Le génie des physiciens et des chimistes au service de la mesure du temps

Bac S 2013 Centres étrangers (ancien programme) · Exercice 3 **5 points** **Durée conseillée 50 min**

1.1 Par une analyse dimensionnelle, choisir l'expression de la période propre, puis comparer la période du pendule de Galilée à celle du pendule réalisé et conclure.

Données utiles 1 coudée $= 0{,}573$ m ; fil de 4 coudées ; $g = 9{,}81\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$; document 3, fenêtre 1

Choix de l'expression. Une accélération est une longueur divisée par le carré d'une durée : $[g] = \text{L}\cdot\text{T}^{-2}$. Donc

$$\left[\sqrt{\frac{\ell}{g}}\right] = \left(\frac{\text{L}}{\text{L}\cdot\text{T}^{-2}}\right)^{1/2} = \text{T}$$

Les trois autres propositions ont pour dimensions $\text{L}^{1/2}$, T^{-1} et $\text{M}^{1/2}\cdot\text{L}^{-1/2}$: elles ne donnent pas une durée. On retient $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$.

Pendule de Galilée. $\ell = 4\times 0{,}573 = 2{,}292$ m, d'où

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{2{,}292}{9{,}81}} = 3{,}04\ \text{s}$$

Pendule réalisé. Sur la fenêtre 1, six pseudo-périodes séparent le premier maximum ($t \approx 1{,}0$ s) du septième ($t \approx 19{,}2$ s) :

$$T = \frac{19{,}2 - 1{,}0}{6} = 3{,}03\ \text{s} \approx 3{,}0\ \text{s}$$

L'amplitude reste égale à 400 mm : l'amortissement est faible, donc $T \approx T_0$.

Conclusion. Les deux périodes coïncident à la précision de la lecture graphique, et la masse (50 g de plomb) est la même. D'après Galilée lui-même, la masse n'influe d'ailleurs pas sur la période.

$T_0 = 3{,}04$ s et $T \approx 3{,}0$ s : le pendule réalisé a la longueur de celui de Galilée, il aurait pu être le sien.

PIÈGE
La masse ne figure pas dans la période d'un pendule simple : la proposition avec m est à écarter, et le texte de Galilée le confirme (plomb et liège oscillent au même rythme).

COMPRENDRE
Trois chiffres significatifs pour T_0, comme g et la coudée. La lecture graphique, elle, ne garantit guère mieux que le dixième de seconde.

MÉTHODE
Pour lire une période « de la manière la plus précise », mesurer la durée du plus grand nombre possible de périodes puis diviser : l'erreur de lecture est divisée d'autant.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$2 \times \pi \times \sqrt{\frac{4 \times 0.573}{9.81}} \approx 3.037055$

$\frac{19.2 - 1.0}{6} \approx 3.033333$

1.2.1 Déterminer sur le document 3 (fenêtre 1) la valeur de l'abscisse x_m, puis en déduire l'angle maximal α_m en degré.

Données utiles $\ell = 2{,}292$ m (1.1)

Sur la fenêtre 1, x oscille entre -400 mm et $+400$ mm : $x_m = 400\ \text{mm} = 0{,}400$ m.

Dans le triangle rectangle d'hypoténuse $OG = \ell$, le côté opposé à α_m est x_m :

$$\sin\alpha_m = \frac{x_m}{\ell} \qquad \alpha_m = \arcsin\left(\frac{0{,}400}{2{,}292}\right)$$

$x_m = 400$ mm et $\alpha_m = 10{,}1°$

PIÈGE
Convertir x_m en mètre avant de diviser par ℓ, et vérifier que la calculatrice est en mode degré.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$\frac{\arcsin\left(\frac{0.400}{2.292}\right) \times 180}{\pi} \approx 10.05073$

1.2.2 Calculer la vitesse maximale v_m atteinte par le centre d'inertie G.

Données utiles $m = 50$ g ; document 3, fenêtre 2 : $E_{c,\max} = 17{,}2$ mJ

La vitesse est maximale quand l'énergie cinétique l'est, au passage par la position d'équilibre ($x = 0$). On lit sur la fenêtre 2 : $E_{c,\max} = 17{,}2$ mJ (sommet juste sous la graduation 17,5).

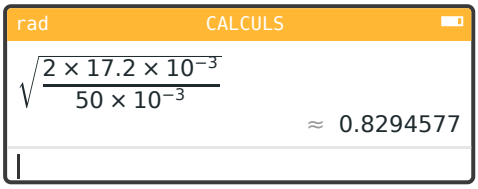
$$E_{c,\max} = \frac{1}{2} m v_m^2 \quad \text{donc} \quad v_m = \sqrt{\frac{2\,E_{c,\max}}{m}} = \sqrt{\frac{2 \times 17{,}2 \times 10^{-3}}{50 \times 10^{-3}}}$$

$$v_m = 0{,}83 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

PIÈGE
Énergie en joule et masse en kilogramme : laisser 17,2 mJ et 50 g tels quels fausse le résultat.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme la masse. On retrouve la même énergie par $m\,g\,\ell\,(1 - \cos\alpha_m)$: les deux fenêtres sont cohérentes.

À LA CALCULATRICE



1.2.3 Tracer sur le document 3 (fenêtre 2) les évolutions de l'énergie mécanique et de l'énergie potentielle de pesanteur en fonction de l'abscisse x.

Données utiles $E_{c,\max} = 17{,}2$ mJ (1.2.2) ; $x_m = 400$ mm (1.2.1)

L'amortissement est négligeable (amplitude constante sur la fenêtre 1) : l'énergie mécanique $E_m = E_c + E_p$ se conserve.

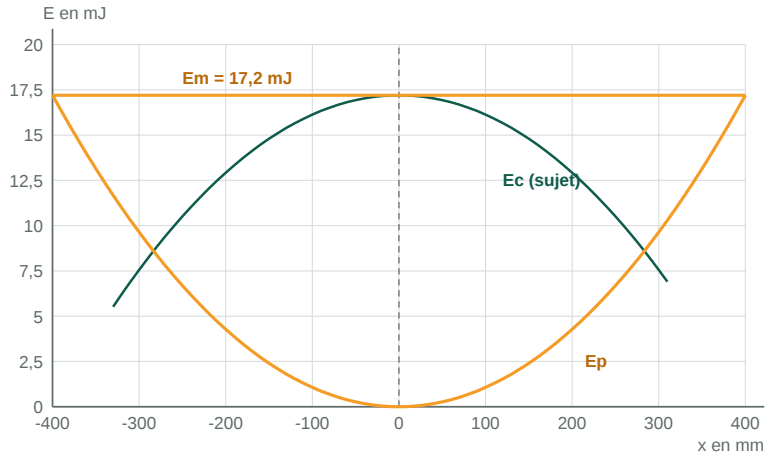
En $x = 0$, G est en G_0, origine des altitudes : $E_p = m\,g\,z = 0$, donc $E_m = E_{c,\max} = 17{,}2$ mJ. La courbe de E_m est un segment horizontal.

L'énergie potentielle s'en déduit point par point : $E_p = E_m - E_c$. Elle est nulle en $x = 0$ et vaut 17,2 mJ en $x = \pm 400$ mm, où la vitesse s'annule. Sa courbe est la symétrique de celle de E_c par rapport à l'horizontale $\dfrac{E_m}{2} = 8{,}6$ mJ.

$E_m = 17{,}2$ mJ (droite horizontale) et $E_p = E_m - E_c$ (courbe en cuvette, nulle en $x = 0$)

PIÈGE
Les courbes de E_m et E_p se prolongent jusqu'à $x = \pm 400$ mm, même si la courbe de E_c fournie s'arrête avant.

MÉTHODE
Pour tracer E_p, reporter quelques points : en $x = \pm 200$ mm, $E_c \approx 13$ mJ donc $E_p \approx 4$ mJ ; en $x = \pm 300$ mm, $E_c \approx 7{,}5$ mJ donc $E_p \approx 9{,}7$ mJ.



1.2.3 · Document 3, fenêtre 2 complétée : E_m et E_p tracées en orange

2.1 Quelle est la période de retournement de la molécule d'ammoniac ?

Données utiles 24 milliards d'allers-retours par seconde

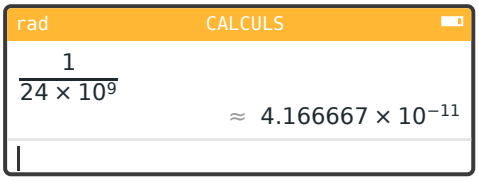
Le nombre d'allers-retours par seconde est la fréquence : $f = 24 \times 10^9$ Hz.

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{24 \times 10^9}$$

$T = 4{,}2 \times 10^{-11}$ s, soit 42 ps

PIÈGE
Un milliard vaut 10^9, pas 10^6.

À LA CALCULATRICE



2.2 Écrire la formule de Lewis de la molécule d'ammoniac et proposer une représentation de Cram de la molécule.

Données utiles N ($Z = 7$) ; H ($Z = 1$)

Azote : $Z = 7$, configuration $1s^2\,2s^2\,2p^3$ (soit $(K)^2(L)^5$), donc 5 électrons de valence. Il lui en manque 3 pour atteindre l'octet : il forme 3 liaisons covalentes et garde 1 doublet non liant.

Hydrogène : $Z = 1$, 1 électron de valence, il forme 1 liaison (règle du duet).

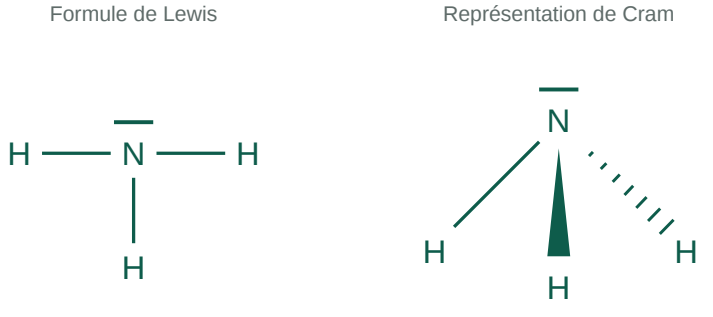
Vérification : $5 + 3 \times 1 = 8$ électrons de valence, soit 4 doublets : 3 liants et 1 non liant.

Les quatre doublets autour de l'azote se repoussent et s'orientent vers les sommets d'un tétraèdre : la molécule est pyramidale, l'azote au sommet, comme le parapluie du texte.

NH_3 : trois liaisons $N-H$ et un doublet non liant sur N ; géométrie pyramidale à base triangulaire.

PIÈGE
Oublier le doublet non liant de l'azote : c'est lui qui rend la molécule pyramidale et non plane, et qui explique son caractère basique.

COMPRENDRE
La représentation de Cram n'est plus exigible dans le programme actuel de spécialité ; le schéma de Lewis et la géométrie pyramidale de NH_3, eux, restent à connaître.



2.2 · Ammoniac : formule de Lewis et représentation de Cram (pyramide à base triangulaire)

2.3 Recopier l'équation $NH_3 + H^+ \rightleftharpoons NH_4^+$ et expliquer la formation de l'ion ammonium.

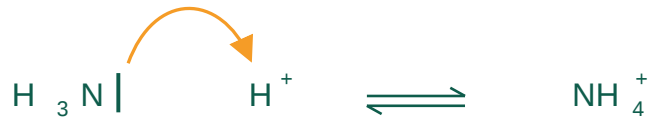
$$NH_3 + H^+ \rightleftharpoons NH_4^+$$

L'atome d'azote de l'ammoniac porte un doublet non liant : c'est un site donneur de doublet d'électrons. L'ion H^+ n'a aucun électron et porte une charge positive : c'est un site accepteur.

Le doublet non liant de l'azote est mis en commun avec H^+ : une quatrième liaison covalente $N-H$ se forme. On le représente par une flèche courbe partant du doublet et pointant vers H^+.

NH_3 capte un ion H^+ grâce au doublet non liant de l'azote : c'est une base de Brønsted, et NH_4^+ est son acide conjugué.

PIÈGE
La flèche courbe représente le déplacement d'un doublet d'électrons : elle part du doublet de N (site donneur) et arrive sur H^+, jamais l'inverse.



2.3 · Le doublet non liant de l'azote attaque l'ion H^+

2.4 Parmi quatre propositions sur l'ion ammonium, une seule est vraie : justifier que les trois autres sont fausses.

Données utiles $K_A(NH_4^+/NH_3) = 5{,}6 \times 10^{-10}$ à 25 °C

Proposition 1 : fausse. $pK_A = -\log K_A = -\log(5{,}6 \times 10^{-10}) = 9{,}3$, et non 10,2.

Proposition 2 : vraie. L'acide NH_4^+ cède un ion H^+ à l'eau, base du couple H_3O^+/H_2O : $NH_4^+(aq) + H_2O(l) \rightleftharpoons NH_3(aq) + H_3O^+(aq)$.

Proposition 3 : fausse. La constante de cette réaction est $K_A = 5{,}6 \times 10^{-10}$, très inférieure à 1 : la transformation est très limitée. NH_4^+ est un acide faible, très peu dissocié dans l'eau, d'où la double flèche.

Proposition 4 : fausse. À $pH = 8$, on a $pH < pK_A = 9{,}3$: c'est la forme acide NH_4^+ qui prédomine, et non NH_3.

Seule la proposition 2 est vraie ; $pK_A = 9{,}3$; acide faible ; NH_4^+ prédomine à $pH = 8$.

COMPRENDRE
De $pH = pK_A + \log\dfrac{[NH_3]}{[NH_4^+]}$ on tire, à $pH = 8$, un rapport $10^{-1,3} \approx 0{,}05$: il y a environ vingt fois plus de NH_4^+ que de NH_3.

MÉTHODE
Diagramme de prédominance : pour $pH < pK_A$ l'acide prédomine, pour $pH > pK_A$ c'est la base. Tracer l'axe des pH avec la frontière à 9,3 évite toute inversion.

À LA CALCULATRICE

