La télémétrie LASER

Bac S 2013 Centres étrangers (ancien programme) · Exercice 1 **7 points** **Durée conseillée 1 h 10**

1.1 Montrer, avec la relation $c = \lambda \cdot \nu$, que doubler la fréquence divise par deux la longueur d'onde émise initialement par le laser.

Données utiles $\lambda_1 = 1064$ nm (radiation initiale) ; $\lambda = 532$ nm (en sortie)

La célérité c de la lumière dans le vide est une constante. Pour la radiation initiale : $\lambda_1 = \dfrac{c}{\nu_1}$.

Après doublage, la fréquence vaut $\nu_2 = 2\,\nu_1$, d'où :

$$\lambda_2 = \frac{c}{\nu_2} = \frac{c}{2\,\nu_1} = \frac{\lambda_1}{2}$$

Vérification avec le document 1 : $\dfrac{1064}{2} = 532$ nm.

$\lambda_2 = \dfrac{\lambda_1}{2}$: la longueur d'onde passe de 1064 nm à 532 nm.

COMPRENDRE
À c fixée, λ et ν sont inversement proportionnelles. La radiation passe ainsi de l'infrarouge (1064 nm) au visible (532 nm, vert).

1.2.1 Indiquer une propriété particulière du laser pulsé.

Un laser pulsé n'émet pas en continu : il délivre son énergie par impulsions extrêmement brèves (20 ps ici).

L'énergie lumineuse est concentrée dans le temps.

COMPRENDRE
Tout laser est aussi monochromatique, directif et concentre l'énergie dans l'espace ; la concentration dans le temps est propre au laser pulsé. Le laser ne figure plus au programme actuel de spécialité.

1.2.2 Justifier l'affirmation : le laser émet des impulsions de puissance instantanée fantastique.

Données utiles $E = 200$ mJ ; durée d'une impulsion $\Delta t = 20$ ps ; $p = \dfrac{E}{\Delta t}$

$$p = \frac{E}{\Delta t} = \frac{200 \times 10^{-3}}{20 \times 10^{-12}} = 1{,}0 \times 10^{10}\ \text{W}$$

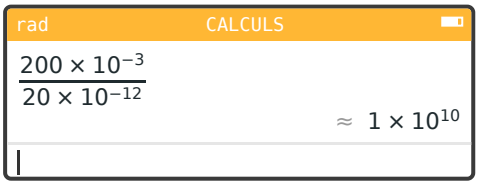
Cette puissance, 10 GW, est de l'ordre de celle de plusieurs réacteurs nucléaires (environ 1 GW chacun), mais elle n'est délivrée que pendant 20 ps.

$p = 1{,}0 \times 10^{10}$ W $= 10$ GW : la puissance instantanée est bien considérable.

PIÈGE
Confondre la durée de l'impulsion (20 ps, document 1) avec la précision de l'horloge ($\Delta t = 1$ ps, document 2), notée par le même symbole. Convertir : 1 mJ $= 10^{-3}$ J, 1 ps $= 10^{-12}$ s.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme la durée 20 ps. L'énergie reste modeste ($0{,}2$ J) : c'est la brièveté de l'impulsion qui rend la puissance énorme.

À LA CALCULATRICE



1.3 Estimer, à l'aide d'ordres de grandeur, le nombre de photons émis à chaque impulsion en direction de la Lune.

Données utiles $E = 200$ mJ ; $\lambda = 532$ nm ; $h = 6{,}63 \times 10^{-34}$ J · s ; $c \approx 3 \times 10^{8}$ m · s^{-1} ; $e = h \cdot \dfrac{c}{\lambda}$

L'énergie d'une impulsion est celle de N photons d'énergie e : $E = N \cdot e$, donc

$$N = \frac{E}{e} = \frac{E \cdot \lambda}{h \cdot c}$$

Ordres de grandeur : $E \sim 10^{-1}$ J ; $\lambda \sim 10^{-6}$ m ; $h \sim 10^{-33}$ J · s ; $c \sim 10^{8}$ m · s^{-1}.

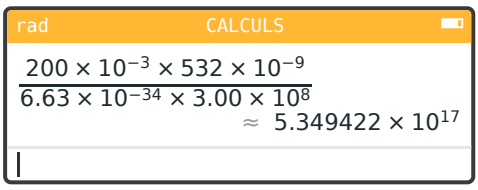
$$N \sim \frac{10^{-1} \times 10^{-6}}{10^{-33} \times 10^{8}} = \frac{10^{-7}}{10^{-25}} = 10^{18}$$

$N \sim 10^{18}$ photons par impulsion.

COMPRENDRE
Le calcul complet donne $N \approx 5 \times 10^{17}$, cohérent avec l'estimation. Au retour, on ne détecte que 2×10^{-21} J, alors qu'un photon transporte environ 4×10^{-19} J : moins d'un photon par impulsion en moyenne.

MÉTHODE
Ordre de grandeur : écrire la valeur sous la forme $a \times 10^{n}$; si $a < 5$ on garde 10^{n}, sinon 10^{n+1}. Ainsi $5{,}32 \times 10^{-7}$ m donne 10^{-6} m et $6{,}63 \times 10^{-34}$ donne 10^{-33}.

À LA CALCULATRICE



1.4.1 À partir du document 3, calculer le rayon de la tache lumineuse obtenue sur la Lune (schéma conseillé).

Données utiles élargissement de l'ordre de 1 μm par mètre parcouru (divergence $\alpha = 10^{-6}$ rad) ; $d_{T\text{-}L} \approx 400\,000$ km ; diamètre initial $D = 2$ m

Le faisceau s'écarte de son axe d'environ 10^{-6} m par mètre parcouru. Il parcourt $d_{T\text{-}L} = 4 \times 10^{8}$ m, donc son rayon augmente de :

$$\alpha \times d_{T\text{-}L} = 10^{-6} \times 4 \times 10^{8} = 4 \times 10^{2} \text{ m}$$

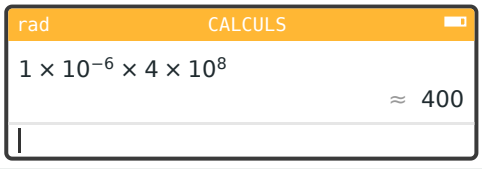
Le rayon initial, $\dfrac{D}{2} = 1$ m, est négligeable devant 400 m.

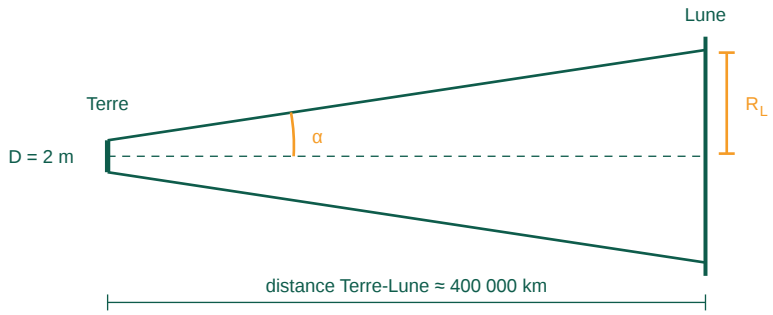
$R_L \approx 4 \times 10^{2}$ m

PIÈGE
Laisser la distance en kilomètres : $400\,000$ km $= 4 \times 10^{8}$ m. Un seul chiffre significatif suffit, les données étant des ordres de grandeur.

COMPRENDRE
Pour un angle très petit exprimé en radians, $\tan\alpha \approx \alpha$: dans le triangle rectangle du schéma, $R_L = d_{T\text{-}L} \times \tan\alpha \approx d_{T\text{-}L} \times \alpha$. Les deux formulations du document sont équivalentes.

À LA CALCULATRICE





1.4.1 · Divergence du faisceau entre la Terre et la Lune (échelle non respectée)

1.4.2 Commenter l'idée que, malgré une faible divergence, l'effet sur la Lune est important, en comparant le diamètre de la tache au diamètre initial D du faisceau.

Données utiles $R_L \approx 4 \times 10^2$ m (1.4.1) ; $D = 2$ m

Diamètre de la tache sur la Lune : $2\,R_L = 8 \times 10^2$ m.

$$\frac{2\,R_L}{D} = \frac{2 \times 4 \times 10^2}{2} = 4 \times 10^2$$

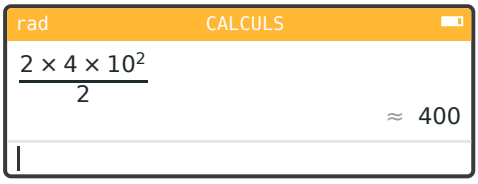
La divergence est très faible (10^{-6} rad), mais la distance parcourue est si grande que le faisceau s'élargit considérablement.

La tache a un diamètre d'environ 800 m, soit 400 fois le diamètre initial : l'effet à l'arrivée est bien important.

COMPRENDRE

L'énergie se répartit sur un disque d'aire $\pi R_L^2 \approx 5 \times 10^5\ \text{m}^2$, alors qu'un réflecteur n'offre que $0{,}5\ \text{m}^2$: environ un millionième de la lumière est renvoyé, et le retour diverge à son tour.

À LA CALCULATRICE



2.1.1 Par quel calcul sont obtenues les distances Terre-Lune du tableau ? Expliciter le calcul manquant et donner sa valeur, avec la précision de la calculatrice.

Données utiles $c = 299\,792\,458\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$; durée aller-retour le 29/11/2002 à 05:59 : $\tau = 24\,164\,440\,511\,979 \times 10^{-13}$ s

Pendant la durée τ, l'impulsion parcourt un aller-retour, soit $2\,d_{T\text{-}L}$, à la célérité c :

$$c = \frac{2\,d_{T\text{-}L}}{\tau} \quad \text{donc} \quad d_{T\text{-}L} = \frac{c \cdot \tau}{2}$$

Pour la ligne manquante :

$$d_{T\text{-}L} = \frac{299\,792\,458 \times 24\,164\,440\,511\,979 \times 10^{-13}}{2} = 3{,}622158509 \times 10^8\ \text{m}$$

$d_{T\text{-}L} = 362\,215{,}8509$ km

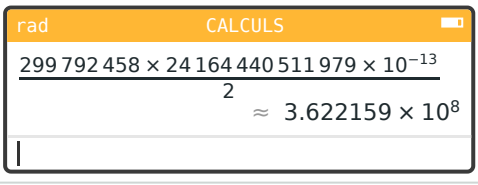
PIÈGE

Oublier le facteur $\frac{1}{2}$: la durée mesurée est celle d'un aller-retour. Attention aussi à l'unité de la colonne : les durées sont en 10^{-13} s, et le résultat sort en mètres.

COMPRENDRE

La calculatrice n'affiche que dix chiffres, soit le dixième de mètre ; le tableau en donne onze. La valeur s'insère bien entre ses voisines ($362\,741$ km et $362\,140$ km).

À LA CALCULATRICE



2.1.2 D'après le nombre de chiffres significatifs fournis par l'OCA, avec quelle précision la distance Terre-Lune est-elle mesurée actuellement ?

Les distances du tableau sont données en kilomètres avec cinq décimales (onze chiffres significatifs). Le dernier chiffre correspond à 10^{-5} km :

$$10^{-5}\ \text{km} = 10^{-5} \times 10^3\ \text{m} = 10^{-2}\ \text{m}$$

La distance Terre-Lune est mesurée au centimètre près.

COMPRENDRE

Un centimètre sur environ $3{,}6 \times 10^8$ m représente une précision relative de l'ordre de 3×10^{-11}.

2.1.3 Quel type d'horloge peut permettre d'atteindre une telle précision sur les durées de parcours des impulsions ?

Données utiles précision de l'horloge : $1\ \text{ps} = 10^{-12}$ s (document 2)

Il faut dater les impulsions à la picoseconde près, sur une durée d'aller-retour d'environ $2{,}4$ s.

Seule une horloge atomique permet d'atteindre une telle précision.

COMPRENDRE

Une horloge atomique s'appuie sur la fréquence, extrêmement stable, d'une radiation associée à une transition entre deux niveaux d'énergie d'un atome (le césium 133 pour la définition de la seconde).

2.2 Proposer deux hypothèses pour tenter d'expliquer les écarts observés sur la mesure de la distance Terre-Lune.

Du 27 au 30 novembre 2002, la distance mesurée diminue d'environ $10\,000$ km ; elle varie aussi d'environ 200 km au cours de la seule nuit du 27.

Hypothèse 1 : l'orbite de la Lune autour de la Terre n'est pas un cercle mais une ellipse ; la distance Terre-Lune varie donc réellement au cours du mois.

Hypothèse 2 : le calcul utilise la célérité dans le vide, alors que la lumière traverse deux fois l'atmosphère, où elle est légèrement plus lente ; la distance calculée s'en trouve faussée.

Orbite lunaire elliptique ; célérité de la lumière plus faible dans l'atmosphère que dans le vide.

COMPRENDRE

Autres réponses recevables : la rotation de la Terre déplace la station par rapport à la Lune pendant la nuit ; les cinq réflecteurs visés ne sont pas au même endroit sur la Lune.

À LA CALCULATRICE

