Comment peut-on stocker de l'énergie?

Bac S 2011 Nouvelle-Calédonie (ancien programme) · Exercice 3 **4 points** **Durée conseillée 52 min**

1.1 À l'aide de la relation liant u_L, L et i, déterminer la valeur de u_L en régime permanent.

Pour une bobine idéale, en convention récepteur : $u_L = L\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$.

En régime permanent, l'intensité ne varie plus : $\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} = 0$.

$u_L = 0$ V

COMPRENDRE
La bobine (inductance L, circuit RL) était étudiée dans l'ancien programme ; elle ne figure plus dans la spécialité actuelle, où seul le circuit RC est traité. En régime permanent, une bobine idéale se comporte comme un fil.

1.2 Montrer que l'intensité I du courant en régime permanent s'écrit $I = \dfrac{U}{R}$.

Loi des mailles, interrupteur fermé : $U = u_R + u_L$.

Loi d'Ohm : $u_R = R\,i$. En régime permanent, $i = I$ et $u_L = 0$ (1.1), donc $U = R\,I$.

$I = \dfrac{U}{R}$, ce qui est l'expression attendue.

1.3 Exprimer l'énergie E_L emmagasinée par la bobine lorsque le régime permanent est atteint.

À chaque instant, la bobine stocke l'énergie $\dfrac{1}{2}L\,i^2$. En régime permanent, $i = I$:

$$E_L = \frac{1}{2}L\,I^2 = \frac{1}{2}L\frac{U^2}{R^2}$$

1.4 Calculer la valeur de L pour que la bobine stocke $E_L = 10$ J en régime permanent.

Données utiles $E_L = 10$ J ; $R = 1{,}8\ \Omega$; $U = 6{,}0$ V ; $E_L = \dfrac{1}{2}L\dfrac{U^2}{R^2}$ (1.3)

On isole L : $L = \dfrac{2\,E_L\,R^2}{U^2}$

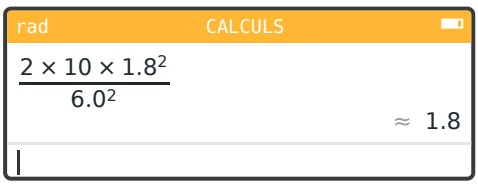
$$L = \frac{2 \times 10 \times 1{,}8^2}{6{,}0^2} = 1{,}8\ \text{H}$$

$L = 1{,}8$ H

PIÈGE
Oublier le carré sur R ou sur U en isolant L. Vérifier l'unité : des $\text{J}\cdot\text{A}^{-2}$ sont bien des henrys.

COMPRENDRE
Les données ont deux chiffres significatifs : les résultats de l'exercice en gardent deux. L'intensité vaut ici $I = U/R \approx 3{,}3$ A.

À LA CALCULATRICE



1.5 Que vaut l'énergie E_{supra} stockée par la bobine supraconductrice ?

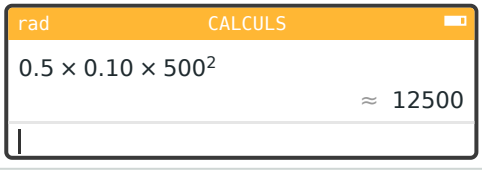
Données utiles $L = 0{,}10$ H ; $I = 500$ A

$E_{supra} = \dfrac{1}{2}L\,I^2$

$$E_{supra} = \frac{1}{2} \times 0{,}10 \times 500^2 = 1{,}25 \times 10^4\ \text{J}$$

$E_{supra} \approx 1{,}3 \times 10^4$ J, soit environ 13 kJ.

À LA CALCULATRICE



2.1 Que vaut la tension u_C juste après la fermeture de l'interrupteur K ? Justifier.

Le condensateur est initialement déchargé : $u_C = 0$ avant la fermeture. La tension aux bornes d'un condensateur est une fonction continue du temps : elle ne peut pas varier brutalement.

Juste après la fermeture, $u_C = 0$ V.

PIÈGE
Répondre $u_C = U$: c'est la valeur finale, pas la valeur initiale. L'argument attendu est la continuité de u_C (ou de la charge $q = C\,u_C$).

2.2 En déduire l'expression i_0 de l'intensité i à cet instant.

Loi des mailles : $U = u_C + u_{R'}$, avec $u_{R'} = R'\,i$ (loi d'Ohm).

À $t = 0$: $u_C = 0$ (2.1), donc $U = R'\,i_0$.

$$i_0 = \frac{U}{R'}$$

COMPRENDRE
L'intensité, elle, est discontinue : nulle avant la fermeture, elle prend aussitôt sa valeur maximale i_0, puis décroît pendant la charge.

2.3 Le régime permanent étant atteint, quelle est la tension u_C aux bornes du condensateur ?

Données utiles $U = 12$ V

En régime permanent, u_C est constante, donc $i = C\,\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} = 0$ et $u_{R'} = R'\,i = 0$.

La loi des mailles donne alors $u_C = U$.

$$u_C = U = 12 \text{ V}$$

2.4 Donner l'expression de l'énergie E_C emmagasinée par le condensateur lorsque la charge est terminée.

Un condensateur soumis à la tension u_C stocke l'énergie $\dfrac{1}{2}\,C\,u_C^2$. En fin de charge, $u_C = U$ (2.3) :

$$E_C = \frac{1}{2}\,C\,U^2$$

COMPRENDRE
Le circuit RC est toujours au programme de spécialité, mais l'expression de l'énergie stockée par un condensateur n'y figure plus : un sujet actuel la fournirait.

2.5 Calculer la valeur de C pour que le condensateur stocke une énergie $E_C = 10$ J.

Données utiles $E_C = 10$ J ; $U = 12$ V

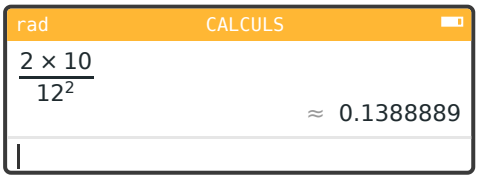
$$C = \frac{2\,E_C}{U^2}$$

$$C = \frac{2 \times 10}{12^2} = 0{,}14 \text{ F}$$

$$C = 0{,}14 \text{ F}$$

COMPRENDRE
C'est une capacité très grande : les condensateurs usuels de laboratoire vont du nanofarad au millifarad. D'où l'intérêt des supercondensateurs.

À LA CALCULATRICE



2.6 Que vaut l'énergie E_{super} stockée par le supercondensateur chargé sous sa tension maximale ?

Données utiles $C = 800$ F ; $U_{max} = 2{,}5$ V

$$E_{super} = \frac{1}{2} C U_{max}^2$$

$$E_{super} = \frac{1}{2} \times 800 \times 2{,}5^2 = 2{,}5 \times 10^3 \text{ J}$$

$E_{super} = 2{,}5 \times 10^3$ J, soit 2,5 kJ.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$0.5 \times 800 \times 2.5^2$

$\approx$ 2500

3.1 Donner l'expression de l'énergie potentielle de pesanteur E_{pp} de l'eau du barrage en fonction de ρ, V, g et h.

Avec $E_{pp} = 0$ au niveau de la turbine, l'eau de masse m située à la hauteur h possède $E_{pp} = m\,g\,h$.

Or $\rho = \frac{m}{V}$, donc $m = \rho\,V$.

$E_{pp} = \rho\,V\,g\,h$

3.2 Déterminer l'énergie potentielle de pesanteur E_{pp} pouvant être stockée dans le réservoir de Grand Maison.

Données utiles $V = 140 \times 10^6$ m^3 ; $h = 0{,}90$ km ; $\rho = 1{,}0 \times 10^3$ kg · m^{-3} ; $g = 10$ m · s^{-2}

On convertit la hauteur : $h = 0{,}90 \text{ km} = 9{,}0 \times 10^2$ m.

$$E_{pp} = 1{,}0 \times 10^3 \times 140 \times 10^6 \times 10 \times 9{,}0 \times 10^2 = 1{,}26 \times 10^{15} \text{ J}$$

$E_{pp} \approx 1{,}3 \times 10^{15}$ J

PIÈGE

Laisser h en kilomètres : le résultat serait mille fois trop petit. « 140 millions » se traduit par 140×10^6.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$1.0 \times 10^3 \times 140 \times 10^6 \times 10 \times 9.0 \times 10^2$

$\approx$ 1.26×10^{15}

4.1 Calculer la puissance moyenne P disponible par kilogramme pour le barrage.

Données utiles par kilogramme : $E = 10$ kJ ; $\Delta t = 10$ jours

$P = \frac{E}{\Delta t}$, avec $E = 10 \times 10^3$ J et $\Delta t = 10 \times 24 \times 3600 = 8{,}64 \times 10^5$ s.

$$P = \frac{10 \times 10^3}{8{,}64 \times 10^5} = 1{,}2 \times 10^{-2} \text{ W}$$

$P = 1{,}2 \times 10^{-2}$ W par kilogramme, soit 12 mW.

COMPRENDRE

Le barrage stocke une énergie massique comparable aux deux autres dispositifs, mais la restitue un milliard de fois plus lentement que la bobine : faible puissance par kilogramme, compensée par une masse d'eau énorme.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$10 \times 24 \times 3600$

864 000

$\frac{10 \times 10^3}{864\,000}$

$\approx$ 0.01157407

4.2 Calculer la masse du supercondensateur nécessaire pour fournir l'énergie souhaitée au démarrage du véhicule électrique.

Données utiles $I = 100$ A ; $U = 2{,}5$ V ; $\Delta t = 10$ s ; énergie stockée par le supercondensateur : 20 kJ par kg

Énergie à fournir : $E = P\,\Delta t = U\,I\,\Delta t = 2{,}5 \times 100 \times 10 = 2{,}5 \times 10^3$ J $= 2{,}5$ kJ.

Le supercondensateur stocke 20 kJ par kilogramme, d'où par proportionnalité :

$$m = \frac{2{,}5}{20} = 0{,}125 \text{ kg}$$

$m \approx 0{,}13$ kg, soit environ 130 g.

MÉTHODE

Vérification par la puissance : il faut $U\,I = 250$ W, et le tableau donne 2×10^3 W par kg, soit $\frac{250}{2 \times 10^3} \approx 0{,}13$ kg. Les deux lignes du tableau concordent.

À LA CALCULATRICE

