Datation des vins par radioactivité

Bac S 2011 Asie (ancien programme) · Exercice 2 **5,5 points** **Durée conseillée 1 h 05**

1.1 Quand dit-on que des noyaux sont isotopes ?

Des noyaux sont isotopes s'ils ont le même nombre de protons Z mais un nombre de neutrons différent, donc un nombre de nucléons A différent.

COMPRENDRE
Même Z signifie même élément chimique : le césium 133 (stable) et le césium 137 (radioactif) ont tous deux 55 protons, mais 78 et 82 neutrons.

1.2 Qu'appelle-t-on réaction nucléaire de fission ?

La fission est une réaction nucléaire provoquée : un noyau lourd, frappé par un neutron, se casse en deux noyaux plus légers. Elle libère de l'énergie et, le plus souvent, quelques neutrons.

PIÈGE
Confondre avec la fusion (deux noyaux légers s'assemblent) ou avec une désintégration radioactive, qui est spontanée : la fission étudiée ici est déclenchée par l'impact d'un neutron.

1.3.1 Déterminer les valeurs de Z et de x dans l'équation de fission de l'uranium 235.

Données utiles $^{235}_{92}\mathrm{U} + {}^{1}_{0}\mathrm{n} \longrightarrow {}^{137}_{53}\mathrm{I} + {}^{97}_{Z}\mathrm{Y} + x\ {}^{1}_{0}\mathrm{n}$

Conservation du nombre de charge : $92 + 0 = 53 + Z + 0$, donc $Z = 92 - 53 = 39$.

Conservation du nombre de nucléons : $235 + 1 = 137 + 97 + x$, donc $x = 236 - 234 = 2$.

$Z = 39$ et $x = 2$: $^{235}_{92}\mathrm{U} + {}^{1}_{0}\mathrm{n} \longrightarrow {}^{137}_{53}\mathrm{I} + {}^{97}_{39}\mathrm{Y} + 2\ {}^{1}_{0}\mathrm{n}$

MÉTHODE
Deux lois de conservation (lois de Soddy), deux équations : la somme des nombres du bas (charge) et la somme des nombres du haut (nucléons) sont les mêmes de chaque côté de la flèche.

1.3.2 Expliquer pourquoi cette réaction de fission peut donner une réaction en chaîne.

Chaque fission consomme un neutron mais en libère deux. Ces deux neutrons peuvent à leur tour casser deux autres noyaux d'uranium 235, qui libèrent quatre neutrons, et ainsi de suite.

La réaction produit plus de neutrons qu'elle n'en consomme : le nombre de fissions croît très vite, c'est une réaction en chaîne.

1.3.3 Donner l'expression de la perte de masse Δm du système au cours de cette réaction. Calculer sa valeur en u, puis en kg.

Données utiles $m(\mathrm{U}) = 235{,}043930$ u ; $m(\mathrm{I}) = 136{,}917877$ u ; $m(\mathrm{Y}) = 96{,}918129$ u ; $m_n = 1{,}00866$ u ; $1\ \mathrm{u} = 1{,}66054 \times 10^{-27}$ kg

Variation de masse = masse des produits − masse des réactifs :

$$\Delta m = m(\mathrm{I}) + m(\mathrm{Y}) + 2\,m_n - m(\mathrm{U}) - m_n = m(\mathrm{I}) + m(\mathrm{Y}) + m_n - m(\mathrm{U})$$

$$\Delta m = 136{,}917877 + 96{,}918129 + 1{,}00866 - 235{,}043930 = -0{,}19926\ \mathrm{u}$$

$$\Delta m = -0{,}19926 \times 1{,}66054 \times 10^{-27} = -3{,}3088 \times 10^{-28}\ \mathrm{kg}$$

$\Delta m = -0{,}19926$ u $= -3{,}3088 \times 10^{-28}$ kg : le système perd $0{,}19926$ u.

PIÈGE
Oublier qu'un neutron figure parmi les réactifs : il reste un seul neutron dans le bilan, pas deux.

COMPRENDRE
Une somme se donne avec autant de décimales que le terme le moins précis : la masse du neutron en a cinq, d'où $0{,}19926$ u. Le signe négatif traduit une masse qui diminue.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$136.917877 + 96.918129 + 1.00866 - 235.043930 \approx -0.199264$

$0.19926 \times 1.66054 \times 10^{-27} \approx 3.308792 \times 10^{-28}$

1.3.4 Calculer en joules et en MeV l'énergie libérée par la fission d'un noyau d'uranium.

Données utiles $|\Delta m| = 3{,}3088 \times 10^{-28}$ kg $= 0{,}19926$ u (1.3.3) ; $c = 3{,}00 \times 10^{8}\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$; énergie de masse de 1 u : 931,5 MeV

Énergie libérée : $E_{\text{lib}} = |\Delta m|\, c^2$

$E_{\text{lib}} = 3{,}3088 \times 10^{-28} \times (3{,}00 \times 10^{8})^2 = 2{,}98 \times 10^{-11}$ J

En MeV, une unité de masse atomique correspondant à 931,5 MeV :

$E_{\text{lib}} = 0{,}19926 \times 931{,}5 = 186$ MeV

$E_{\text{lib}} = 2{,}98 \times 10^{-11}$ J $= 186$ MeV

PIÈGE
Calculer $|\Delta m|\, c^2$ avec la masse en u : la relation exige des kilogrammes pour donner des joules.

COMPRENDRE
Trois chiffres significatifs, comme c. Vérification : $2{,}98 \times 10^{-11}$ J divisés par $1{,}60 \times 10^{-19}$ J par eV redonnent bien 186 MeV.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$3.3088 \times 10^{-28} \times (3.00 \times 10^{8})^{2} \approx 2.97792 \times 10^{-11}$

$0.19926 \times 931.5 \approx 185.6107$

$\dfrac{2.97792 \times 10^{-11}}{\dfrac{1.60 \times 10^{-19}}{1 \times 10^{6}}} \approx 186.12$

1.4 Nommer et donner la notation ${}^{A}_{Z}\mathrm{X}$ de la particule émise lors d'une désintégration β^-. Combien de désintégrations β^- faut-il pour passer d'un noyau d'iode 137 à un noyau de césium 137 ?

La particule émise est un électron, noté ${}^{0}_{-1}\mathrm{e}$.

Pour k désintégrations successives : ${}^{137}_{53}\mathrm{I} \longrightarrow {}^{137}_{55}\mathrm{Cs} + k\ {}^{0}_{-1}\mathrm{e}$

Conservation du nombre de charge : $53 = 55 - k$, donc $k = 2$.

Électron ${}^{0}_{-1}\mathrm{e}$; il faut deux désintégrations β^-.

COMPRENDRE
Chaque désintégration β^- augmente Z d'une unité sans changer A : l'iode ($Z = 53$) donne un noyau de $Z = 54$ (xénon), qui donne le césium ($Z = 55$).

2.1.1 De quel type de rayonnement parle-t-on dans le texte ?

Le noyau de baryum 137 est formé dans un état excité ; il revient à son état fondamental en émettant un photon de très grande énergie.

Il s'agit d'un rayonnement gamma (γ), onde électromagnétique très pénétrante.

2.1.2 Donner l'expression de l'énergie ΔE correspondant à l'émission du rayonnement en fonction de sa longueur d'onde λ. Calculer λ.

Données utiles $\Delta E = 6{,}62 \times 10^{5}$ eV ; $h = 6{,}62 \times 10^{-34}$ J · s ; $c = 3{,}00 \times 10^{8}$ m · s^{-1} ; 1 eV $= 1{,}60 \times 10^{-19}$ J

L'énergie du photon émis est égale à l'écart entre les deux niveaux : $\Delta E = \dfrac{h\,c}{\lambda}$, donc $\lambda = \dfrac{h\,c}{\Delta E}$.

$$\Delta E = 6{,}62 \times 10^{5} \times 1{,}60 \times 10^{-19} = 1{,}06 \times 10^{-13}\ \text{J}$$

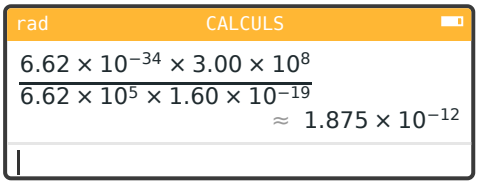
$$\lambda = \frac{6{,}62 \times 10^{-34} \times 3{,}00 \times 10^{8}}{6{,}62 \times 10^{5} \times 1{,}60 \times 10^{-19}} = 1{,}88 \times 10^{-12}\ \text{m}$$

$\Delta E = \dfrac{h\,c}{\lambda}$ et $\lambda = 1{,}88 \times 10^{-12}$ m

PIÈGE
Laisser ΔE en électronvolts : avec h en J·s, l'énergie doit être convertie en joules.

COMPRENDRE
Environ un picomètre : c'est bien plus court que les longueurs d'onde du visible (400 à 800 nm), ce qui situe ce rayonnement dans le domaine gamma.

À LA CALCULATRICE



2.2 Donner la loi de décroissance radioactive en explicitant chaque terme.

$N(t) = N_0\, e^{-\lambda t}$

où $N(t)$ est le nombre de noyaux radioactifs encore présents à la date t, N_0 leur nombre à la date $t = 0$, et λ la constante radioactive du noyau (en s^{-1} si t est en s).

PIÈGE
Dans cet exercice, la lettre λ désigne deux grandeurs : la longueur d'onde (question 2.1.2) puis la constante radioactive. Préciser laquelle on utilise.

2.3 Définir le terme « temps de demi-vie ».

Le temps de demi-vie $t_{1/2}$ est la durée au bout de laquelle la moitié des noyaux radioactifs initialement présents dans l'échantillon se sont désintégrés : $N(t_{1/2}) = \dfrac{N_0}{2}$.

COMPRENDRE
Pour le césium 137, $t_{1/2} = 30$ ans : il en reste la moitié après 30 ans, le quart après 60 ans. L'activité est divisée de la même façon.

2.4 En déduire la relation entre l'activité $A(t)$, le nombre de noyaux $N(t)$ et la constante radioactive $\lambda(\text{Cs})$ du césium 137.

Données utiles $A(t) = \left|\dfrac{\mathrm{d}N(t)}{\mathrm{d}t}\right|$

On dérive $N(t) = N_0\, e^{-\lambda t}$: $\dfrac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t} = -\lambda\, N_0\, e^{-\lambda t} = -\lambda\, N(t)$

Comme λ et $N(t)$ sont positifs, la valeur absolue donne :

$A(t) = \lambda(\text{Cs}) \times N(t)$

COMPRENDRE
L'activité est proportionnelle au nombre de noyaux présents : elle suit donc la même loi exponentielle, $A(t) = A_0\, e^{-\lambda t}$ avec $A_0 = \lambda N_0$. C'est ce qui sert à la question 2.6.

2.5 Calculer le nombre de noyaux de césium 137 présents, en 2010, dans un litre du vin analysé.

Données utiles $A(2010) = 278$ mBq par litre ; $t_{1/2} = 30$ ans ; $\lambda = \dfrac{\ln 2}{t_{1/2}}$

D'après 2.4 : $N = \dfrac{A}{\lambda} = \dfrac{A \times t_{1/2}}{\ln 2}$

Conversions : $A = 278 \times 10^{-3}$ Bq ; $t_{1/2} = 30 \times 365{,}25 \times 24 \times 3600 = 9{,}47 \times 10^{8}$ s.

$$N(2010) = \frac{278 \times 10^{-3} \times 9{,}47 \times 10^{8}}{\ln 2} = 3{,}8 \times 10^{8}$$

$N(2010) = 3{,}8 \times 10^{8}$ noyaux de césium 137 dans un litre de vin.

PIÈGE
Le becquerel est une désintégration par seconde : la demi-vie doit être en secondes et l'activité en Bq, pas en mBq.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme $t_{1/2} = 30$ ans. Quelques centaines de millions de noyaux, c'est infime : moins de 10^{-15} mol dans un litre.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$30 \times 365.25 \times 24 \times 3600 \approx 9.46728 \times 10^{8}$

$\dfrac{278 \times 10^{-3} \times 946\,728\,000}{\ln(2)} \approx 3.797035 \times 10^{8}$

2.6 En prenant l'an 2000 comme origine des dates, montrer que $A_0(2000) = \dfrac{A(2010)}{e^{-\frac{\ln 2}{3}}}$.

L'activité décroît exponentiellement : $A(t) = A_0\, e^{-\lambda t}$, avec $A_0 = A_0(2000)$ et $\lambda = \dfrac{\ln 2}{t_{1/2}}$.

En 2010, $t = 10$ ans et $t_{1/2} = 30$ ans, donc $\lambda\, t = \dfrac{\ln 2}{30} \times 10 = \dfrac{\ln 2}{3}$.

Ainsi $A(2010) = A_0(2000) \times e^{-\frac{\ln 2}{3}}$, d'où :

$A_0(2000) = \dfrac{A(2010)}{e^{-\frac{\ln 2}{3}}}$, qui est bien l'expression attendue.

MÉTHODE
Le produit λt est sans unité : en gardant t et $t_{1/2}$ tous deux en années, aucune conversion n'est nécessaire.

2.7 Calculer la valeur de $A_0(2000)$ pour un litre de ce vin.

Données utiles $A(2010) = 278$ mBq

$$A_0(2000) = \frac{278}{e^{-\frac{\ln 2}{3}}} = 350 \text{ mBq}$$

$A_0(2000) \approx 350$ mBq pour un litre de vin.

PIÈGE
Le résultat doit être supérieur à 278 mBq : on remonte dans le temps, l'activité était plus grande en 2000 qu'en 2010.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$\dfrac{278}{e^{\frac{-\ln(2)}{3}}} \approx 350.2581$

2.8 Utiliser la courbe du document 1 de l'annexe pour en déduire le ou les millésimes de ce vin. L'acheteur peut-il être rassuré sur l'authenticité du vin ?

Données utiles $A_0(2000) \approx 350$ mBq (2.7)

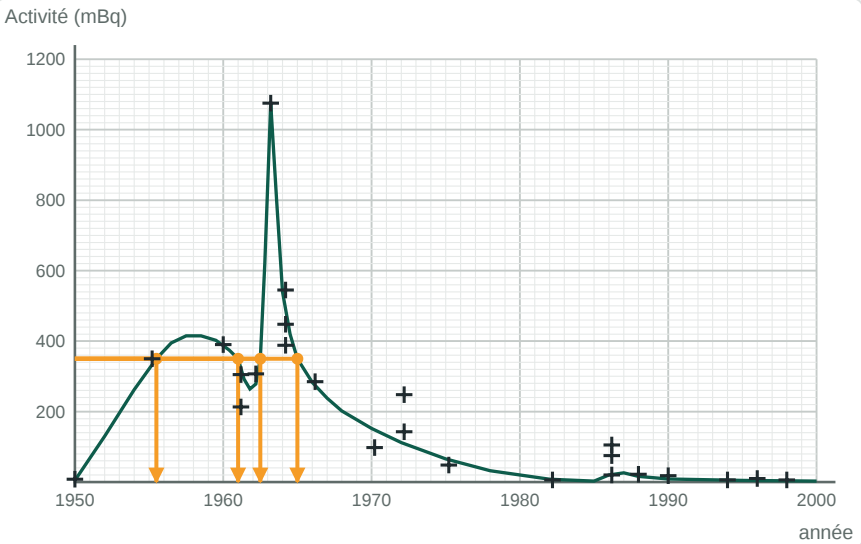
Le document 1 donne les activités mesurées en 2000 : on y trace l'horizontale d'ordonnée 350 mBq. Elle coupe la courbe en quatre points, d'abscisses voisines de 1955, 1961, 1962 et 1965.

Le millésime 1955 annoncé sur l'étiquette fait partie des valeurs possibles, mais trois autres années conviennent aussi.

Millésimes possibles : 1955, 1961, 1962 ou 1965. La mesure est compatible avec l'étiquette mais ne prouve pas que le vin date de 1955 : l'acheteur ne peut pas être totalement rassuré.

COMPRENDRE
On compare à $A_0(2000)$ et non à $A(2010)$ parce que les mesures du document ont été faites en 2000.

MÉTHODE
Une courbe qui monte puis redescend donne plusieurs antécédents pour une même ordonnée : relever toutes les intersections avant de conclure.



2.8 · Document 1 complété : l'horizontale à 350 mBq coupe la courbe vers 1955, 1961, 1962 et 1965

2.9 Pourquoi ne peut-on pas utiliser cette technique pour authentifier un vin trop jeune ou trop vieux (de 1920 par exemple) ?

Le césium 137 est artificiel : il a été dispersé dans l'environnement par les essais nucléaires atmosphériques de la période 1945-1980. Un vin de 1920 n'en contient donc pas.

Pour un vin récent, la courbe montre une activité presque nulle et quasi constante après 1990 : elle est trop faible pour être mesurée avec précision et ne permet pas de distinguer deux années.

Avant 1950 et après 1990 environ, l'activité en césium 137 est nulle ou trop faible : la méthode ne permet pas d'attribuer un millésime.

COMPRENDRE
Une activité nulle reste une information : elle montre que le vin est antérieur aux essais nucléaires, sans dire de quelle année il date.