Quand le jeu vidéo devient réalité

Bac S 2012 Métropole (ancien programme) · Exercice 2 **5,5 points** **Durée conseillée 1 h 05**

1.1 À l'aide d'une analyse dimensionnelle, montrer que l'expression de a_x tirée de $x = -\dfrac{m}{k}\,a_x$ est homogène à une accélération.

De $x = -\dfrac{m}{k}\,a_x$ on tire $a_x = -\dfrac{k\,x}{m}$, donc $[a_x] = \dfrac{[k]\,[x]}{[m]}$.

k s'exprime en $\mathrm{N\cdot m^{-1}}$ et, d'après $F = m\,a$, $[F] = \mathrm{M\cdot L\cdot T^{-2}}$, d'où $[k] = \dfrac{[F]}{\mathrm{L}} = \mathrm{M\cdot T^{-2}}$.

$$[a_x] = \frac{\mathrm{M\cdot T^{-2}\cdot L}}{\mathrm{M}} = \mathrm{L\cdot T^{-2}}$$

$[a_x] = \mathrm{L\cdot T^{-2}}$: a_x s'exprime en $\mathrm{m\cdot s^{-2}}$, c'est bien une accélération.

PIÈGE
Le signe « $-$ » et les constantes sans dimension n'interviennent pas : ne pas les faire apparaître dans les dimensions.

MÉTHODE
Pour une analyse dimensionnelle, ramener chaque unité dérivée aux grandeurs de base (M, L, T) grâce à une loi connue : ici $F = m\,a$ pour le newton.

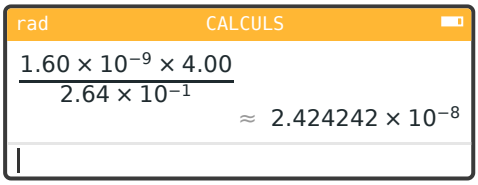
1.2.1 Calculer la valeur du déplacement x_1 de l'armature mobile par rapport au cadre.

Données utiles $m = 1{,}60\times10^{-9}$ kg ; $k = 2{,}64\times10^{-1}\ \mathrm{N\cdot m^{-1}}$; $a_{1x} = -4{,}00\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$

$$x_1 = -\frac{m}{k}\,a_{1x} = -\frac{1{,}60\times10^{-9}\times(-4{,}00)}{2{,}64\times10^{-1}} = 2{,}42\times10^{-8}\ \mathrm{m}$$

$x_1 = 2{,}42\times10^{-8}\ \mathrm{m} = 24{,}2\ \mathrm{nm}$

À LA CALCULATRICE



PIÈGE
Oublier le signe de a_{1x} : on trouverait $x_1 < 0$ et une conclusion fausse à la question suivante.

COMPRENDRE
Trois chiffres significatifs, comme les données. Le déplacement est positif car l'accélération est négative : la partie mobile « retarde » sur le cadre, comme un passager plaqué vers l'arrière.

1.2.2 La capacité du condensateur augmente-t-elle, diminue-t-elle ou reste-t-elle constante sous l'accélération a_{1x} ? Justifier.

Données utiles x_1 (Q1.2.1)

D'après la figure 8, la distance entre les armatures est $d_1 = d_0 + x_1$.
Comme $x_1 > 0$, $d_1 > d_0$: les armatures s'écartent.
Or $C = \dfrac{\alpha}{d}$ avec $\alpha > 0$: C diminue quand d augmente.

La capacité **diminue** : $C_1 < C_0$.

MÉTHODE
Relier le signe du déplacement à la variation de d à l'aide du schéma, puis utiliser le sens de variation de $C = \alpha/d$.

1.2.3 Montrer que la capacité s'écrit $C_1 = C_0\,\dfrac{d_0}{d_1}$.

Au repos : $C_0 = \dfrac{\alpha}{d_0}$, donc $\alpha = C_0\,d_0$.
Sous l'accélération : $C_1 = \dfrac{\alpha}{d_1}$. La constante α étant la même :

$$C_1 = \frac{C_0\,d_0}{d_1} = C_0\,\frac{d_0}{d_1}$$

COMPRENDRE
α ne dépend que de la surface des armatures et du milieu entre elles, qui ne changent pas : seule la distance varie.

1.2.4 Calculer la valeur de la capacité C_1.

Données utiles $C_0 = 1{,}30 \times 10^{-14}$ F ; $d_0 = 1{,}50\ \mu$m ; x_1 (Q1.2.1)

$$d_1 = d_0 + x_1 = 1{,}52 \times 10^{-6}\ \text{m}$$

$$C_1 = C_0 \frac{d_0}{d_0 + x_1} = 1{,}30 \times 10^{-14} \times \frac{1{,}50 \times 10^{-6}}{1{,}50 \times 10^{-6} + 2{,}42 \times 10^{-8}}$$

$$C_1 = 1{,}28 \times 10^{-14}\ \text{F}$$

$C_1 = 1{,}28 \times 10^{-14}$ F, inférieure à C_0 comme prévu.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$1.50 \times 10^{-6} + 2.424242424 \times 10^{-8}$
$\approx 1.524242 \times 10^{-6}$

$\dfrac{1.30 \times 10^{-14} \times 1.50 \times 10^{-6}}{1.524242424 \times 10^{-6}}$
$\approx 1.279324 \times 10^{-14}$

PIÈGE
Garder d_0 en micromètres et x_1 en mètres. Les deux longueurs doivent être dans la même unité avant l'addition.

MÉTHODE
Utiliser la valeur non arrondie de x_1 gardée en mémoire : la variation de C est petite, et les arrondis intermédiaires la faussent.

1.2.5 Avec $\beta = 120$, calculer $\Delta C_1^{\text{tot}} = \beta\,(C_1 - C_0)$.

Données utiles $\beta = 120$; $C_0 = 1{,}30 \times 10^{-14}$ F ; C_1 (Q1.2.4)

$$\Delta C_1^{\text{tot}} = 120 \times (1{,}2793 - 1{,}30) \times 10^{-14}$$

$$\Delta C_1^{\text{tot}} = -2{,}48 \times 10^{-14}\ \text{F}$$

$\Delta C_1^{\text{tot}} \approx -2{,}5 \times 10^{-14}$ F (négative : la capacité totale diminue)

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$120 \times (1.279324056 \times 10^{-14} - 1.30 \times 10^{-14})$
$\approx -2.481113 \times 10^{-14}$

PIÈGE
Oublier le signe « − » : il traduit la diminution de la capacité et sert ensuite au calcul de U_1.

COMPRENDRE
La différence de deux valeurs proches perd des chiffres significatifs. Avec C_1 arrondie à $1{,}28 \times 10^{-14}$ F, on obtient $-2{,}40 \times 10^{-14}$ F, valeur que le sujet reprend en 2.2.2. Les deux résultats sont acceptés.

2.1.1 Calculer la constante de temps τ du circuit. Le régime permanent est-il atteint au bout de 0,1 s ? Justifier.

Données utiles $R = 100\ \text{k}\Omega$; $C_0^{\text{tot}} = 1{,}56 \times 10^{-12}$ F

$$\tau = R\,C_0^{\text{tot}} = 100 \times 10^3 \times 1{,}56 \times 10^{-12} = 1{,}56 \times 10^{-7}\ \text{s}$$

Le condensateur est pratiquement chargé au bout de $5\tau = 7{,}80 \times 10^{-7}$ s.

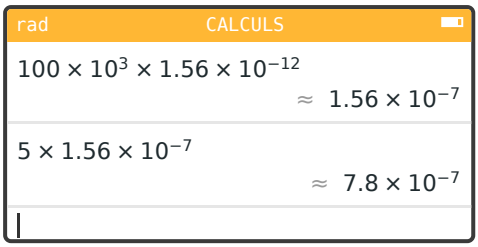
Or $7{,}80 \times 10^{-7}\ \text{s} \ll 0{,}1$ s.

$\tau = 1{,}56 \times 10^{-7}$ s ; le régime permanent est atteint bien avant 0,1 s.

PIÈGE
Oublier de convertir les kilohms : $R = 1{,}00 \times 10^5\ \Omega$.

COMPRENDRE
À $t = 5\tau$, la tension atteint 99 % de sa valeur finale : on considère la charge terminée.

À LA CALCULATRICE



2.1.2 En régime permanent, que vaut l'intensité i du courant dans le circuit ? Justifier.

$i = \dfrac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}$ avec $q = C_0^{\text{tot}}\, u_C$. En régime permanent, le condensateur est chargé : u_C et q ne varient plus, donc $\dfrac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t} = 0$.

$\boxed{i = 0 \text{ A}}$

COMPRENDRE
En régime permanent continu, un condensateur chargé se comporte comme un interrupteur ouvert.

2.1.3 Que vaut alors la tension u_C aux bornes du condensateur chargé ? Justifier.

Données utiles $E = 3{,}00$ V ; i (Q2.1.2)

Loi d'additivité des tensions dans le circuit fermé : $E = R\,i + u_C$.

En régime permanent $i = 0$, donc $R\,i = 0$ et $u_C = E$.

$\boxed{u_C = E = 3{,}00 \text{ V}}$

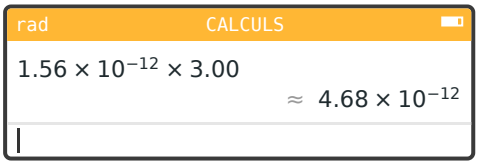
PIÈGE
Ne pas écrire $u_C = E$ sans justification : c'est la nullité de la tension aux bornes de R qui l'impose.

2.2.1 Au repos, exprimer la charge q_0 de l'armature positive en fonction de C_0^{tot} et U_0.

$\boxed{q_0 = C_0^{\text{tot}}\, U_0}$

COMPRENDRE
Ici $U_0 = E = 3{,}00$ V puisque l'interrupteur est ouvert une fois la charge terminée, d'où $q_0 = 4{,}68 \times 10^{-12}$ C.

À LA CALCULATRICE



2.2.2 a. Montrer que $U_1 = \dfrac{U_0\, C_0^{\text{tot}}}{C_0^{\text{tot}} + \Delta C_1^{\text{tot}}}$. b. Calculer U_1 avec $\Delta C_1^{\text{tot}} = -2{,}40 \times 10^{-14}$ F. c. Un dispositif sensible à 1 mV peut-il détecter a_{1x} ?

Données utiles $C_0^{\text{tot}} = 1{,}56 \times 10^{-12}$ F ; $\Delta C_1^{\text{tot}} = -2{,}40 \times 10^{-14}$ F ; $U_0 = 3{,}00$ V (Q2.1.3) ; seuil : 1 mV

a. Le circuit est ouvert : la charge ne peut pas s'écouler, q_0 reste constante.

$q_0 = C_0^{\text{tot}}\, U_0 = C_1^{\text{tot}}\, U_1$, donc $U_1 = \dfrac{C_0^{\text{tot}}\, U_0}{C_1^{\text{tot}}} = \dfrac{U_0\, C_0^{\text{tot}}}{C_0^{\text{tot}} + \Delta C_1^{\text{tot}}}$.

b. Avec $U_0 = E = 3{,}00$ V :

$$U_1 = \frac{3{,}00 \times 1{,}56 \times 10^{-12}}{1{,}56 \times 10^{-12} - 2{,}40 \times 10^{-14}} = 3{,}05 \text{ V}$$

c. $\Delta U = U_1 - U_0 = 3{,}047 - 3{,}00 = 4{,}7 \times 10^{-2}$ V $= 47$ mV, soit bien plus que 1 mV.

$\boxed{U_1 = 3{,}05 \text{ V} ; \Delta U \approx 47 \text{ mV} > 1 \text{ mV} : \text{l'accélération } a_{1x} \text{ est détectée.}}$

PIÈGE
Calculer ΔU avec U_1 arrondi à 3,05 V donne 50 mV : la conclusion est la même, mais garder la valeur non arrondie est plus juste.

COMPRENDRE
À charge constante, $U = q/C$: la capacité diminue, la tension augmente. C'est ainsi que l'accéléromètre traduit un déplacement en tension mesurable.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$$\frac{3.00 \times 1.56 \times 10^{-12}}{1.56 \times 10^{-12} - 2.40 \times 10^{-14}} \approx 3.046875$$

$$3.046875 - 3.00 \approx 0.046875$$

3.1 Calculer la longueur d'onde λ dans l'air des ondes émises par la manette.

Données utiles $c = 3{,}00 \times 10^{8}\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$; $f = 2\,450$ MHz

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3{,}00 \times 10^{8}}{2\,450 \times 10^{6}} = 0{,}122\ \text{m}$$

$\lambda = 0{,}122\ \text{m} = 12{,}2\ \text{cm}$

PIÈGE
Convertir les mégahertz : $1\ \text{MHz} = 10^{6}$ Hz. Oublier la conversion donne une longueur d'onde d'un million de fois trop grande.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$$\frac{3.00 \times 10^{8}}{2450 \times 10^{6}} \approx 0.122449$$

3.2 À l'aide de la figure 11, indiquer le domaine des ondes utilisées par le procédé Bluetooth.

Données utiles λ (Q3.1)

Sur la figure 11, le domaine des micro-ondes s'étend d'environ 10^{-3} m à 1 m. Or $10^{-3}\ \text{m} < 0{,}122\ \text{m} < 1\ \text{m}$.

Les ondes Bluetooth appartiennent au domaine des **micro-ondes**.

PIÈGE
L'axe de la figure est gradué en puissances de dix décroissantes de gauche à droite : bien repérer où se place 10^{-1} m.

3.3 Citer un phénomène physique expliquant que la manette communique avec la console malgré une pile de livres.

Données utiles λ (Q3.1)

La pile de livres a des dimensions de quelques dizaines de centimètres, du même ordre de grandeur que $\lambda = 12{,}2$ cm. L'onde est donc fortement diffractée et contourne l'obstacle.

Phénomène : la **diffraction** des ondes électromagnétiques.

COMPRENDRE
La diffraction est marquée quand la taille de l'obstacle ou de l'ouverture est du même ordre que la longueur d'onde, voire plus petite. La lumière visible (λ de l'ordre de 5×10^{-7} m) ne contourne pas les livres.