Corrigé complet — Bac S 2011 Inde (Pondichéry) (ancien programme)

Physique-chimie, enseignement de spécialité **20 points** **3 h 30**

Ex 1	**Le chrome sous différentes formes** Électrolyse · Réaction acido-basique et constante d'équilibre · Titrage pH-métrique · Suivi par spectrophotométrie · Avancement et vitesse volumique de réaction	7 pts	1 h 31	17 questions	p. 2
Ex 2	**Le saut à l'élastique** Poussée d'Archimède · Analyse dimensionnelle · Deuxième loi de Newton · Chute avec frottement et vitesse limite · Méthode d'Euler · Oscillations amorties	5 pts	1 h 05	11 questions	p. 9
Ex 3	**Laser megajoule** Interactions fondamentales · Isotopes et radioactivité β^- · Loi de décroissance radioactive · Énergie d'un photon · Fusion nucléaire · Défaut de masse et énergie libérée	4 pts	52 min	13 questions	p. 13
Ex 4	**Spécialité : Bon ou mauvais tuyau?** Colonne d'air et modes propres · Hauteur d'un son · Période et fréquence · Spectre et harmoniques · Célérité du son · Exploitation d'une droite	4 pts	52 min	8 questions	p. 17

Comment s'en servir. Fais d'abord le sujet en temps limité, puis corrige-toi exercice par exercice. À gauche de chaque question, sur les carreaux : ce qu'il faut écrire sur ta copie. À droite : les pièges, ce qu'il faut comprendre et les méthodes.

Le chrome sous différentes formes

Bac S 2011 Inde (Pondichéry) (ancien programme) · Exercice 1 **7 points** **Durée conseillée 1 h 31**

1.1 Écrire les équations des réactions aux électrodes. Indiquer sur quelle électrode a lieu l'oxydation.

Données utiles couples $H^+(aq) / H_2(g)$ et $CrO_4^{2-}(aq) / Cr(s)$

Électrode de chrome : le métal est transformé en ion chromate, il cède des électrons (oxydation).

$$Cr(s) + 4\,H_2O(l) = CrO_4^{2-}(aq) + 8\,H^+(aq) + 6\,e^-$$

Électrode inerte : les ions H^+ captent des électrons (réduction).

$$2\,H^+(aq) + 2\,e^- = H_2(g)$$

L'oxydation a lieu sur l'électrode de chrome : c'est l'**anode**.
L'électrode inerte est la cathode.

PIÈGE
Écrire la demi-équation du chrome dans le sens de la réduction. Ici le chrome métallique est le réactif : les électrons sont du côté des produits.

MÉTHODE
Demi-équation en milieu acide : équilibrer l'élément principal, puis l'oxygène avec H_2O, l'hydrogène avec H^+, enfin les charges avec les électrons.

1.2 Faire un schéma légendé du circuit comportant l'électrolyseur : anode, cathode, sens des électrons, sens du courant, générateur idéal de tension, voltmètre, ampèremètre, chrome métallique.

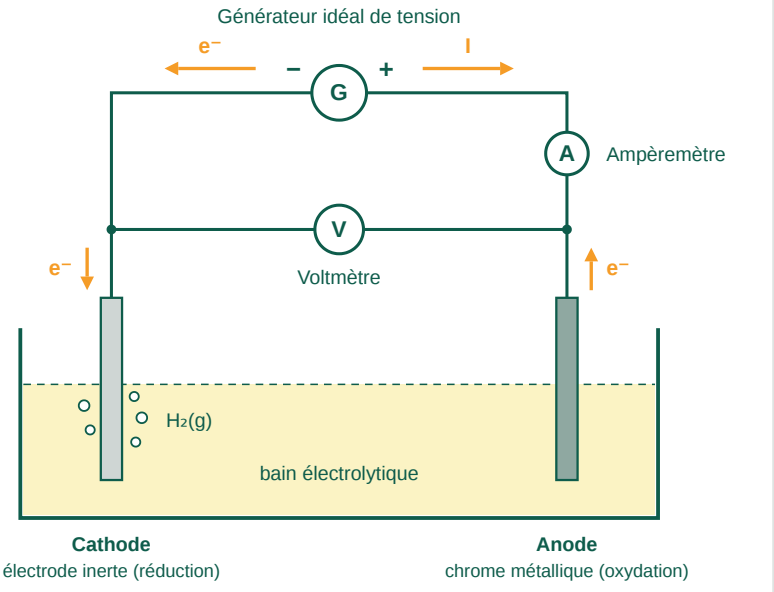
L'anode (chrome) cède des électrons au circuit : elle est reliée à la borne $+$ du générateur. La cathode (électrode inerte) reçoit les électrons venant de la borne $-$.

Le courant circule dans le sens opposé à celui des électrons : il sort du générateur par la borne $+$ et entre dans l'électrolyseur par l'anode.

L'ampèremètre est en série, le voltmètre en dérivation aux bornes de l'électrolyseur.

Voir le schéma : électrons de l'anode vers la borne $+$ et de la borne $-$ vers la cathode ; courant en sens inverse.

COMPRENDRE
Dans une électrolyse, le générateur impose le sens du courant : la transformation est forcée. L'anode reste l'électrode où se produit l'oxydation, mais elle est reliée à la borne $+$, contrairement à une pile.



1.2 · Circuit de l'électrolyse : le chrome est relié à la borne + du générateur

1.3 Montrer que l'équation de la réaction modélisant l'électrolyse s'écrit $\mathrm{Cr\,(s) + 4\,H_2O\,(l) = CrO_4^{2-}\,(aq) + 2\,H^+\,(aq) + 3\,H_2\,(g)}$.

L'oxydation libère 6 électrons, la réduction en consomme 2 : on multiplie la réduction par 3 puis on additionne.

$$\mathrm{Cr\,(s) + 4\,H_2O\,(l) + 6\,H^+\,(aq) = CrO_4^{2-}\,(aq) + 8\,H^+\,(aq) + 3\,H_2\,(g)}$$

On retire 6 $\mathrm{H^+}$ de chaque côté :

$$\boxed{\mathrm{Cr\,(s) + 4\,H_2O\,(l) = CrO_4^{2-}\,(aq) + 2\,H^+\,(aq) + 3\,H_2\,(g)}}$$

PIÈGE
Laisser des électrons ou des ions $\mathrm{H^+}$ des deux côtés dans l'équation finale.

1.4 Comment identifier expérimentalement le dihydrogène qui se dégage ?

On recueille le gaz dans un tube à essai et on approche une flamme de l'ouverture.

Une légère détonation (un « aboiement ») caractérise le dihydrogène.

1.5 Calculer la concentration molaire en ions chromate de la solution S_1 obtenue après l'électrolyse.

Données utiles $I = 4{,}0$ A ; $\Delta t = 2{,}5$ h ; $V = 500$ mL ; $F = 96\,500$ C · mol^{-1}

Charge électrique qui a circulé : $Q = I\,\Delta t = n(\mathrm{e^-})\,F$, avec $\Delta t = 2{,}5 \times 3600 = 9{,}0 \times 10^3$ s.

D'après la demi-équation d'oxydation, 6 électrons circulent pour un ion chromate formé : $n(\mathrm{CrO_4^{2-}}) = \dfrac{n(\mathrm{e^-})}{6} = \dfrac{I\,\Delta t}{6\,F}$.

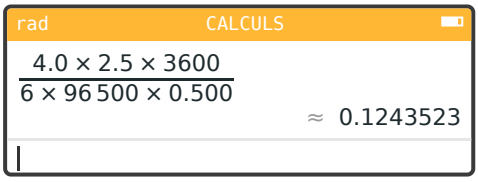
$$[\mathrm{CrO_4^{2-}}] = \frac{I\,\Delta t}{6\,F\,V} = \frac{4{,}0 \times 9{,}0 \times 10^3}{6 \times 96\,500 \times 0{,}500}$$

$$\boxed{[\mathrm{CrO_4^{2-}}] = 0{,}12\ \mathrm{mol \cdot L^{-1}}}$$

PIÈGE
Laisser la durée en heures ou le volume en millilitres, ou oublier le facteur 6 entre les électrons et le chromate.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme I et Δt. On garde $0{,}124$ mol · L^{-1} en réserve pour la comparaison de la question 2.6.

À LA CALCULATRICE



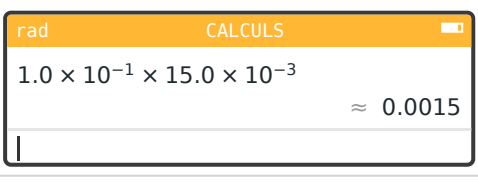
2.1 Calculer la quantité de matière n_a d'ions $\mathrm{H_3O^+}$ introduits.

Données utiles $V_a = 15{,}0$ mL ; $c_a = 1{,}0 \times 10^{-1}$ mol · L^{-1}

$$n_a = c_a\,V_a = 1{,}0 \times 10^{-1} \times 15{,}0 \times 10^{-3}$$

$$\boxed{n_a = 1{,}5 \times 10^{-3}\ \mathrm{mol}}$$

À LA CALCULATRICE



2.2 Quelle est la nature de la transformation lors du mélange de S_1 et S_a ? Écrire l'équation de la réaction, calculer sa constante d'équilibre à 25 °C et conclure.

Données utiles $\mathrm{p}K_{a1}(\mathrm{HCrO_4^-} / \mathrm{CrO_4^{2-}}) = 6{,}4$; $\mathrm{p}K_{a2}(\mathrm{H_3O^+} / \mathrm{H_2O}) = 0$

C'est une transformation **acido-basique** : la base $\mathrm{CrO_4^{2-}}$ capte un ion $\mathrm{H^+}$ cédé par l'acide $\mathrm{H_3O^+}$.

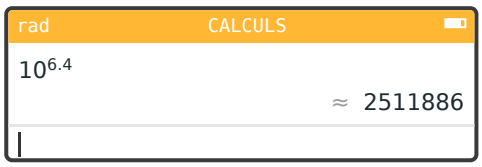
$$\mathrm{CrO_4^{2-}(aq) + H_3O^+(aq) = HCrO_4^-(aq) + H_2O(l)}$$

$$K = \frac{[\mathrm{HCrO_4^-}]_{\text{éq}}}{[\mathrm{CrO_4^{2-}}]_{\text{éq}}\,[\mathrm{H_3O^+}]_{\text{éq}}} = \frac{1}{K_{a1}} = 10^{\mathrm{p}K_{a1}} = 10^{6{,}4}$$

$K = 2{,}5 \times 10^6$: K est très supérieure à 10^4, la transformation peut être considérée comme totale.

MÉTHODE
Pour une réaction entre l'acide du couple 2 et la base du couple 1 : $K = \dfrac{K_{a2}}{K_{a1}} = 10^{\mathrm{p}K_{a1} - \mathrm{p}K_{a2}}$. Ici $\mathrm{p}K_{a2} = 0$.

À LA CALCULATRICE



2.3 Écrire l'équation de la réaction support du dosage des ions $\mathrm{H_3O^+}$ en excès par la solution d'hydroxyde de sodium.

Les ions $\mathrm{H_3O^+}$ restants réagissent avec les ions hydroxyde apportés par la soude.

$$\mathrm{H_3O^+(aq) + HO^-(aq) = 2\,H_2O(l)}$$

COMPRENDRE
Les ions $\mathrm{Na^+}$ et $\mathrm{Cl^-}$ sont spectateurs : ils ne figurent pas dans l'équation.

2.4 Déterminer, avec la construction nécessaire sur l'annexe n°1, le volume de soude versé à l'équivalence. En déduire la valeur de n_a^{ex}.

Données utiles $c_b = 4{,}0 \times 10^{-2}\ \mathrm{mol \cdot L^{-1}}$

Méthode des tangentes parallèles : on trace deux tangentes parallèles de part et d'autre du saut de pH, puis la parallèle équidistante ; elle coupe la courbe au point d'équivalence. On lit $V_{bE} = 8{,}8$ mL.

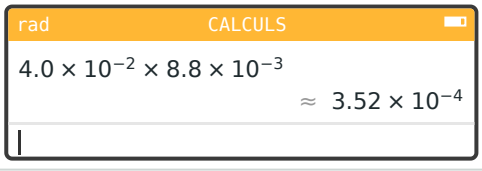
À l'équivalence, les ions $\mathrm{H_3O^+}$ en excès et les ions $\mathrm{HO^-}$ versés sont en proportions stœchiométriques : $n_a^{ex} = c_b\,V_{bE} = 4{,}0 \times 10^{-2} \times 8{,}8 \times 10^{-3}$

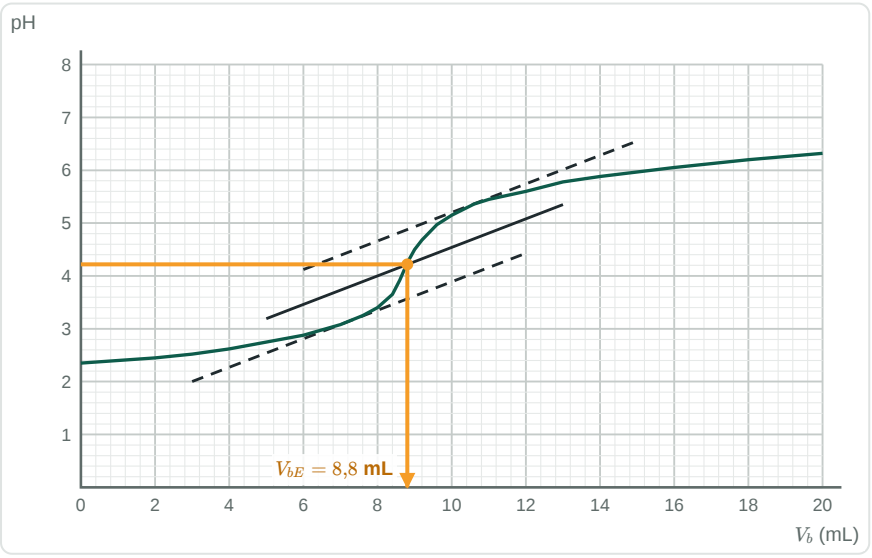
$V_{bE} = 8{,}8$ mL et $n_a^{ex} = 3{,}5 \times 10^{-4}$ mol

PIÈGE
Lire le volume au milieu de l'axe ou au point $\mathrm{pH} = 7$. Sans construction visible sur l'annexe, la lecture n'est pas justifiée.

COMPRENDRE
Le pH à l'équivalence vaut environ 4 et non 7 : la solution contient alors l'acide faible $\mathrm{HCrO_4^-}$. Au-delà, la soude réagit avec cet acide, d'où le palier vers $\mathrm{pH} \approx \mathrm{p}K_{a1}$.

À LA CALCULATRICE





2.4 · Annexe n°1 complétée : méthode des tangentes parallèles

2.5 Sachant que $n_1 = n_a - n_a^{ex}$, calculer n_1 et en déduire la concentration en ions chromate de la solution S_1.

Données utiles $n_a = 1{,}5 \times 10^{-3}$ mol (2.1) ; $n_a^{ex} = 3{,}5 \times 10^{-4}$ mol (2.4) ; $V_1 = 10{,}0$ mL

$$n_1 = n_a - n_a^{ex} = 1{,}5 \times 10^{-3} - 3{,}5 \times 10^{-4} = 1{,}15 \times 10^{-3} \text{ mol}$$

$$[{CrO_4}^{2-}] = \frac{n_1}{V_1} = \frac{1{,}15 \times 10^{-3}}{10{,}0 \times 10^{-3}} = 0{,}115 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

$n_1 \approx 1{,}1 \times 10^{-3}$ mol et $[{CrO_4}^{2-}] \approx 0{,}11 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$

PIÈGE
Diviser par le volume du mélange (25 mL) ou par V_{bE}. Les ions chromate dosés étaient contenus dans la prise d'essai $V_1 = 10{,}0$ mL.

COMPRENDRE
Chaque ion chromate a consommé un ion H_3O^+ (réaction totale de 2.2) : la quantité de chromate est donc la quantité d'acide disparue, $n_a - n_a^{ex}$.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$1.5 \times 10^{-3} - 4.0 \times 10^{-2} \times 8.8 \times 10^{-3}$ ≈ 0.001148

$\frac{1.148 \times 10^{-3}}{10.0 \times 10^{-3}}$ ≈ 0.1148

2.6 Confronter les concentrations en ions chromate obtenues par le titrage et par le bilan de l'électrolyse (1.5). Conclure.

Données utiles électrolyse : $0{,}124 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ (1.5) ; titrage : $0{,}115 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ (2.5)

Écart relatif : $\frac{0{,}124 - 0{,}115}{0{,}124} \approx 7\,\%$.

Les deux valeurs, $0{,}12$ et $0{,}11 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$, sont proches : l'écart est de l'ordre de la précision des mesures (données à deux chiffres significatifs, lecture graphique de V_{bE}).

Les deux méthodes concordent : la concentration en ions chromate de S_1 est d'environ $0{,}12 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$; le bilan d'électrolyse est validé par le titrage.

COMPRENDRE
Une lecture $V_{bE} = 8{,}7$ mL au lieu de $8{,}8$ mL suffit à modifier le dernier chiffre. Le titrage donne une valeur un peu plus faible : toute la charge n'a pas forcément servi à former du chromate.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$\frac{0.124 - 0.115}{0.124}$ ≈ 0.07258065

3.1 Calculer, à la date $t = 0$, la quantité de matière n_1^0 d'ions Y^{4-} et la quantité de matière n_2^0 d'ions Cr^{3+} introduites dans le mélange.

Données utiles $V_1 = 76{,}0$ mL ; $c_1 = 1{,}0 \times 10^{-1} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$; $V_2 = 4{,}0$ mL ; $c_2 = 6{,}0 \times 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$

$$n_1^0 = c_1 V_1 = 1{,}0 \times 10^{-1} \times 76{,}0 \times 10^{-3} = 7{,}6 \times 10^{-3} \text{ mol}$$

$$n_2^0 = c_2 V_2 = 6{,}0 \times 10^{-2} \times 4{,}0 \times 10^{-3} = 2{,}4 \times 10^{-4} \text{ mol}$$

$n_1^0 = 7{,}6 \times 10^{-3}$ mol et $n_2^0 = 2{,}4 \times 10^{-4}$ mol

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$1.0 \times 10^{-1} \times 76.0 \times 10^{-3}$
≈ 0.0076

$6.0 \times 10^{-2} \times 4.0 \times 10^{-3}$
$\approx 2.4 \times 10^{-4}$

3.2 Montrer que la quantité de matière n_2 d'ions Cr^{3+} et l'avancement x de la réaction sont liés par la relation $n_2 = n_2^0 - x$.

Tableau d'avancement de $Cr^{3+}(aq) + Y^{4-}(aq) = [CrY]^-(aq)$:

- état initial ($x = 0$) : n_2^0 mol de Cr^{3+}, n_1^0 mol de Y^{4-}, 0 mol de complexe ;
- en cours de transformation (avancement x) : $n_2^0 - x$ mol de Cr^{3+}, $n_1^0 - x$ mol de Y^{4-}, x mol de complexe.

Le nombre stœchiométrique de Cr^{3+} vaut 1 : quand l'avancement vaut x, il a disparu x mol de Cr^{3+}.

$n_2 = n_2^0 - x$

3.3 Calculer numériquement l'avancement maximal x_{max} de la complexation.

Données utiles $n_1^0 = 7{,}6 \times 10^{-3}$ mol ; $n_2^0 = 2{,}4 \times 10^{-4}$ mol (3.1)

Si Cr^{3+} est limitant : $n_2^0 - x_{max} = 0$, soit $x_{max} = 2{,}4 \times 10^{-4}$ mol.

Si Y^{4-} est limitant : $n_1^0 - x_{max} = 0$, soit $x_{max} = 7{,}6 \times 10^{-3}$ mol.

On retient la plus petite valeur : Cr^{3+} est le réactif limitant.

$x_{max} = n_2^0 = 2{,}4 \times 10^{-4}$ mol, soit 240 µmol

COMPRENDRE
L'E.D.T.A. est en large excès (environ 30 fois plus) : sa concentration ne varie presque pas pendant la transformation.

3.4 Exprimer l'avancement x en fonction de n_2^0, A_0, A_t et A_∞, puis compléter le tableau de l'annexe n°2.

Données utiles $n_2 = n_2^0 \dfrac{A_t - A_\infty}{A_0 - A_\infty}$; $A_0 = 0{,}033$; $A_\infty = 0{,}620$; $n_2^0 = 240$ µmol

$$x = n_2^0 - n_2 = n_2^0 \left(1 - \frac{A_t - A_\infty}{A_0 - A_\infty}\right) = n_2^0 \frac{A_0 - A_t}{A_0 - A_\infty}, \text{ soit}$$

$$x = n_2^0 \frac{A_t - A_0}{A_\infty - A_0}$$

Exemple à $t = 15$ min : $x = 240 \times \dfrac{0{,}100 - 0{,}033}{0{,}620 - 0{,}033} = 27$ µmol. On procède de même pour les autres dates (tableau complété).

$x = n_2^0 \dfrac{A_t - A_0}{A_\infty - A_0}$; valeurs en µmol : 0 ; 27 ; 36 ; 44 ; 52 ; 58 ; 64 ; 240

PIÈGE
Garder n_2^0 en mol alors que le tableau demande des micromoles : $2{,}4 \times 10^{-4}$ mol $= 240$ µmol.

MÉTHODE
Vérifier la formule aux deux extrémités : $A_t = A_0$ donne $x = 0$ et $A_t = A_\infty$ donne $x = n_2^0 = x_{max}$.

t en min	0	15	20	25	30	35	40	∞
x en µmol	0	27	36	44	52	58	64	240

3.4 · Annexe n°2 complétée

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$$\frac{240 \times (0.100 - 0.033)}{0.620 - 0.033} \approx 27.39353$$

$$\frac{240 \times (0.120 - 0.033)}{0.620 - 0.033} \approx 35.5707$$

$$\frac{240 \times (0.140 - 0.033)}{0.620 - 0.033} \approx 43.74787$$

$$\frac{240 \times (0.160 - 0.033)}{0.620 - 0.033} \approx 51.92504$$

$$\frac{240 \times (0.175 - 0.033)}{0.620 - 0.033} \approx 58.05792$$

$$\frac{240 \times (0.190 - 0.033)}{0.620 - 0.033} \approx 64.1908$$

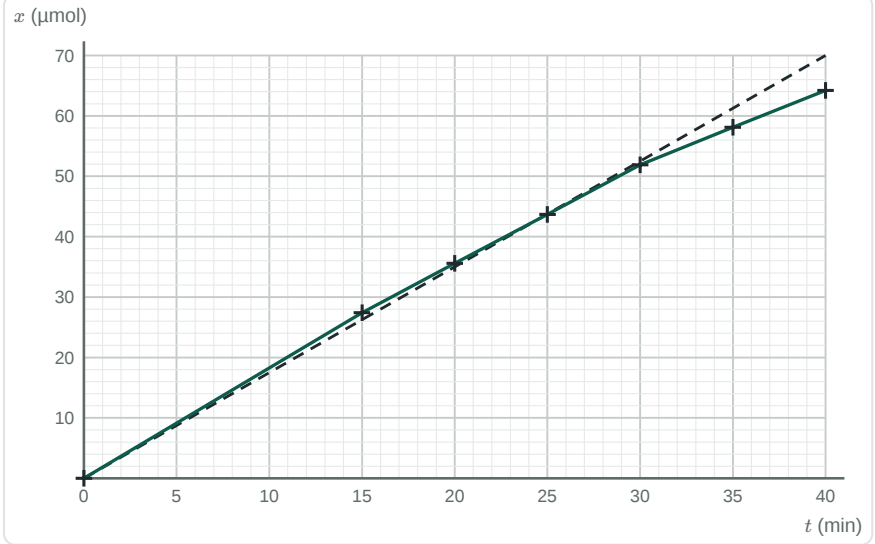
3.5 Tracer le graphique $x = f(t)$ pour $t \leqslant 40$ min (1 cm pour 5 min ; 1 cm pour 10 µmol).

Données utiles valeurs de x du tableau (3.4)

On place les sept points $(t\ ;\ x)$ pour t de 0 à 40 min (le point à $t = \infty$ n'est pas placé), puis on trace une courbe régulière passant au plus près des points, sans relier les points par des segments.

Voir le graphique : la courbe part de l'origine, croît régulièrement jusqu'à 30 min, puis s'infléchit légèrement.

PIÈGE
Oublier le nom des axes et les unités, ou ne pas respecter l'échelle imposée : sur la copie, l'axe des abscisses mesure 8 cm et celui des ordonnées 7 cm.



3.5 · Avancement x en fonction du temps (droite en tirets : passe par l'origine)

3.6 Rappeler la définition de la vitesse volumique de réaction. Comment évolue-t-elle dans l'intervalle $0 < t < 30$ min ?

La vitesse volumique de réaction est la dérivée de l'avancement par rapport au temps, divisée par le volume V du mélange réactionnel :

$$v = \frac{1}{V}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$$

$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$ est le coefficient directeur de la tangente à la courbe $x = f(t)$.
Entre 0 et 30 min, les points sont pratiquement alignés sur une droite passant par l'origine : ce coefficient directeur est constant, et $V = V_1 + V_2$ aussi.

Entre 0 et 30 min, la vitesse volumique de réaction est pratiquement constante.

COMPRENDRE
D'habitude la vitesse diminue car les réactifs s'épuisent. Ici, à 30 min, seulement 52 µmol sur 240 ont réagi et l'E.D.T.A. est en large excès : la diminution est encore peu visible.

COMPRENDRE
Comme $[[\mathrm{CrY}]^-] = \frac{x}{V}$, cette vitesse est aussi la vitesse volumique d'apparition du complexe, $\frac{\mathrm{d}[[\mathrm{CrY}]^-]}{\mathrm{d}t}$, forme utilisée aujourd'hui.

Le saut à l'élastique

Bac S 2011 Inde (Pondichéry) (ancien programme) · Exercice 2 **5 points** **Durée conseillée 1 h 05**

1.1 Montrer, en comparant sa valeur à celle du poids du système S, qu'il est légitime de négliger la poussée d'Archimède.

Données utiles $m = 84{,}0\ \text{kg}$; $V = 0{,}25\ \text{m}^3$; $\rho = 1{,}3\ \text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$; $g = 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$

La poussée d'Archimède a pour valeur le poids de l'air déplacé : $\Pi = \rho V g$.

$\Pi = 1{,}3 \times 0{,}25 \times 9{,}8 = 3{,}2\ \text{N}$

Poids du système : $P = m g = 84{,}0 \times 9{,}8 = 8{,}2 \times 10^2\ \text{N}$

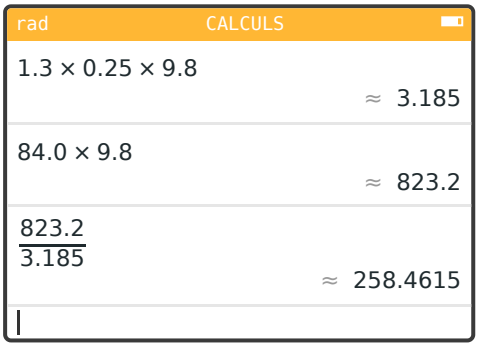
$\dfrac{P}{\Pi} = \dfrac{8{,}2 \times 10^2}{3{,}2} \approx 2{,}6 \times 10^2$

$\Pi = 3{,}2\ \text{N}$ est environ 260 fois plus petite que $P = 8{,}2 \times 10^2\ \text{N}$: la poussée d'Archimède est négligeable devant le poids.

PIÈGE
Utiliser la masse volumique du sauteur, ou sa masse, dans Π. La poussée d'Archimède fait intervenir le fluide déplacé : ici l'air, avec le volume V du système.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme ρ, V et g, les données les moins précises. Une comparaison se conclut par un rapport chiffré, pas seulement par « P est plus grand ».

À LA CALCULATRICE



1.2 À partir d'une analyse dimensionnelle, déterminer l'unité de la constante μ dans le Système international.

Données utiles $f = \mu v^2$

$\mu = \dfrac{f}{v^2}$

Une force est le produit d'une masse par une accélération : $[f] = \text{M}\cdot\text{L}\cdot\text{T}^{-2}$.

Une vitesse est une longueur divisée par une durée : $[v^2] = \text{L}^2\cdot\text{T}^{-2}$.

$$[\mu] = \frac{\text{M}\cdot\text{L}\cdot\text{T}^{-2}}{\text{L}^2\cdot\text{T}^{-2}} = \text{M}\cdot\text{L}^{-1}$$

μ s'exprime en $\text{kg}\cdot\text{m}^{-1}$.

PIÈGE
Répondre « $\text{N}\cdot\text{s}^2\cdot\text{m}^{-2}$ » sans aller plus loin : le newton n'est pas une unité de base, il faut le décomposer en $\text{kg}\cdot\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$.

MÉTHODE
Isoler la grandeur cherchée, remplacer chaque grandeur par sa dimension (M, L, T), simplifier, puis traduire en unités SI : M en kg, L en m, T en s.

1.3 Écrire, dans le référentiel terrestre supposé galiléen, la seconde loi de Newton appliquée au système S.

Système S {sauteur et équipement}, de masse m constante ; référentiel terrestre supposé galiléen.

Forces extérieures : le poids $\vec{P}$, vertical vers le bas ; la force de frottement $\vec{f}$, verticale vers le haut (opposée au mouvement). La poussée d'Archimède est négligée (1.1).

$\vec{P} + \vec{f} = m\vec{a}$

PIÈGE
Oublier le bilan des forces, ou y laisser la poussée d'Archimède alors que le sujet demande de la négliger dans toute la suite.

1.4 Que devient cette relation vectorielle projetée sur un axe vertical Ox orienté vers le bas ?

Sur l'axe Ox orienté vers le bas : $P_x = +P$ (poids dans le sens de l'axe) et $f_x = -f$ (frottement en sens contraire).

$$P - f = m\,a_x$$

COMPRENDRE
Le signe de chaque terme vient du sens de la force par rapport à l'axe. Avec un axe vers le bas, la chute donne $v_x > 0$ et le poids est compté positivement.

1.5 En déduire l'équation différentielle vérifiée par $v_x(t)$ et vérifier qu'elle est de la forme $\dfrac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t} + B\,v_x^2 = A$, où A et B sont deux constantes.

Avec $P = m\,g$, $f = \mu\,v^2 = \mu\,v_x^2$ (mouvement vertical : $v^2 = v_x^2$) et $a_x = \dfrac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}$:

$$m\,g - \mu\,v_x^2 = m\,\frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}$$

En divisant par m et en regroupant les termes en v_x à gauche :

$$\frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t} + \frac{\mu}{m}\,v_x^2 = g$$, de la forme attendue avec $A = g$ et $B = \dfrac{\mu}{m}$.

PIÈGE
Oublier de diviser par m : le coefficient de $\dfrac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}$ doit valoir 1 avant d'identifier A et B.

1.6 Avec quelles unités s'expriment A et B ? Déterminer A et B en fonction des données et vérifier que $B = 9{,}3 \times 10^{-3}$ unité SI.

Données utiles $A = g$ et $B = \dfrac{\mu}{m}$ (1.5) ; $\mu = 0{,}78\ \mathrm{kg \cdot m^{-1}}$ (1.2) ; $m = 84{,}0\ \mathrm{kg}$; $g = 9{,}8\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$

$A = g$: A est une accélération, en $\mathrm{m \cdot s^{-2}}$, et $A = 9{,}8\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$.

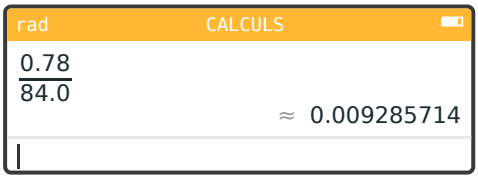
$B = \dfrac{\mu}{m}$: B s'exprime en $\dfrac{\mathrm{kg \cdot m^{-1}}}{\mathrm{kg}} = \mathrm{m^{-1}}$.

$$B = \frac{0{,}78}{84{,}0} = 9{,}3 \times 10^{-3}\ \mathrm{m^{-1}}$$

$A = g = 9{,}8\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$; $B = \dfrac{\mu}{m} = 9{,}3 \times 10^{-3}\ \mathrm{m^{-1}}$, valeur attendue.

COMPRENDRE
Contrôle d'homogénéité : $B\,v_x^2$ est en $\mathrm{m^{-1}} \times \mathrm{m^2 \cdot s^{-2}} = \mathrm{m \cdot s^{-2}}$, comme $\dfrac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}$ et comme A. Les trois termes de l'équation sont bien des accélérations.

À LA CALCULATRICE



1.7 En déduire l'expression de la vitesse limite v_{lim} en fonction de m, g et μ, puis calculer sa valeur.

Données utiles $m = 84{,}0\ \mathrm{kg}$; $g = 9{,}8\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$; $\mu = 0{,}78\ \mathrm{kg \cdot m^{-1}}$

Quand la vitesse limite est atteinte, $v_x = v_{\mathrm{lim}}$ est constante, donc $\dfrac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t} = 0$.

L'équation différentielle devient $\dfrac{\mu}{m}\,v_{\mathrm{lim}}^2 = g$, soit

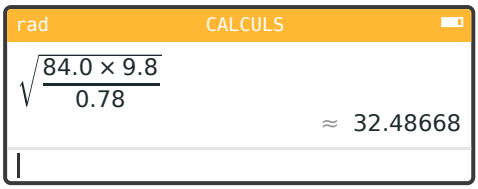
$$v_{\mathrm{lim}} = \sqrt{\frac{m\,g}{\mu}} = \sqrt{\frac{84{,}0 \times 9{,}8}{0{,}78}}$$

$$v_{\mathrm{lim}} = \sqrt{\frac{m\,g}{\mu}} = 32\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

PIÈGE
Oublier la racine carrée : le frottement est en v^2, pas en v. Sans racine, on trouve une valeur en $\mathrm{m^2 \cdot s^{-2}}$, qui n'est pas une vitesse.

COMPRENDRE
À la vitesse limite, le frottement compense exactement le poids : $\mu\,v_{\mathrm{lim}}^2 = m\,g$. La somme des forces est nulle et le mouvement devient rectiligne uniforme. Cela représente environ $117\ \mathrm{km \cdot h^{-1}}$.

À LA CALCULATRICE



1.8 L'équation différentielle est résolue par la méthode d'Euler (extrait de feuille de calcul). 1.8.1. Quel est le pas Δt utilisé ? 1.8.2. Déterminer par le calcul la vitesse $v_x(t = 0{,}80\ \text{s})$ absente du tableau.

Données utiles $v_x(0{,}60) = 5{,}85\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$; $A = 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$ et $B = 9{,}3 \times 10^{-3}\ \text{m}^{-1}$ (1.6)

1.8.1. Le pas est la durée qui sépare deux dates consécutives du tableau : $\Delta t = t_{i+1} - t_i = 0{,}20 - 0{,}00 = 0{,}20$ s.

1.8.2. D'après l'équation différentielle, à la date t_i : $\left(\frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}\right)_{t_i} = A - B\,v_x^2(t_i)$.

La relation d'Euler s'écrit donc, entre $0{,}60$ s et $0{,}80$ s :

$$v_x(0{,}80) = v_x(0{,}60) + \left[A - B\,v_x^2(0{,}60)\right]\Delta t$$

$$v_x(0{,}80) = 5{,}85 + \left(9{,}8 - 9{,}3 \times 10^{-3} \times 5{,}85^2\right) \times 0{,}20$$

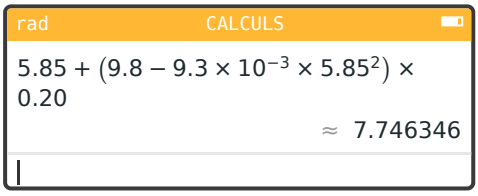
$\Delta t = 0{,}20$ s ; $v_x(0{,}80) = 7{,}75\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$

PIÈGE
Calculer l'accélération avec une autre vitesse que celle de la date précédente ($5{,}85\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$), ou oublier le carré sur v_x.

COMPRENDRE
Vérification : la valeur trouvée s'intercale bien entre $5{,}85$ et $9{,}60\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$, et les écarts successifs diminuent, car l'accélération décroît quand la vitesse augmente.

MÉTHODE
Un pas d'Euler : 1) calculer l'accélération à la date t_i avec l'équation différentielle ; 2) la multiplier par Δt ; 3) ajouter le résultat à $v_x(t_i)$.

À LA CALCULATRICE



2.1 Comment qualifie-t-on de telles oscillations ? Justifier. Calculer le temps caractéristique T associé aux oscillations et le nommer.

Données utiles 4 allers et retours en 40 s

Le sauteur oscille sans être entretenu par un apport extérieur, et le mouvement cesse au bout de 40 s : l'amplitude diminue au cours du temps à cause des frottements. Ce sont des oscillations **libres amorties** (régime pseudo-périodique).

Le temps caractéristique est la **pseudo-période** T, durée d'un aller et retour : $T = \frac{40}{4}$.

Oscillations libres amorties ; pseudo-période $T = 10$ s.

PIÈGE
Parler de « période » : le mouvement ne se reproduit pas identique à lui-même puisque l'amplitude décroît. Le terme attendu est pseudo-période.

2.2 Si on assimile l'élastique à un ressort de raideur k relié à une masse m, quelle est l'expression de la période propre T_0 des oscillations libres ?

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

COMPRENDRE
Contrôle par les unités : k en $\text{N}\cdot\text{m}^{-1} = \text{kg}\cdot\text{s}^{-2}$, donc $\frac{m}{k}$ est en s^2 et sa racine en secondes. Une masse plus grande ou un ressort plus souple allonge la période.

2.3 Calculer la valeur de T_0 et interpréter la différence observée entre les valeurs de T et T_0.

Données utiles $k = 38{,}0\ \text{N}\cdot\text{m}^{-1}$; $m = 84{,}0\ \text{kg}$; $T = 10\ \text{s}$ (2.1)

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{84{,}0}{38{,}0}} = 9{,}34\ \text{s}$$

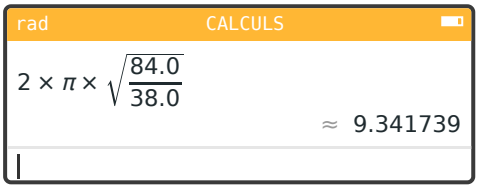
La pseudo-période mesurée, $T = 10$ s, est supérieure à la période propre T_0. La période propre correspond à un oscillateur sans frottement ; ici les frottements de l'air ne sont pas négligeables : ils amortissent le mouvement et allongent la durée de chaque oscillation.

$T_0 = 9{,}34\ \text{s} < T = 10\ \text{s}$: l'écart s'explique par l'amortissement dû aux frottements.

PIÈGE
Oublier le facteur 2π ou inverser le rapport en écrivant $\frac{k}{m}$: l'unité obtenue ne serait plus la seconde.

COMPRENDRE
Quand l'amortissement est faible, la pseudo-période est pratiquement égale à la période propre. Un écart de l'ordre de 7 % montre un amortissement notable, cohérent avec un mouvement qui s'arrête après seulement 4 oscillations.

À LA CALCULATRICE



Laser megajoule

Bac S 2011 Inde (Pondichéry) (ancien programme) · Exercice 3 **4 points** **Durée conseillée 52 min**

3.1 Donner la nature de l'interaction évoquée par « les noyaux de même charge électrique […] qui naturellement se repoussent ».

Les noyaux de deutérium et de tritium portent tous deux une charge positive : ils se repoussent sous l'effet de l'interaction électrique (force de Coulomb).

Il s'agit de l'**interaction électrostatique**, ici répulsive.

PIÈGE
Répondre « interaction gravitationnelle » : elle est toujours attractive et négligeable à l'échelle des noyaux.

3.2 Rappeler la nature de l'interaction assurant la cohésion du noyau.

Dans un noyau, les protons se repoussent. Une interaction attractive, de très courte portée, s'exerce entre tous les nucléons (protons et neutrons) et l'emporte sur cette répulsion.

La cohésion du noyau est assurée par l'**interaction forte**.

3.3.1 Qu'est-ce qu'un noyau radioactif ?

Un noyau radioactif est un noyau **instable** : il se désintègre **spontanément** en un autre noyau, en émettant une particule (et souvent un rayonnement γ).

COMPRENDRE
Le sujet annonce que le deutérium est radioactif : en réalité ce noyau est stable, seul le tritium se désintègre. Cela ne change rien aux réponses attendues.

3.3.2 Donner la composition des noyaux de deutérium et de tritium. Comment nomme-t-on de tels noyaux ?

Données utiles deutérium ${}^{2}_{1}\mathrm{H}$; tritium ${}^{3}_{1}\mathrm{H}$

Un noyau ${}^{A}_{Z}\mathrm{X}$ contient Z protons et $A-Z$ neutrons.

Deutérium ${}^{2}_{1}\mathrm{H}$: 1 proton et $2-1=1$ neutron.

Tritium ${}^{3}_{1}\mathrm{H}$: 1 proton et $3-1=2$ neutrons.

Même nombre de protons ($Z=1$), nombres de neutrons différents : ce sont des **isotopes** (de l'hydrogène).

PIÈGE
Lire A comme le nombre de neutrons : A compte tous les nucléons.

3.3.3 Le tritium est radioactif β^-. Écrire l'équation de sa désintégration en rappelant les lois de conservation utilisées.

Une désintégration β^- émet un électron ${}^{0}_{-1}\mathrm{e}$: ${}^{3}_{1}\mathrm{H} \longrightarrow {}^{A}_{Z}\mathrm{X} + {}^{0}_{-1}\mathrm{e}$

Conservation du nombre de nucléons : $3 = A + 0$, donc $A = 3$.

Conservation de la charge électrique : $1 = Z - 1$, donc $Z = 2$: c'est l'élément hélium.

${}^{3}_{1}\mathrm{H} \longrightarrow {}^{3}_{2}\mathrm{He} + {}^{0}_{-1}\mathrm{e}$

PIÈGE
Écrire l'électron ${}^{0}_{1}\mathrm{e}$: ce serait un positon, donc une désintégration β^+.

COMPRENDRE
Dans le noyau, un neutron s'est transformé en proton : Z augmente de 1, A ne change pas. Un antineutrino est aussi émis ; il ne modifie ni A ni Z.

3.4 Le tritium a une demi-vie de 12 ans. Une source contient N noyaux à $t = 0$. Combien en contient-elle à $t = 6$ ans ?

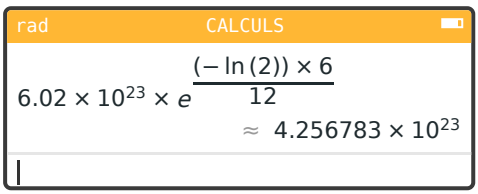
Données utiles $t_{1/2} = 12$ ans ; $N_0 = 6{,}02 \times 10^{23}$; $t = 6$ ans

Loi de décroissance radioactive : $N(t) = N_0\,\mathrm{e}^{-\lambda t}$ avec $\lambda = \dfrac{\ln 2}{t_{1/2}}$.

$$N(t) = N_0\,\mathrm{e}^{-\ln 2 \times \frac{t}{t_{1/2}}} = 6{,}02 \times 10^{23} \times \mathrm{e}^{-\ln 2 \times \frac{6}{12}}$$

$N(6\text{ ans}) = 4{,}3 \times 10^{23}$ noyaux

À LA CALCULATRICE



PIÈGE
Répondre « la moitié de la durée, donc un quart des noyaux en moins ». La décroissance est exponentielle, pas linéaire : il reste $N_0/\sqrt{2}$, soit 71 %, et non 75 %.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme la demi-vie (12 ans). Le rapport $t/t_{1/2}$ est sans unité : inutile de convertir les années en secondes.

3.5 À quel domaine des ondes électromagnétiques la radiation émise par les lasers appartient-elle ?

Données utiles $\lambda = 351$ nm

Le domaine visible s'étend, dans le vide, de 400 nm (violet) à 800 nm (rouge) environ. Ici $\lambda = 351\ \text{nm} < 400\ \text{nm}$.

La radiation appartient au domaine des **ultraviolets**.

3.6 Exprimer puis calculer la différence d'énergie ΔE de la transition à l'origine du rayonnement laser, en fonction de h, c et λ .

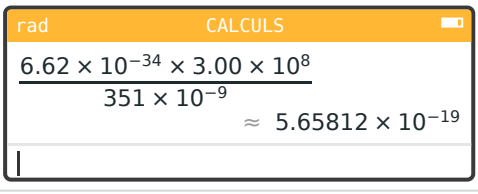
Données utiles $h = 6{,}62 \times 10^{-34}$ J·s ; $c = 3{,}00 \times 10^{8}\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$; $\lambda = 351$ nm

Le photon émis emporte l'énergie perdue lors de la transition : $\Delta E = h\,\nu$, avec $\nu = \dfrac{c}{\lambda}$.

$$\Delta E = \frac{h\,c}{\lambda} = \frac{6{,}62 \times 10^{-34} \times 3{,}00 \times 10^{8}}{351 \times 10^{-9}}$$

$\Delta E = 5{,}66 \times 10^{-19}$ J

À LA CALCULATRICE



PIÈGE
Laisser λ en nanomètres : il faut 351×10^{-9} m pour obtenir des joules.

COMPRENDRE
Le fonctionnement du laser (émission stimulée) n'est plus au programme de spécialité ; la relation $\Delta E = hc/\lambda$ entre transition et photon l'est toujours.

3.7 Écrire l'équation de la réaction de fusion mise en œuvre dans la micro-bille.

D'après le texte, un noyau de deutérium et un noyau de tritium s'unissent en un noyau d'hélium, avec libération d'un neutron.

$${}^{2}_{1}\mathrm{H} + {}^{3}_{1}\mathrm{H} \longrightarrow {}^{4}_{2}\mathrm{He} + {}^{1}_{0}\mathrm{n}$$

MÉTHODE
Vérifier les deux conservations : nucléons $2 + 3 = 4 + 1$; charge $1 + 1 = 2 + 0$.

3.8 Quelle masse M de tritium faut-il placer dans la micro-bille pour que les 0,40 mg de deutérium soient totalement consommés ?

Données utiles $m = 0{,}40$ mg ; $m(^2_1\mathrm{H}) = 2{,}01355$ u ; $m(^3_1\mathrm{H}) = 3{,}01355$ u

La fusion consomme un noyau de tritium pour un noyau de deutérium : il faut autant de noyaux de chaque sorte.

$$N(^3_1\mathrm{H}) = N(^2_1\mathrm{H}) \quad \text{soit} \quad \frac{M}{m(^3_1\mathrm{H})} = \frac{m}{m(^2_1\mathrm{H})}$$

$$M = m \times \frac{m(^3_1\mathrm{H})}{m(^2_1\mathrm{H})} = 0{,}40 \times \frac{3{,}01355}{2{,}01355}$$

$$\boxed{M = 0{,}60 \text{ mg}}$$

PIÈGE
Répondre $M = 0{,}40$ mg : ce sont les nombres de noyaux qui sont égaux, pas les masses, car un noyau de tritium est plus lourd.

MÉTHODE
Dans un rapport de masses, les unités se simplifient : on garde les masses des noyaux en u et le résultat sort dans l'unité de m.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$$\frac{0.40 \times 3.01355}{2.01355} \approx 0.5986541$$

3.9 Exprimer l'énergie libérée par cette fusion en fonction des masses des noyaux et particules mis en jeu. La calculer en joule et en MeV.

Données utiles masses en u : $^2_1\mathrm{H}$ 2,01355 ; $^3_1\mathrm{H}$ 3,01355 ; $^4_2\mathrm{He}$ 4,00150 ; neutron 1,00866 ; $1 \text{ u} = 1{,}66054 \times 10^{-27}$ kg ; $c = 3{,}00 \times 10^8$ m · s^{-1} ; $1 \text{ eV} = 1{,}60 \times 10^{-19}$ J

La masse des produits est inférieure à celle des réactifs ; la masse perdue est convertie en énergie :

$$E_{\text{lib}} = \left[m(^2_1\mathrm{H}) + m(^3_1\mathrm{H}) - m(^4_2\mathrm{He}) - m(^1_0\mathrm{n}) \right] c^2$$

Perte de masse : $2{,}01355 + 3{,}01355 - 4{,}00150 - 1{,}00866 = 0{,}01694$ u

$$E_{\text{lib}} = 0{,}01694 \times 1{,}66054 \times 10^{-27} \times (3{,}00 \times 10^8)^2 = 2{,}53 \times 10^{-12} \text{ J}$$

Comme $1 \text{ MeV} = 1{,}60 \times 10^{-13}$ J : $\quad E_{\text{lib}} = \dfrac{2{,}53 \times 10^{-12}}{1{,}60 \times 10^{-13}}$

$$\boxed{E_{\text{lib}} = 2{,}53 \times 10^{-12} \text{ J} = 15{,}8 \text{ MeV}}$$

PIÈGE
Arrondir les masses avant la soustraction : la perte de masse n'apparaît qu'à la troisième décimale. Convertir en kilogrammes avant de multiplier par c^2.

COMPRENDRE
Avec la convention « produits moins réactifs », on obtient $-2{,}53 \times 10^{-12}$ J : le signe moins indique que le système cède cette énergie. L'énergie libérée, reçue par l'extérieur, est positive.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$$2.01355 + 3.01355 - 4.00150 - 1.00866 \approx 0.01694$$

$$0.01694 \times 1.66054 \times 10^{-27} \times (3.00 \times 10^8)^2 \approx 2.531659 \times 10^{-12}$$

$$\frac{2.53 \times 10^{-12}}{1.60 \times 10^{-13}} \approx 15.8125$$

3.10 Calculer, en joule, l'énergie libérée par la fusion impliquant 0,40 mg de deutérium.

Données utiles $m = 0{,}40$ mg ; $m(^2_1\mathrm{H}) = 2{,}01355$ u ; 1 u $= 1{,}66054 \times 10^{-27}$ kg ; $E_{\text{lib}} = 2{,}53 \times 10^{-12}$ J (3.9)

Nombre de noyaux de deutérium dans $m = 0{,}40\ \text{mg} = 0{,}40 \times 10^{-6}$ kg :

$$N = \frac{m}{m(^2_1\mathrm{H})} = \frac{0{,}40 \times 10^{-6}}{2{,}01355 \times 1{,}66054 \times 10^{-27}} = 1{,}2 \times 10^{20}$$

Chaque noyau de deutérium consommé correspond à une fusion, qui libère E_{lib} :

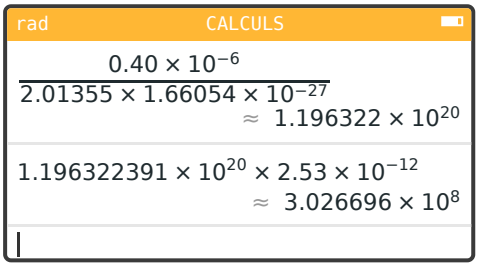
$$E = N \times E_{\text{lib}} = 1{,}2 \times 10^{20} \times 2{,}53 \times 10^{-12}$$

$$\boxed{E = 3{,}0 \times 10^{8}\ \text{J}}$$

PIÈGE
Convertir 0,40 mg en $0{,}40 \times 10^{-3}$ kg : un milligramme vaut 10^{-6} kg.

COMPRENDRE
Garder la valeur non arrondie de N dans la calculatrice pour le produit ; le résultat s'écrit avec deux chiffres significatifs, comme la masse 0,40 mg.

À LA CALCULATRICE



3.11 En tenant compte de l'énergie nécessaire au déclenchement de la fusion, justifier l'intérêt du procédé décrit dans le texte.

Données utiles énergie apportée par les lasers : 1,8 MJ ; $E = 3{,}0 \times 10^{8}$ J (3.10)

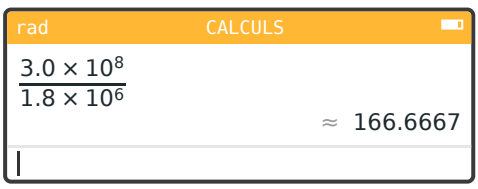
Les lasers fournissent $1{,}8\ \text{MJ} = 1{,}8 \times 10^{6}$ J pour déclencher la fusion, qui libère $3{,}0 \times 10^{8}$ J, soit 300 MJ.

$$\frac{E}{E_{\text{laser}}} = \frac{3{,}0 \times 10^{8}}{1{,}8 \times 10^{6}} \approx 1{,}7 \times 10^{2}$$

La fusion libère environ **170 fois plus** d'énergie que celle apportée par les lasers : le procédé est une source d'énergie très intéressante.

COMPRENDRE
Ce bilan suppose que tout le deutérium fusionne et ne compte que l'énergie des faisceaux, pas l'énergie électrique consommée pour les produire.

À LA CALCULATRICE



Spécialité : Bon ou mauvais tuyau?

Bac S 2011 Inde (Pondichéry) (ancien programme) · Exercice 4 **4 points** **Durée conseillée 52 min**

3.1 Nommer un autre métal très toxique, autrefois utilisé dans les thermomètres et désormais interdit à la vente.

Il s'agit du **mercure** (symbole Hg).

3.2 Près d'une conduite de chauffage mal isolée, la teneur de l'eau en plomb augmente fortement. Quel facteur influant sur la solubilité est mis en évidence ?

Le tuyau et l'eau qu'il contient sont chauffés par la conduite voisine, et l'eau dissout alors davantage de plomb.

Le facteur mis en évidence est la **température**.

3.3 Cocher les propositions exactes à propos de la colonne d'air du tuyau frappé à une extrémité, l'autre étant ouverte.

- **A** : après le coup bref donné par la main, plus rien n'entretient la vibration, la colonne d'air vibre librement.
- **C** : un choc excite en même temps plusieurs modes propres, le son obtenu n'est pas pur.
- **F** : dans l'air, les tranches d'air oscillent dans la direction de propagation, l'onde sonore est longitudinale.
- **G** : la fréquence du fondamental dépend de la longueur du tuyau, or les quatre longueurs sont différentes.

Propositions exactes : **A, C, F et G**.

PIÈGE
Cocher B parce que la main « force » l'air à vibrer. Une excitation forcée est entretenue pendant toute la durée du son (haut-parleur, souffle continu), ce qui n'est pas le cas d'un coup bref.

COMPRENDRE
Modes propres, harmoniques, hauteur et timbre faisaient partie de l'enseignement de spécialité de l'ancien bac S. Ces notions ne figurent plus au programme actuel de la spécialité.

3.4 À partir des oscillogrammes et des spectres, indiquer en justifiant la hauteur des notes émises par les tuyaux 1, 2, 3 et 4, puis compléter le tableau de l'annexe.

Données utiles oscillogrammes : 1 ms par graduation (tuyaux 1 et 2), 5 ms (tuyau 4) ; spectres : 0,2 kHz par graduation

La hauteur d'un son est la fréquence F_0 de son fondamental : $F_0 = \dfrac{1}{T_0}$, où T_0 est la période du signal ; c'est aussi l'abscisse de la première raie du spectre.

Tuyau 1 : 4 périodes durent 8,0 ms, donc $T_0 = 2{,}0 \times 10^{-3}$ s et $F_0 = \dfrac{1}{2{,}0 \times 10^{-3}} = 5{,}0 \times 10^{2}$ Hz.

Tuyau 2 : 5 périodes durent 12,0 ms, donc $T_0 = 2{,}4 \times 10^{-3}$ s et $F_0 = 4{,}2 \times 10^{2}$ Hz.

Tuyau 3 : la première raie du spectre est à 0,25 kHz, donc $F_0 = 2{,}5 \times 10^{2}$ Hz et $T_0 = \dfrac{1}{F_0} = 4{,}0 \times 10^{-3}$ s.

Tuyau 4 : 4 périodes durent 31 ms, donc $T_0 = 7{,}8 \times 10^{-3}$ s et $F_0 = 1{,}3 \times 10^{2}$ Hz, en accord avec la première raie du spectre (environ 0,13 kHz).

F_0 = $5{,}0 \times 10^{2}$ Hz ; $4{,}2 \times 10^{2}$ Hz ; $2{,}5 \times 10^{2}$ Hz ; $1{,}3 \times 10^{2}$ Hz pour les tuyaux 1 à 4.

COMPRENDRE
Une lecture graphique donne deux chiffres significatifs, pas davantage. Plus le tuyau est long, plus le son est grave : F_0 diminue quand L augmente.

MÉTHODE
Mesurer la durée de plusieurs périodes, entre deux maxima identiques éloignés, puis diviser : l'erreur de lecture est répartie sur toutes les périodes.

	Tube 1	Tube 2	Tube 3	Tube 4
L (cm)	16,6	22,1	33,2	66,4
$T_0 = 1/F_0$ (s)	$2{,}0 \times 10^{-3}$	$2{,}4 \times 10^{-3}$	$4{,}0 \times 10^{-3}$	$7{,}8 \times 10^{-3}$
F_0 (Hz)	$5{,}0 \times 10^{2}$	$4{,}2 \times 10^{2}$	$2{,}5 \times 10^{2}$	$1{,}3 \times 10^{2}$

3.4 · Annexe n° 3 complétée (valeurs lues en orange)

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$\frac{1}{2.0 \times 10^{-3}} \approx 500$

$\frac{1}{2.4 \times 10^{-3}} \approx 416.6667$

$\frac{1}{2.5 \times 10^{2}} \approx 0.004$

$\frac{1}{7.8 \times 10^{-3}} \approx 128.2051$

3.5.1 Rappeler la relation liant v, λ et F, où F est la fréquence du premier harmonique.

La longueur d'onde est la distance parcourue par l'onde pendant une période $T = \frac{1}{F}$, donc $\lambda = \frac{v}{F}$.

$v = \lambda F$ (avec v en $\mathrm{m \cdot s^{-1}}$, λ en m et F en Hz)

3.5.2 À partir du spectre du tuyau 3, donner la relation liant la fréquence F du premier harmonique à celle F_0 du fondamental.

Données utiles spectre du tuyau 3 : première raie à 0,25 kHz, deuxième raie à 0,75 kHz

Sur le spectre du tuyau 3, le fondamental est à $F_0 = 0{,}25$ kHz et la raie suivante à $F = 0{,}75$ kHz.

$\frac{F}{F_0} = \frac{0{,}75}{0{,}25} = 3{,}0$

$F = 3\,F_0$

COMPRENDRE
Aucune raie n'apparaît à $2F_0$: un tuyau fermé à un bout et ouvert à l'autre ne donne que les harmoniques de rang impair (F_0, $3F_0$, $5F_0$…).

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$\frac{0.75}{0.25} \approx 3$

3.5.3 En déduire la relation liant L et F_0, puis représenter L en fonction de $\frac{1}{F_0}$.

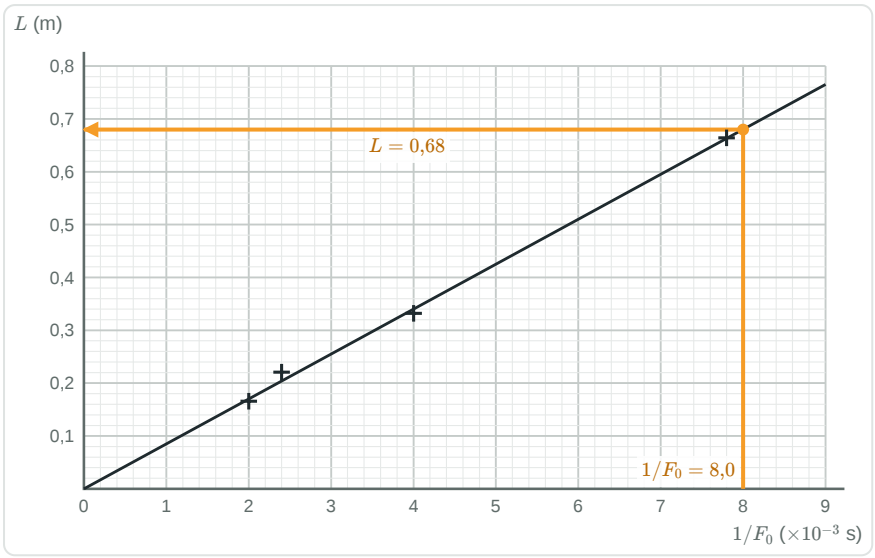
Données utiles $\lambda = \frac{4}{3}L$; $v = \lambda F$ (3.5.1) ; $F = 3F_0$ (3.5.2) ; L et $T_0 = \frac{1}{F_0}$ du tableau (3.4)

$v = \lambda\,F = \frac{4}{3}L \times 3F_0 = 4\,L\,F_0$

$L = \frac{v}{4\,F_0} = \frac{v}{4} \times \frac{1}{F_0}$

Graphique : on place les quatre points d'abscisse $\frac{1}{F_0} = T_0$ et d'ordonnée L (en m) : (2,0 ; 0,166), (2,4 ; 0,221), (4,0 ; 0,332) et (7,8 ; 0,664), les abscisses étant en 10^{-3} s. On trace la droite passant par l'origine et au plus près des points.

PIÈGE
Laisser L en centimètres. L'échelle imposée est en mètres, et la pente doit sortir en $\mathrm{m \cdot s^{-1}}$: 16,6 cm = 0,166 m.



3.5.3 · L en fonction de $1/F_0$: droite passant par l'origine, et point choisi pour la pente

3.5.4 Exploiter le graphique pour déterminer la célérité v des ondes sonores dans l'habitation. Justifier la méthode.

Données utiles $L = \frac{v}{4} \times \frac{1}{F_0}$ (3.5.3) ; point de la droite tracée : $\left(8{,}0 \times 10^{-3}\ \text{s} ; 0{,}68\ \text{m}\right)$

Les points sont alignés sur une droite passant par l'origine : L est proportionnelle à $\frac{1}{F_0}$, soit $L = k \times \frac{1}{F_0}$, où k est le coefficient directeur.

Par identification avec la relation de la question 3.5.3 : $k = \frac{v}{4}$, donc $v = 4k$.

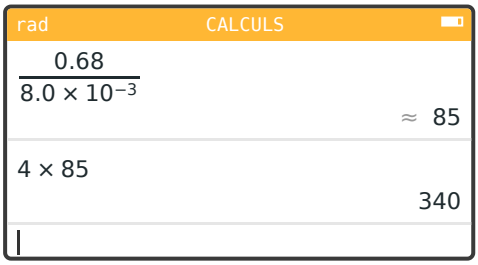
Avec l'origine et le point de la droite $\left(8{,}0 \times 10^{-3}\ \text{s} ; 0{,}68\ \text{m}\right)$:

$$k = \frac{0{,}68 - 0}{8{,}0 \times 10^{-3} - 0} = 85\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$v = 4 \times 85 = 340\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$

$$\boxed{v = 3{,}4 \times 10^{2}\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}}$$

À LA CALCULATRICE



PIÈGE

Calculer la pente avec un point du tableau. On prend un point de la droite tracée, le plus loin possible de l'origine : la droite moyenne compense les erreurs de lecture de chaque mesure.

COMPRENDRE

La valeur trouvée est cohérente avec la célérité du son dans l'air à température ambiante, voisine de $340\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$.