Détermination du rapport e/m pour l'électron

Bac S 2013 Antilles-Guyane (ancien programme) · Exercice 3 **5 points** **Durée conseillée 50 min**

1.1 Représenter sur l'annexe le vecteur champ électrostatique $\vec{E}$, à l'échelle 1,0 cm pour $5{,}0\ \text{kV}\cdot\text{m}^{-1}$.

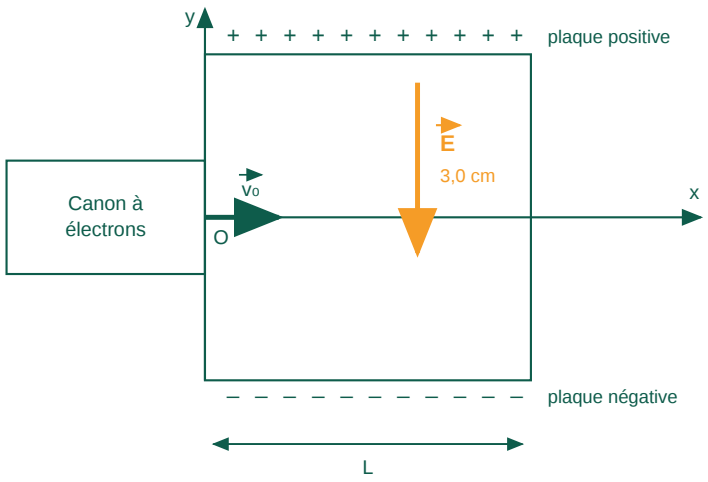
Données utiles $E = 15{,}0\ \text{kV}\cdot\text{m}^{-1}$

D'après le document 2, $\vec{E}$ est perpendiculaire aux plaques et dirigé de la plaque positive vers la plaque négative : il est vertical, orienté vers le bas.

Longueur du vecteur : $\dfrac{15{,}0}{5{,}0} \times 1{,}0 = 3{,}0\ \text{cm}$.

$\vec{E}$: flèche verticale de 3,0 cm, pointant vers la plaque négative (voir annexe).

PIÈGE
Orienter $\vec{E}$ vers la plaque positive, ou tracer une flèche sans respecter l'échelle : la longueur de 3,0 cm est notée.



1.1 · Annexe complétée : le champ électrostatique entre les plaques (échelle : 1,0 cm pour 5,0 kV·m⁻¹)

1.2 Le faisceau est dévié vers la plaque chargée positivement. Expliquer comment Thomson en a déduit que les électrons sont chargés négativement.

D'après le document 4, deux charges de signes opposés s'attirent et deux charges de même signe se repoussent.

Le faisceau se rapproche de la plaque positive et s'éloigne de la plaque négative : les électrons sont attirés par les charges positives et repoussés par les charges négatives.

Les électrons portent donc une charge de signe opposé à celui de la plaque qui les attire : une charge négative.

1.3 Donner la relation entre la force électrostatique $\vec{F}$ subie par un électron, la charge élémentaire e et le champ $\vec{E}$. Montrer que le sens de déviation du faisceau est cohérent avec le sens de $\vec{F}$.

D'après le document 3, $\vec{F} = q\,\vec{E}$ avec $q = -e$ pour un électron, donc $\vec{F} = -e\,\vec{E}$.

Comme $e > 0$, la force $\vec{F}$ a la même direction que $\vec{E}$ mais le sens opposé. Or $\vec{E}$ pointe vers la plaque négative (Q1.1) : $\vec{F}$ est donc verticale, dirigée vers la plaque positive.

$\vec{F} = -e\,\vec{E}$: la force est orientée vers la plaque positive, ce qui correspond bien au sens de la déviation observée.

COMPRENDRE
Le poids étant négligé, $\vec{F}$ est la seule force : c'est elle qui courbe la trajectoire. Une particule positive serait déviée dans le sens de $\vec{E}$, vers la plaque négative.

2.1 En appliquant la deuxième loi de Newton à l'électron, montrer que les coordonnées de son vecteur accélération sont $a_x = 0$ et $a_y = \dfrac{eE}{m}$.

Système {électron}, de masse m constante ; référentiel terrestre (du laboratoire) supposé galiléen.

Bilan des forces : la force électrostatique $\vec{F} = -e\,\vec{E}$; le poids est négligé.

Deuxième loi de Newton : $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\,\vec{a}$, soit $-e\,\vec{E} = m\,\vec{a}$, donc

$$\vec{a} = -\frac{e}{m}\,\vec{E}$$

Dans le repère $(O;\vec{i},\vec{j})$, le champ est vertical vers le bas : $\vec{E} = -E\,\vec{j}$, c'est-à-dire $E_x = 0$ et $E_y = -E$.

En projetant : $a_x = -\dfrac{e}{m} \times 0$ et $a_y = -\dfrac{e}{m} \times (-E)$.

$a_x = 0$ et $a_y = \dfrac{eE}{m}$

PIÈGE
Oublier le signe de E_y : E désigne la norme, positive, alors que la coordonnée du champ sur (Oy) vaut $-E$. Les deux signes « $-$ » se compensent.

COMPRENDRE
En 2013, cette loi s'énonçait avec la quantité de mouvement, $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = \dfrac{\mathrm{d}\vec{p}}{\mathrm{d}t}$, notion sortie du programme actuel de spécialité. À masse constante, elle redonne $m\,\vec{a}$.

MÉTHODE
Toujours dans cet ordre : système, référentiel galiléen, bilan des forces, loi vectorielle, puis projection sur chaque axe en soignant les signes.

2.2.1 À partir de l'équation de la trajectoire et de la déviation h en $x = L$, exprimer le rapport $\dfrac{e}{m}$ en fonction de E, L, h et v_0.

À la sortie des plaques, $x = L$ et $y = h$. L'équation de la trajectoire donne :

$$h = \frac{eE}{2\,m\,v_0^2}\,L^2$$

On isole $\dfrac{e}{m}$ en multipliant par $\dfrac{2\,v_0^2}{E\,L^2}$:

$$\frac{e}{m} = \frac{2\,h\,v_0^2}{E\,L^2}$$

2.2.2 Donner la valeur du rapport $\dfrac{e}{m}$.

Données utiles $v_0 = 2{,}27 \times 10^7\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$; $E = 15{,}0\ \text{kV}\cdot\text{m}^{-1}$; $L = 8{,}50$ cm ; $h = 1{,}85$ cm

Conversions : $E = 15{,}0 \times 10^3\ \text{V}\cdot\text{m}^{-1}$; $L = 8{,}50 \times 10^{-2}$ m ; $h = 1{,}85 \times 10^{-2}$ m.

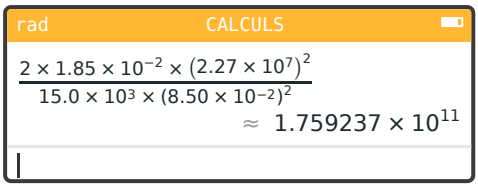
$$\frac{e}{m} = \frac{2 \times 1{,}85 \times 10^{-2} \times (2{,}27 \times 10^7)^2}{15{,}0 \times 10^3 \times (8{,}50 \times 10^{-2})^2}$$

$$\frac{e}{m} = 1{,}76 \times 10^{11}\ \text{C}\cdot\text{kg}^{-1}$$

PIÈGE
Laisser L et h en centimètres ou E en $\text{kV}\cdot\text{m}^{-1}$: le résultat est alors faux d'un facteur 10 ou 1000. Ne pas oublier non plus les carrés.

COMPRENDRE
Toutes les données ont trois chiffres significatifs : le résultat en garde trois. L'unité se lit sur le rapport lui-même : une charge divisée par une masse.

À LA CALCULATRICE



2.2.3 Calculer l'incertitude $U\left(\frac{e}{m}\right)$ avec la formule fournie, puis exprimer le résultat de $\frac{e}{m}$ avec cette incertitude.

Données utiles $v_0 = (2{,}27 \pm 0{,}02) \times 10^7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$; $E = (15{,}0 \pm 0{,}1) \text{ kV} \cdot \text{m}^{-1}$; $L = (8{,}50 \pm 0{,}05)$ cm ; $h = (1{,}85 \pm 0{,}05)$ cm ; $\frac{e}{m} = 1{,}76 \times 10^{11} \text{ C} \cdot \text{kg}^{-1}$ (Q2.2.2)

On applique la formule de l'énoncé avec $\frac{e}{m} = 1{,}76 \times 10^{11} \text{ C} \cdot \text{kg}^{-1}$.

Chaque rapport est sans unité : on peut garder les unités de l'énoncé.

Incertitudes relatives : $\frac{U(h)}{h} = \frac{0{,}05}{1{,}85}$; $\frac{U(E)}{E} = \frac{0{,}1}{15{,}0}$; $\frac{U(v_0)}{v_0} = \frac{0{,}02}{2{,}27}$; $\frac{U(L)}{L} = \frac{0{,}05}{8{,}50}$.

$$\sqrt{\left(\frac{0{,}05}{1{,}85}\right)^2 + \left(\frac{0{,}1}{15{,}0}\right)^2 + 4\left(\frac{0{,}02}{2{,}27}\right)^2 + 4\left(\frac{0{,}05}{8{,}50}\right)^2} = 0{,}0350$$

$$U\left(\frac{e}{m}\right) = 1{,}76 \times 10^{11} \times 0{,}0350 = 6{,}2 \times 10^9 \text{ C} \cdot \text{kg}^{-1}$$

On arrondit à un seul chiffre significatif : $U\left(\frac{e}{m}\right) = 6 \times 10^9 \text{ C} \cdot \text{kg}^{-1} = 0{,}06 \times 10^{11} \text{ C} \cdot \text{kg}^{-1}$.

$$\boxed{\frac{e}{m} = (1{,}76 \pm 0{,}06) \times 10^{11} \text{ C} \cdot \text{kg}^{-1}}$$

COMPRENDRE

La mesure de h pèse le plus : son incertitude relative (2,7 %) dépasse nettement les autres. L'intervalle obtenu, de $1{,}70 \times 10^{11}$ à $1{,}82 \times 10^{11} \text{ C} \cdot \text{kg}^{-1}$, mesure la précision de l'expérience.

MÉTHODE

L'incertitude s'écrit avec un seul chiffre significatif, puis la valeur s'arrête au même rang décimal : ici le centième, avec la même puissance de dix pour les deux.

À LA CALCULATRICE

