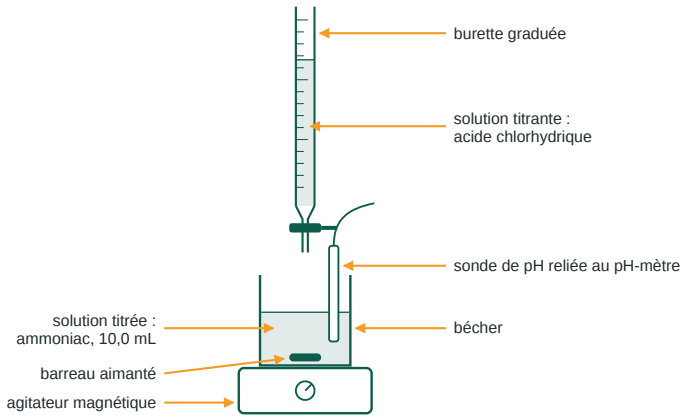
1.1.2 · Diagramme de prédominance du couple ion ammonium / ammoniac

1.2.1 Légender le dispositif de titrage sur la figure A1 de l'annexe.

Le bécher contient la solution titrée (ammoniac, $V_S = 10{,}0$ mL) ; la burette graduée contient la solution titrante (acide chlorhydrique). La sonde du pH-mètre plonge dans le bécher, posé sur un agitateur magnétique avec son barreau aimanté.

Voir la figure A1 légendée.

PIÈGE
Ne pas inverser solution titrée (dans le bécher, volume prélevé à la pipette jaugée) et solution titrante (dans la burette, concentration connue).



1.2.1 · Figure A1 complétée : dispositif de titrage pH-métrique

1.2.2 Donner l'équation de la réaction support du titrage.

La base NH_3 réagit avec l'acide H_3O^+ apporté par l'acide chlorhydrique ; les ions chlorure sont spectateurs.

$$NH_3\,(aq) + H_3O^+\,(aq) \longrightarrow NH_4^+\,(aq) + H_2O\,(l)$$

COMPRENDRE
Une réaction de titrage doit être totale, rapide et unique : on l'écrit avec une flèche simple. C'est la réaction inverse de celle de la question 1.1.1.

1.2.3 Déterminer le volume versé à la burette pour atteindre l'équivalence, pour chacune des trois solutions d'acide chlorhydrique disponibles.

Données utiles $V_S = 10{,}0$ mL ; $c_S = 1{,}00 \times 10^{-1}$ mol · L^{-1} ; $c_1 = 1{,}00 \times 10^{-2}$ mol · L^{-1} ; $c_2 = 1{,}00 \times 10^{-1}$ mol · L^{-1} ; $c_3 = 1{,}00$ mol · L^{-1}

À l'équivalence, les réactifs ont été introduits dans les proportions stœchiométriques (1 pour 1) : $n(NH_3)_{\text{initial}} = n(H_3O^+)_{\text{versé}}$, soit $c_S\,V_S = c_i\,V_{E,i}$.

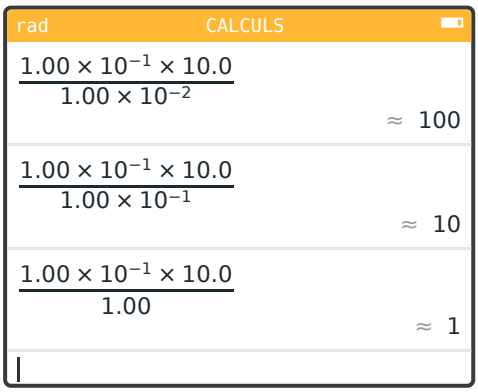
$$V_{E,i} = \frac{c_S\,V_S}{c_i}$$

$$V_{E,1} = \frac{1{,}00 \times 10^{-1} \times 10{,}0}{1{,}00 \times 10^{-2}} = 100 \text{ mL} \qquad V_{E,2} = \frac{1{,}00 \times 10^{-1} \times 10{,}0}{1{,}00 \times 10^{-1}} = 10{,}0 \text{ mL} \qquad V_{E,3} = \frac{1{,}00 \times 10^{-1} \times 10{,}0}{1{,}00} = 1{,}00 \text{ mL}$$

$V_{E,1} = 100$ mL ; $V_{E,2} = 10{,}0$ mL ; $V_{E,3} = 1{,}00$ mL

COMPRENDRE
Toutes les données ont trois chiffres significatifs : les résultats en gardent trois ($10{,}0$ mL et non 10 mL). Le rapport c_S/c_i est sans unité : V_E sort dans l'unité de V_S.

À LA CALCULATRICE



1.2.4 En déduire la solution du laboratoire la mieux adaptée à ce titrage.

Données utiles burette de 25 mL ; volumes à l'équivalence (1.2.3)

- Avec c_1 : $V_{E,1} = 100$ mL dépasse la contenance de la burette (25 mL), il faudrait la remplir plusieurs fois.
- Avec c_3 : $V_{E,3} = 1{,}00$ mL est très petit, l'incertitude relative sur la lecture du volume serait trop grande.
- Avec c_2 : $V_{E,2} = 10{,}0$ mL se lit en une seule descente de burette, avec une bonne précision.

La solution la mieux adaptée est celle de concentration $c_2 = 1{,}00 \times 10^{-1}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$.

MÉTHODE
On choisit le titrant pour que le volume équivalent tombe vers le milieu de la burette : assez grand pour être lu précisément, assez petit pour ne pas la remplir de nouveau.

1.3.1 Proposer un indicateur coloré permettant de repérer l'équivalence de ce titrage. Justifier à l'aide de tracés sur la figure A2 de l'annexe.

Données utiles zones de virage : carmin d'indigo 11,6 – 14,0 ; thymolphtaléine 9,3 – 10,5 ; bleu de bromothymol 6,0 – 7,6 ; vert de bromocrésol 3,8 – 5,4

Méthode des tangentes parallèles : on trace deux tangentes parallèles à la courbe, de part et d'autre du saut de pH, puis la parallèle équidistante des deux. Elle coupe la courbe au point d'équivalence E.

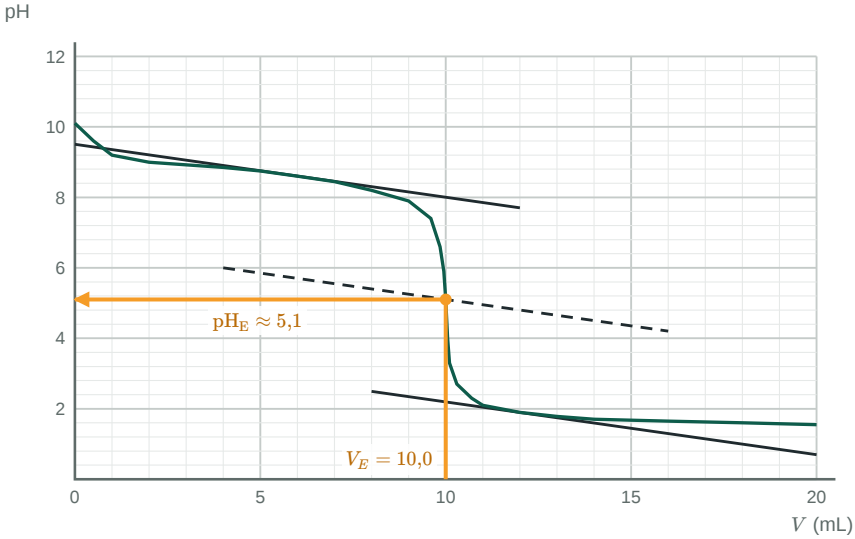
Lecture graphique : $V_E = 10{,}0$ mL et $\text{pH}_\text{E} \approx 5{,}1$.

Un indicateur convient si sa zone de virage contient pH_E. Seule la zone $3{,}8 - 5{,}4$ contient 5,1.

L'indicateur adapté est le vert de bromocrésol ($\text{pH}_\text{E} \approx 5{,}1$).

PIÈGE
Choisir la thymolphtaléine parce que sa zone de virage encadre le pK_A ou le pH initial : c'est le pH à l'équivalence qui compte.

COMPRENDRE
À l'équivalence la solution contient l'acide faible NH_4^+ : le pH y est inférieur à 7. C'est pourquoi le bleu de bromothymol, qui vire autour de 7, n'est pas le meilleur choix ici.



1.3.1 · Figure A2 : méthode des tangentes parallèles, lecture de pH_E

1.3.2 Indiquer alors la variation de couleur observée.

Avant l'équivalence, le pH est supérieur à 5,4 : le vert de bromocrésol est sous sa forme basique, bleue. Après l'équivalence, le pH est inférieur à 3,8 : il est sous sa forme acide, jaune.

À l'équivalence, la solution passe du bleu au jaune (en passant par une teinte verte).

COMPRENDRE
Dans la zone de virage, les deux formes de l'indicateur coexistent : le mélange de bleu et de jaune donne la teinte verte intermédiaire, dite teinte sensible.

2.1.1 Déterminer l'espèce responsable de la couleur bleue.

La solution S est incolore au départ : les réactifs F et Mo(ox) sont donc incolores. Le produit F' est incolore d'après l'énoncé. La couleur bleue, qui apparaît à mesure que la réaction avance, ne peut venir que de l'autre produit.

L'espèce responsable de la couleur bleue est Mo(red).

2.1.2 L'allure de la courbe est-elle en cohérence avec l'observation expérimentale ? Interpréter.

La courbe montre une absorbance nulle à $t = 0$ (solution incolore), qui augmente ensuite au cours du temps : la solution absorbe de plus en plus la lumière à 720 nm, ce qui correspond à un bleu de plus en plus intense.

Interprétation : $A = k\,c$, donc l'absorbance augmente parce que la concentration de l'espèce bleue Mo(red), produit de la réaction, augmente. La courbe s'aplatit quand la réaction se termine.

Oui : l'absorbance croît comme l'intensité de la couleur, car Mo(red) se forme peu à peu.

COMPRENDRE

Le fructose est le réactif limitant : $n_i(\text{F}) = 4{,}0 \times 10^{-6}$ mol contre $n_i(\text{Mo}) = 8{,}0 \times 10^{-4}$ mol. Quand il est épuisé, l'absorbance ne varie plus.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$2.0 \times 10^{-4} \times 20.0 \times 10^{-3} \approx 4 \times 10^{-6}$

$4.0 \times 10^{-2} \times 20.0 \times 10^{-3} \approx 8 \times 10^{-4}$

2.1.3 En déduire l'expression de la concentration [Mo(red)] en fonction de l'absorbance A mesurée.

Mo(red) est la seule espèce colorée de la solution : la relation $A = k\,c$ s'écrit $A = k\,[\text{Mo(red)}]$.

$$[\text{Mo(red)}] = \frac{A}{k}$$

COMPRENDRE

$A = k\,c$ est la loi de Beer-Lambert. Elle ne vaut que pour une solution peu concentrée, à longueur d'onde fixée ; ici 720 nm, dans le rouge, couleur absorbée par une solution bleue.

2.2.1 Compléter le tableau d'évolution de la transformation (1), tableau A3 de l'annexe.

Tous les nombres stœchiométriques valent 1 : chaque réactif perd x mol, chaque produit gagne x mol.

Équation		F	+ Mo(ox)	= F'	+ Mo(red)
État initial	$x = 0$	$n_i(\text{F})$	$n_i(\text{Mo})$	0	0
En cours	x	$n_i(\text{F}) - x$	$n_i(\text{Mo}) - x$	x	x
État final	x_f	$n_i(\text{F}) - x_f$	$n_i(\text{Mo}) - x_f$	x_f	x_f

À tout instant : $n(\text{Mo(red)}) = x$.

2.2.2 Montrer que l'avancement x est proportionnel à l'absorbance à tout instant.

Données utiles $[\text{Mo(red)}] = A/k$ (2.1.3) ; $V = 100{,}0$ mL

D'après le tableau, $n(\text{Mo(red)}) = x$, donc dans la solution de volume V : $[\text{Mo(red)}] = \frac{x}{V}$.

Or $[\text{Mo(red)}] = \frac{A}{k}$, d'où $\frac{x}{V} = \frac{A}{k}$.

$x = \frac{V}{k}\,A$: comme V et k sont constants, x est proportionnel à A.

PIÈGE

Affirmer la proportionnalité sans préciser que V et k sont des constantes : c'est cette phrase qui justifie le mot « proportionnel ».

2.2.3 Montrer que la vitesse volumique de réaction peut s'écrire $v = \frac{1}{k}\frac{\mathrm{d}A}{\mathrm{d}t}$.

Données utiles $v = \frac{1}{V}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$; $x = \frac{V}{k}A$ (2.2.2)

On remplace x par son expression, puis on sort de la dérivée le facteur constant $\frac{V}{k}$:

$$v = \frac{1}{V}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{V}{k}A\right) = \frac{1}{V} \times \frac{V}{k}\frac{\mathrm{d}A}{\mathrm{d}t}$$

$$\boxed{v = \frac{1}{k}\frac{\mathrm{d}A}{\mathrm{d}t}}$$

COMPRENDRE
Cette vitesse est aussi $\frac{\mathrm{d}[\mathrm{Mo(red)}]}{\mathrm{d}t}$: c'est la vitesse volumique d'apparition du produit, définition retenue dans le programme actuel de spécialité.

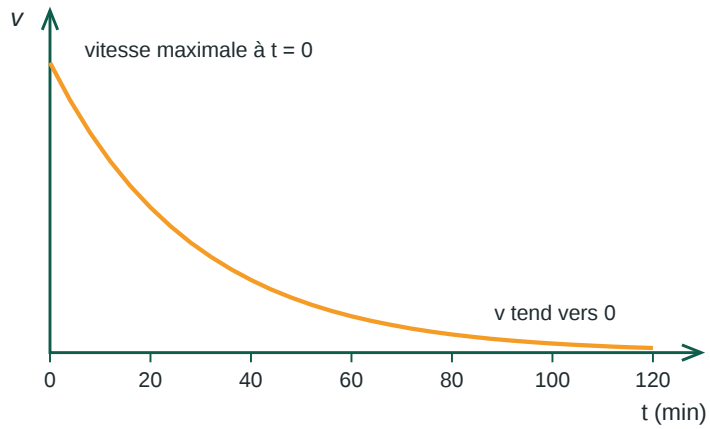
2.2.4 À partir de la figure A4 et de la relation précédente, tracer l'allure de l'évolution de la vitesse volumique au cours du temps.

$\frac{\mathrm{d}A}{\mathrm{d}t}$ est le coefficient directeur de la tangente à la courbe $A(t)$, et v lui est proportionnelle.

Sur la figure A4, la tangente est la plus inclinée à $t = 0$, puis sa pente diminue sans cesse et la tangente devient presque horizontale vers 110 min.

La vitesse est maximale à $t = 0$, décroît au cours du temps et tend vers zéro.

PIÈGE
Recopier la forme de la courbe $A(t)$: A augmente, mais c'est sa pente qui donne v, et cette pente diminue.



2.2.4 · Allure de la vitesse volumique de réaction au cours du temps

2.2.5 En déduire si la variation de l'intensité de la couleur est mieux détectée par le chimiste pendant la première ou la deuxième heure de l'enregistrement.

La vitesse est grande pendant la première heure : l'absorbance y varie beaucoup, de 0 à environ 0,49. Pendant la deuxième heure la vitesse est presque nulle : l'absorbance ne passe que de 0,49 à environ 0,56.

La variation de l'intensité de la couleur est mieux détectée pendant la première heure.

MÉTHODE
Appuyer la réponse sur deux lectures de la courbe ($t = 60$ min et fin de l'enregistrement) : une comparaison chiffrée vaut mieux qu'une impression visuelle.

2.3.1 L'absorbance finale vaut $A_{fin} = 0{,}56$. En justifiant la méthode, déterminer la valeur du temps de demi-réaction.

Données utiles $A_{fin} = 0{,}56$; $x = \dfrac{V}{k} A$ (2.2.2)

Le temps de demi-réaction $t_{1/2}$ est la durée au bout de laquelle l'avancement vaut la moitié de l'avancement final : $x(t_{1/2}) = \dfrac{x_f}{2}$.

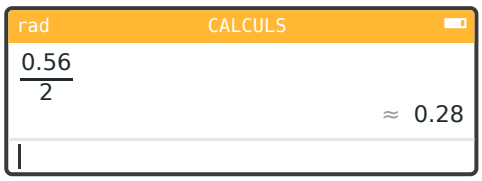
Comme x est proportionnel à A, cela revient à $A(t_{1/2}) = \dfrac{A_{fin}}{2} = \dfrac{0{,}56}{2} = 0{,}28$.

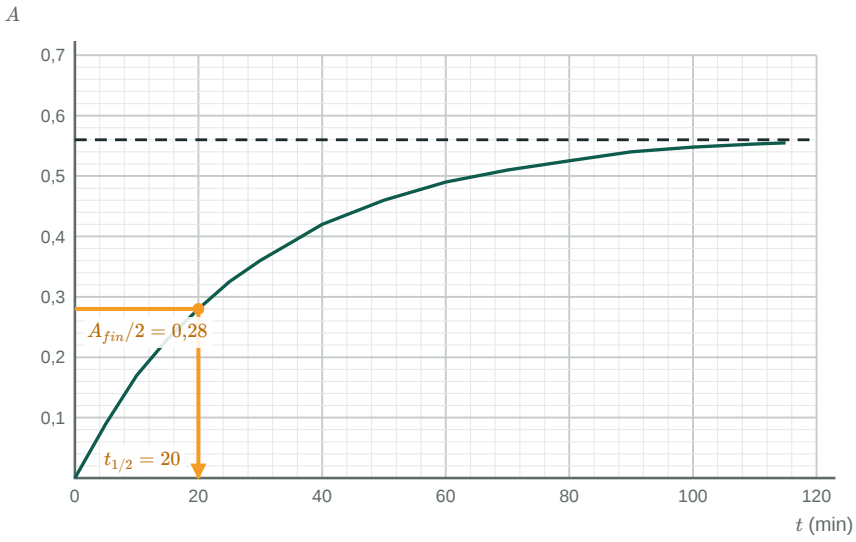
On lit sur la figure A4 l'abscisse du point de la courbe d'ordonnée 0,28.

$t_{1/2} = 20$ min

PIÈGE
Prendre la moitié de la durée de l'expérience (environ 55 min) : $t_{1/2}$ se définit sur l'avancement, pas sur le temps.

À LA CALCULATRICE





2.3.1 · Figure A4 : lecture du temps de demi-réaction

2.3.2 Le chimiste ne voit aucune coloration pendant les cinq premières minutes. Proposer une modification du protocole permettant de diminuer le temps de demi-réaction.

Diminuer $t_{1/2}$ revient à accélérer la réaction, donc à agir sur un facteur cinétique : la température ou la concentration des réactifs.

On peut augmenter la température du bain-marie (ou augmenter la concentration initiale en molybdate d'ammonium).

COMPRENDRE
Augmenter la concentration en fructose, réactif limitant, augmenterait aussi l'absorbance finale. Un catalyseur adapté accélérerait également la réaction sans modifier l'état final.

Comment peut-on stocker de l'énergie?

Bac S 2011 Nouvelle-Calédonie (ancien programme) · Exercice 3 **4 points** **Durée conseillée 52 min**

1.1 À l'aide de la relation liant u_L, L et i, déterminer la valeur de u_L en régime permanent.

Pour une bobine idéale, en convention récepteur : $u_L = L\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$.

En régime permanent, l'intensité ne varie plus : $\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} = 0$.

$u_L = 0$ V

COMPRENDRE
La bobine (inductance L, circuit RL) était étudiée dans l'ancien programme ; elle ne figure plus dans la spécialité actuelle, où seul le circuit RC est traité. En régime permanent, une bobine idéale se comporte comme un fil.

1.2 Montrer que l'intensité I du courant en régime permanent s'écrit $I = \dfrac{U}{R}$.

Loi des mailles, interrupteur fermé : $U = u_R + u_L$.

Loi d'Ohm : $u_R = R\,i$. En régime permanent, $i = I$ et $u_L = 0$ (1.1), donc $U = R\,I$.

$I = \dfrac{U}{R}$, ce qui est l'expression attendue.

1.3 Exprimer l'énergie E_L emmagasinée par la bobine lorsque le régime permanent est atteint.

À chaque instant, la bobine stocke l'énergie $\dfrac{1}{2}L\,i^2$. En régime permanent, $i = I$:

$$E_L = \frac{1}{2}L\,I^2 = \frac{1}{2}L\frac{U^2}{R^2}$$

1.4 Calculer la valeur de L pour que la bobine stocke $E_L = 10$ J en régime permanent.

Données utiles $E_L = 10$ J ; $R = 1{,}8\ \Omega$; $U = 6{,}0$ V ; $E_L = \dfrac{1}{2}L\dfrac{U^2}{R^2}$ (1.3)

On isole L : $L = \dfrac{2\,E_L\,R^2}{U^2}$

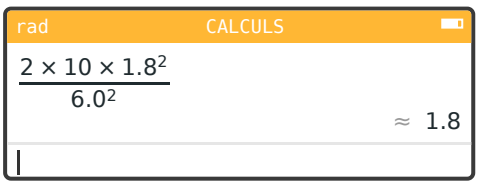
$$L = \frac{2 \times 10 \times 1{,}8^2}{6{,}0^2} = 1{,}8\ \text{H}$$

$L = 1{,}8$ H

PIÈGE
Oublier le carré sur R ou sur U en isolant L. Vérifier l'unité : des $\text{J}\cdot\text{A}^{-2}$ sont bien des henrys.

COMPRENDRE
Les données ont deux chiffres significatifs : les résultats de l'exercice en gardent deux. L'intensité vaut ici $I = U/R \approx 3{,}3$ A.

À LA CALCULATRICE



1.5 Que vaut l'énergie E_{supra} stockée par la bobine supraconductrice ?

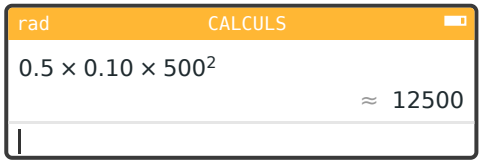
Données utiles $L = 0{,}10$ H ; $I = 500$ A

$E_{supra} = \dfrac{1}{2}L\,I^2$

$$E_{supra} = \frac{1}{2} \times 0{,}10 \times 500^2 = 1{,}25 \times 10^4\ \text{J}$$

$E_{supra} \approx 1{,}3 \times 10^4$ J, soit environ 13 kJ.

À LA CALCULATRICE



2.1 Que vaut la tension u_C juste après la fermeture de l'interrupteur K ? Justifier.

Le condensateur est initialement déchargé : $u_C = 0$ avant la fermeture. La tension aux bornes d'un condensateur est une fonction continue du temps : elle ne peut pas varier brutalement.

Juste après la fermeture, $u_C = 0$ V.

PIÈGE
Répondre $u_C = U$: c'est la valeur finale, pas la valeur initiale. L'argument attendu est la continuité de u_C (ou de la charge $q = C\,u_C$).

2.2 En déduire l'expression i_0 de l'intensité i à cet instant.

Loi des mailles : $U = u_C + u_{R'}$, avec $u_{R'} = R'\,i$ (loi d'Ohm).

À $t = 0$: $u_C = 0$ (2.1), donc $U = R'\,i_0$.

$$i_0 = \frac{U}{R'}$$

COMPRENDRE
L'intensité, elle, est discontinue : nulle avant la fermeture, elle prend aussitôt sa valeur maximale i_0, puis décroît pendant la charge.

2.3 Le régime permanent étant atteint, quelle est la tension u_C aux bornes du condensateur ?

Données utiles $U = 12$ V

En régime permanent, u_C est constante, donc $i = C\,\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} = 0$ et $u_{R'} = R'\,i = 0$.

La loi des mailles donne alors $u_C = U$.

$$u_C = U = 12 \text{ V}$$

2.4 Donner l'expression de l'énergie E_C emmagasinée par le condensateur lorsque la charge est terminée.

Un condensateur soumis à la tension u_C stocke l'énergie $\dfrac{1}{2}\,C\,u_C^2$. En fin de charge, $u_C = U$ (2.3) :

$$E_C = \frac{1}{2}\,C\,U^2$$

COMPRENDRE
Le circuit RC est toujours au programme de spécialité, mais l'expression de l'énergie stockée par un condensateur n'y figure plus : un sujet actuel la fournirait.

2.5 Calculer la valeur de C pour que le condensateur stocke une énergie $E_C = 10$ J.

Données utiles $E_C = 10$ J ; $U = 12$ V

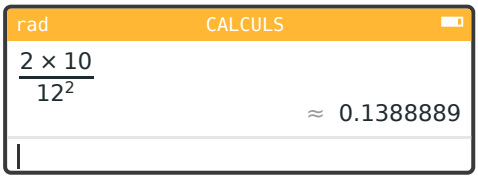
$$C = \frac{2\,E_C}{U^2}$$

$$C = \frac{2 \times 10}{12^2} = 0{,}14 \text{ F}$$

$$C = 0{,}14 \text{ F}$$

COMPRENDRE
C'est une capacité très grande : les condensateurs usuels de laboratoire vont du nanofarad au millifarad. D'où l'intérêt des supercondensateurs.

À LA CALCULATRICE



2.6 Que vaut l'énergie E_{super} stockée par le supercondensateur chargé sous sa tension maximale ?

Données utiles $C = 800$ F ; $U_{max} = 2{,}5$ V

$$E_{super} = \frac{1}{2} C U_{max}^2$$

$$E_{super} = \frac{1}{2} \times 800 \times 2{,}5^2 = 2{,}5 \times 10^3 \text{ J}$$

$E_{super} = 2{,}5 \times 10^3$ J, soit 2,5 kJ.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$0.5 \times 800 \times 2.5^2$

$\approx$ 2500

3.1 Donner l'expression de l'énergie potentielle de pesanteur E_{pp} de l'eau du barrage en fonction de ρ, V, g et h.

Avec $E_{pp} = 0$ au niveau de la turbine, l'eau de masse m située à la hauteur h possède $E_{pp} = m\,g\,h$.

Or $\rho = \frac{m}{V}$, donc $m = \rho\,V$.

$E_{pp} = \rho\,V\,g\,h$

3.2 Déterminer l'énergie potentielle de pesanteur E_{pp} pouvant être stockée dans le réservoir de Grand Maison.

Données utiles $V = 140 \times 10^6$ m^3 ; $h = 0{,}90$ km ; $\rho = 1{,}0 \times 10^3$ kg · m^{-3} ; $g = 10$ m · s^{-2}

On convertit la hauteur : $h = 0{,}90 \text{ km} = 9{,}0 \times 10^2$ m.

$$E_{pp} = 1{,}0 \times 10^3 \times 140 \times 10^6 \times 10 \times 9{,}0 \times 10^2 = 1{,}26 \times 10^{15} \text{ J}$$

$E_{pp} \approx 1{,}3 \times 10^{15}$ J

PIÈGE

Laisser h en kilomètres : le résultat serait mille fois trop petit. « 140 millions » se traduit par 140×10^6.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$1.0 \times 10^3 \times 140 \times 10^6 \times 10 \times 9.0 \times 10^2$

$\approx$ 1.26×10^{15}

4.1 Calculer la puissance moyenne P disponible par kilogramme pour le barrage.

Données utiles par kilogramme : $E = 10$ kJ ; $\Delta t = 10$ jours

$P = \frac{E}{\Delta t}$, avec $E = 10 \times 10^3$ J et $\Delta t = 10 \times 24 \times 3600 = 8{,}64 \times 10^5$ s.

$$P = \frac{10 \times 10^3}{8{,}64 \times 10^5} = 1{,}2 \times 10^{-2} \text{ W}$$

$P = 1{,}2 \times 10^{-2}$ W par kilogramme, soit 12 mW.

COMPRENDRE

Le barrage stocke une énergie massique comparable aux deux autres dispositifs, mais la restitue un milliard de fois plus lentement que la bobine : faible puissance par kilogramme, compensée par une masse d'eau énorme.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$10 \times 24 \times 3600$

864 000

$\frac{10 \times 10^3}{864\,000}$

$\approx$ 0.01157407

4.2 Calculer la masse du supercondensateur nécessaire pour fournir l'énergie souhaitée au démarrage du véhicule électrique.

Données utiles $I = 100$ A ; $U = 2{,}5$ V ; $\Delta t = 10$ s ; énergie stockée par le supercondensateur : 20 kJ par kg

Énergie à fournir : $E = P\,\Delta t = U\,I\,\Delta t = 2{,}5 \times 100 \times 10 = 2{,}5 \times 10^3$ J $= 2{,}5$ kJ.

Le supercondensateur stocke 20 kJ par kilogramme, d'où par proportionnalité :

$$m = \frac{2{,}5}{20} = 0{,}125 \text{ kg}$$

$m \approx 0{,}13$ kg, soit environ 130 g.

MÉTHODE

Vérification par la puissance : il faut $U\,I = 250$ W, et le tableau donne 2×10^3 W par kg, soit $\frac{250}{2 \times 10^3} \approx 0{,}13$ kg. Les deux lignes du tableau concordent.

À LA CALCULATRICE

