La scintigraphie du coeur

Bac S 2011 Nouvelle-Calédonie (ancien programme) · Exercice 1 **5,5 points** **Durée conseillée 1 h 05**

1.1.1 Indiquer le nombre de protons et de neutrons contenus dans les noyaux de thallium 203 et de thallium 205.

Données utiles symbole ${}^{\mathrm{A}}_{81}\mathrm{Tl}$

Dans l'écriture ${}^{\mathrm{A}}_{\mathrm{Z}}\mathrm{X}$, Z est le nombre de protons et A le nombre de nucléons : le nombre de neutrons est $N = A - Z$.

Thallium 203 : $Z = 81$ protons et $N = 203 - 81 = 122$ neutrons.

Thallium 205 : $Z = 81$ protons et $N = 205 - 81 = 124$ neutrons.

${}^{203}_{81}\mathrm{Tl}$: 81 protons et 122 neutrons ; ${}^{205}_{81}\mathrm{Tl}$: 81 protons et 124 neutrons.

PIÈGE
Donner A pour le nombre de neutrons : 203 et 205 sont des nombres de nucléons (protons et neutrons ensemble).

1.1.2 Expliquer pourquoi ces noyaux de thallium sont des isotopes.

Des noyaux isotopes ont le même nombre de protons Z mais des nombres de neutrons différents, donc des nombres de nucléons A différents.

Les deux noyaux ont le même nombre de protons ($Z = 81$) mais pas le même nombre de neutrons (122 et 124) : ce sont des isotopes.

1.2 En énonçant les lois utilisées, identifier la particule X dans l'équation ${}^{203}_{81}\mathrm{Tl} + {}^{1}_{1}\mathrm{p} \longrightarrow {}^{201}_{82}\mathrm{Pb} + 3\,\mathrm{X}$.

Lors d'une réaction nucléaire, il y a conservation du nombre de nucléons et conservation de la charge électrique (lois de Soddy). On note ${}^{\mathrm{A}}_{\mathrm{Z}}\mathrm{X}$ la particule cherchée.

Conservation du nombre de nucléons : $203 + 1 = 201 + 3A$, donc $A = \dfrac{204 - 201}{3} = 1$.

Conservation de la charge : $81 + 1 = 82 + 3Z$, donc $Z = 0$.

La particule possède un nucléon et ne porte aucune charge.

X est un neutron ${}^{1}_{0}\mathrm{n}$: ${}^{203}_{81}\mathrm{Tl} + {}^{1}_{1}\mathrm{p} \longrightarrow {}^{201}_{82}\mathrm{Pb} + 3\,{}^{1}_{0}\mathrm{n}$

PIÈGE
Oublier le coefficient 3 devant X : on trouverait $A = 3$, ce qui ne correspond à aucune particule de charge nulle connue en Terminale.

1.3 Écrire l'équation de la désintégration β+ du noyau de plomb 201 en thallium 201 (noyau fils non excité).

Une désintégration β^+ s'accompagne de l'émission d'un positon ${}^{0}_{1}\mathrm{e}$.

Vérification des lois de conservation : nucléons $201 = 201 + 0$; charge $82 = 81 + 1$.

${}^{201}_{82}\mathrm{Pb} \longrightarrow {}^{201}_{81}\mathrm{Tl} + {}^{0}_{1}\mathrm{e}$

PIÈGE
Confondre avec la radioactivité β^-, qui émet un électron ${}^{0}_{-1}\mathrm{e}$: le numéro atomique augmenterait d'une unité au lieu de diminuer.

COMPRENDRE
Le noyau fils n'étant pas excité, aucun rayonnement gamma n'accompagne cette désintégration : il ne faut pas ajouter de γ dans l'équation.

2.1.1 Donner l'expression littérale de la longueur d'onde λ du rayonnement dans le vide en fonction de E, c et h.

L'énergie d'un photon de fréquence ν est $E = h\,\nu$, et dans le vide $\nu = \dfrac{c}{\lambda}$. Donc $E = \dfrac{h\,c}{\lambda}$.

$$\lambda = \frac{h\,c}{E}$$

2.1.2 Calculer la longueur d'onde λ de ce rayonnement dans le vide.

Données utiles $E = 135$ keV ; $c = 3{,}0 \times 10^{8}$ m · s^{-1} ; $h = 6{,}62 \times 10^{-34}$ J · s ; 1 eV $= 1{,}6 \times 10^{-19}$ J

Conversion de l'énergie en joules : $E = 135 \times 10^{3} \times 1{,}6 \times 10^{-19} = 2{,}16 \times 10^{-14}$ J.

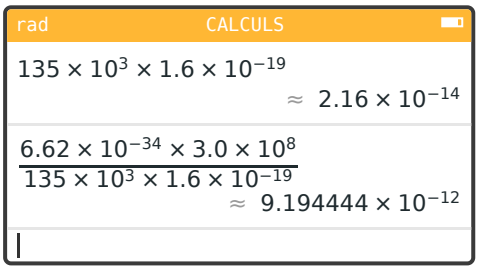
$$\lambda = \frac{h\,c}{E} = \frac{6{,}62 \times 10^{-34} \times 3{,}0 \times 10^{8}}{2{,}16 \times 10^{-14}}$$

$$\lambda = 9{,}2 \times 10^{-12} \text{ m}$$

PIÈGE
Laisser l'énergie en keV : la relation exige E en joules. Il faut multiplier par 10^{3} (kilo) puis par $1{,}6 \times 10^{-19}$.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs : c et la valeur de l'électronvolt n'en ont que deux, le résultat ne peut pas être plus précis que la donnée la moins précise.

À LA CALCULATRICE



2.1.3 À quel domaine du spectre électromagnétique appartient ce rayonnement ? Est-ce cohérent avec le texte introductif ?

Données utiles $\lambda = 9{,}2 \times 10^{-12}$ m (2.1.2) ; figure 1 : rayons gamma pour $\lambda < 10^{-11}$ m

$\lambda = 9{,}2 \times 10^{-12}$ m $= 0{,}92 \times 10^{-11}$ m est inférieure à 10^{-11} m : d'après la figure 1, le rayonnement appartient au domaine des rayons gamma.

Le texte introductif décrit le thallium 201 comme un « émetteur gamma » dont le rayonnement est détecté par une gamma-caméra : la réponse est cohérente avec le texte.

Rayonnement gamma ($\lambda < 10^{-11}$ m), en accord avec le texte introductif.

COMPRENDRE
La longueur d'onde est toute proche de la limite avec les rayons X, donc grande pour un rayonnement gamma. Comme $E = \dfrac{h\,c}{\lambda}$, cela correspond bien au rayonnement « de faible énergie » du texte.

2.2 À quelle transition du noyau de mercure correspond le rayonnement d'énergie $E = 135$ keV ?

Données utiles figure 2 : $E_0 = 0$; $E_1 = 32$ keV ; $E_2 = 167$ keV ; $E_3 = 384$ keV

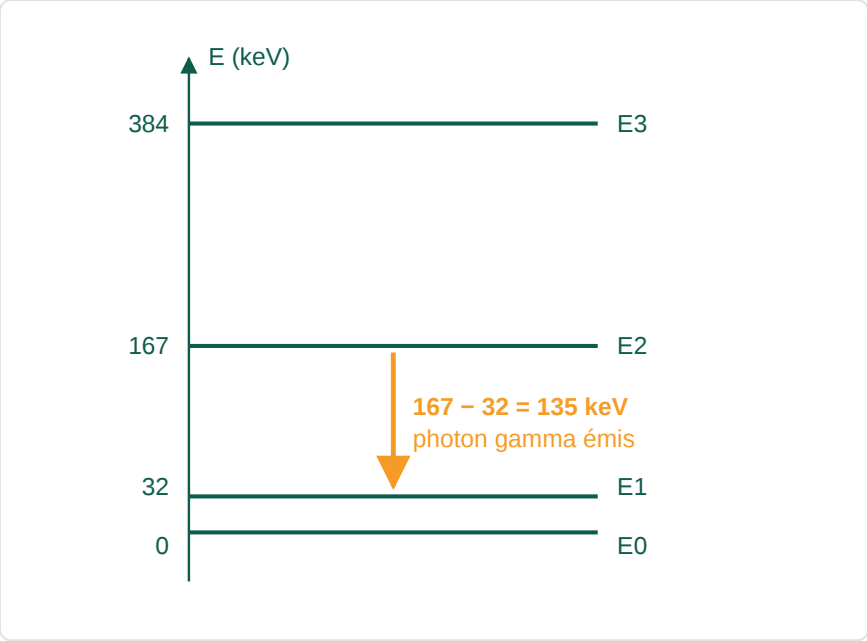
L'énergie du photon émis est égale à la différence d'énergie entre le niveau de départ et le niveau d'arrivée du noyau, qui se désexcite vers un niveau plus bas.

On cherche deux niveaux séparés de 135 keV : $E_2 - E_1 = 167 - 32 = 135$ keV.

Les autres écarts ne conviennent pas : $E_1 - E_0 = 32$ keV ; $E_2 - E_0 = 167$ keV ; $E_3 - E_2 = 217$ keV ; $E_3 - E_1 = 352$ keV ; $E_3 - E_0 = 384$ keV.

Le rayonnement correspond à la transition du niveau E_2 vers le niveau E_1.

PIÈGE
Répondre « entre E_1 et E_2 » sans préciser le sens. Il s'agit d'une émission : le noyau passe du niveau le plus haut (E_2) au niveau le plus bas (E_1).



2.2 · Figure 2 du sujet, avec la transition émettant le rayonnement de 135 keV

3.1.1 Calculer le volume V de solution d'activité A_0 à injecter à un patient de 70 kg.

Données utiles $A_v = 37\ \text{MBq} \cdot \text{mL}^{-1}$; $A_0 = 78\ \text{MBq}$

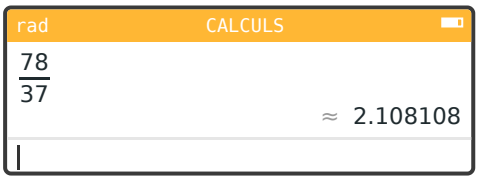
L'activité volumique est l'activité par unité de volume de solution : $A_v = \dfrac{A_0}{V}$, donc

$$V = \frac{A_0}{A_v} = \frac{78}{37}$$

$V = 2{,}1\ \text{mL}$

COMPRENDRE
Les deux activités sont en mégabecquerels : le préfixe se simplifie dans le rapport et le volume sort directement en millilitres, sans conversion.

À LA CALCULATRICE



3.1.2 À partir de l'activité initiale A_0, montrer que le nombre de noyaux N_0 de thallium 201 reçus par le patient est de $3{,}0 \times 10^{13}$.

Données utiles $A_0 = 78\ \text{MBq}$; $\lambda_{\text{Tl}} = 2{,}6 \times 10^{-6}\ \text{s}^{-1}$; $A = \lambda N$

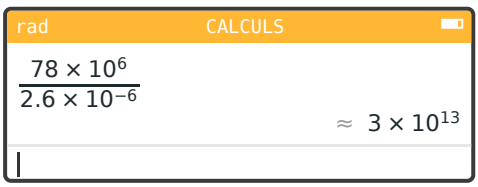
À l'instant de l'injection : $A_0 = \lambda_{\text{Tl}} N_0$, donc $N_0 = \dfrac{A_0}{\lambda_{\text{Tl}}}$ avec $A_0 = 78 \times 10^6$ Bq.

$$N_0 = \frac{78 \times 10^6}{2{,}6 \times 10^{-6}} = 3{,}0 \times 10^{13}$$

$N_0 = 3{,}0 \times 10^{13}$ noyaux : c'est bien la valeur annoncée.

PIÈGE
Laisser A_0 en MBq. Le becquerel est une désintégration par seconde et λ est en s^{-1} : il faut $A_0 = 78 \times 10^6$ Bq.

À LA CALCULATRICE



3.1.3 En déduire la masse m_0 de thallium correspondante.

Données utiles $N_0 = 3{,}0 \times 10^{13}$ (3.1.2) ; $M = 201{,}0\ \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$; $N_A = 6{,}02 \times 10^{23}\ \text{mol}^{-1}$

Quantité de matière de thallium 201 : $n_0 = \dfrac{N_0}{N_A}$. Masse correspondante : $m_0 = n_0\, M$, donc

$$m_0 = \frac{N_0\, M}{N_A} = \frac{3{,}0 \times 10^{13} \times 201{,}0}{6{,}02 \times 10^{23}}$$

$m_0 = 1{,}0 \times 10^{-8}$ g

MÉTHODE
Passer d'un nombre d'entités à une masse se fait toujours en deux temps : $n = \dfrac{N}{N_A}$ puis $m = n\, M$. La masse sort en grammes car M est en $\text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$\dfrac{3.0 \times 10^{13} \times 201.0}{6.02 \times 10^{23}} \approx 1.001661 \times 10^{-8}$

3.1.4 La dose limite de thallium est de 15 mg par kilogramme de masse corporelle. Vérifier par un calcul que la dose injectée au patient ne présente pas de danger.

Données utiles $m_0 = 1{,}0 \times 10^{-8}$ g (3.1.3) ; masse du patient : 70 kg

Masse de thallium injectée par kilogramme de masse corporelle, avec $m_0 = 1{,}0 \times 10^{-8}\ \text{g} = 1{,}0 \times 10^{-5}$ mg :

$$\frac{m_0}{m_{\text{patient}}} = \frac{1{,}0 \times 10^{-5}}{70} = 1{,}4 \times 10^{-7}\ \text{mg} \cdot \text{kg}^{-1}$$

Cette dose est environ cent millions de fois plus faible que la dose limite de $15\ \text{mg} \cdot \text{kg}^{-1}$.

$1{,}4 \times 10^{-7}\ \text{mg} \cdot \text{kg}^{-1} \ll 15\ \text{mg} \cdot \text{kg}^{-1}$: la dose injectée ne présente pas de danger.

MÉTHODE
Autre voie : calculer la masse limite pour ce patient, $15 \times 70 = 1050$ mg, soit environ 1 g, et la comparer à $m_0 = 1{,}0 \times 10^{-5}$ mg. La conclusion est la même.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$\dfrac{1.0 \times 10^{-5}}{70} \approx 1.428571 \times 10^{-7}$

$\dfrac{15}{\dfrac{1.0 \times 10^{-5}}{70}} \approx 1.05 \times 10^{8}$

3.1.5 Vérifier que le temps de demi-vie $t_{1/2}$ du thallium 201 vaut 75 heures.

Données utiles $\lambda_{\text{Tl}} = 2{,}6 \times 10^{-6}\ \text{s}^{-1}$; $A(t) = A_0\, e^{-\lambda t}$

Au bout d'une demi-vie, l'activité est divisée par deux : $A(t_{1/2}) = \dfrac{A_0}{2}$.

$A_0\, e^{-\lambda t_{1/2}} = \dfrac{A_0}{2}$, soit $e^{-\lambda t_{1/2}} = \dfrac{1}{2}$, donc $-\lambda\, t_{1/2} = -\ln 2$ et $t_{1/2} = \dfrac{\ln 2}{\lambda}$.

$$t_{1/2} = \frac{\ln 2}{2{,}6 \times 10^{-6}} = 2{,}7 \times 10^{5}\ \text{s} \qquad \text{soit} \qquad \frac{2{,}67 \times 10^{5}}{3600} = 74\ \text{h}$$

$t_{1/2} = 74$ h, valeur très proche des 75 h annoncées (écart d'environ 1 %, dû à l'arrondi de λ).

PIÈGE
Oublier de convertir : λ est en s^{-1}, donc $t_{1/2}$ sort en secondes. On divise par 3600 pour obtenir des heures.

COMPRENDRE
Le calcul donne 74 h et non 75 h exactement : λ n'est connue qu'avec deux chiffres significatifs. On écrit la valeur réellement trouvée, puis on constate l'accord avec l'énoncé.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$\dfrac{\ln(2)}{2.6\times10^{-6}} \approx 266595.1$

$\dfrac{\ln(2)}{\frac{2.6\times10^{-6}}{3600}} \approx 74.05419$

3.1.6 Les résultats sont exploitables tant que l'activité du traceur est supérieure à 3 MBq. Par un calcul de l'activité A, déterminer au bout de combien de jours une nouvelle injection est nécessaire.

Données utiles $A_0 = 78$ MBq ; $\lambda_{Tl} = 2{,}6\times10^{-6}$ s^{-1} ; $A(t) = A_0\,e^{-\lambda t}$

On cherche la date t à laquelle $A(t) = 3$ MBq :

$A_0\,e^{-\lambda t} = A$, soit $e^{-\lambda t} = \dfrac{A}{A_0}$, donc $-\lambda t = \ln\dfrac{A}{A_0}$.

D'où $t = \dfrac{1}{\lambda}\ln\dfrac{A_0}{A}$.

$$t = \frac{1}{2{,}6\times10^{-6}}\times\ln\frac{78}{3} = 1{,}25\times10^{6}\text{ s}$$

En jours : $t = \dfrac{1{,}25\times10^{6}}{24\times3600} = 14{,}5$ jours.

Vérification par le calcul de l'activité, avec 1 jour $= 86\,400$ s :

$A(14\text{ j}) = 78\times e^{-2{,}6\times10^{-6}\times14\times86\,400} = 3{,}4$ MBq, encore supérieure à 3 MBq ;

$A(15\text{ j}) = 78\times e^{-2{,}6\times10^{-6}\times15\times86\,400} = 2{,}7$ MBq, inférieure à 3 MBq.

L'activité passe sous 3 MBq après 14,5 jours : une nouvelle injection est nécessaire au bout d'environ 15 jours.

PIÈGE

Mélanger les unités dans l'exponentielle : λ est en s^{-1}, la durée doit être en secondes. Les rapports d'activités, eux, peuvent rester en MBq.

COMPRENDRE

Contrôle rapide : $\dfrac{78}{3} = 26$ est compris entre $2^4 = 16$ et $2^5 = 32$, donc il faut entre 4 et 5 demi-vies de 75 h, soit entre 12,5 et 15,6 jours.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$\dfrac{\ln\left(\frac{78}{3}\right)}{2.6\times10^{-6}} \approx 1253114$

$\dfrac{\ln\left(\frac{78}{3}\right)}{\frac{2.6\times10^{-6}}{24\times3600}} \approx 14.50363$

$78\times e^{(-2.6\times10^{-6})\times14\times86\,400} \approx 3.359354$

$78\times e^{(-2.6\times10^{-6})\times15\times86\,400} \approx 2.683465$

3.2.1 En s'aidant du texte introductif, dire si le diagnostic pour le patient B est une ischémie coronaire ou un infarctus du myocarde. Justifier.

Le thallium 201 n'est fixé que par les cellules vivantes du cœur, auxquelles il est apporté par le sang : une zone sombre est une zone qui n'a pas fixé le traceur.

Pendant l'exercice, l'image du patient B présente une zone sombre (zone 1) absente chez le patient A, en parfaite santé. Au repos, cette zone redevient claire : l'image est semblable à celle du patient A.

Les cellules de la zone 1 fixent donc le thallium au repos : elles sont vivantes. Elles ne sont mal irriguées que pendant l'effort, lorsque les besoins du cœur en oxygène augmentent.

Le patient B souffre d'une ischémie coronaire : les cellules de la zone 1 sont vivantes mais insuffisamment irriguées à l'effort.

MÉTHODE
Comparer chaque image à celle du patient sain, puis l'image d'effort à l'image de repos du même patient : un défaut qui disparaît au repos est réversible, un défaut qui persiste est définitif.

3.2.2 Même question pour le patient C. Justifier.

Pendant l'exercice, l'image du patient C présente une zone sombre (zone 2) absente chez le patient A. Au repos, deux heures plus tard, cette zone reste sombre : elle ne fixe le thallium 201 ni à l'effort ni au repos.

Or le thallium n'est fixé que par les cellules vivantes : les cellules de la zone 2 sont détruites.

Le patient C a subi un infarctus du myocarde : les cellules de la zone 2 sont détruites.

PIÈGE
Conclure à partir de la seule image d'effort : les patients B et C y présentent tous deux une zone sombre. C'est l'image au repos qui distingue l'ischémie de l'infarctus.