RMN et IRM

Bac S 2013 Nouvelle-Calédonie (ancien programme) · Exercice 1 **6 points** **Durée conseillée 1 h**

1.1.1 Donner la composition du noyau de deutérium. Comment qualifie-t-on deux noyaux tels que l'hydrogène $^{1}_{1}\mathrm{H}$ et le deutérium $^{2}_{1}\mathrm{H}$?

Données utiles deutérium : $^{2}_{1}\mathrm{H}$

Pour $^{2}_{1}\mathrm{H}$: $Z = 1$, donc 1 proton ; $A = 2$ nucléons, donc $A - Z = 2 - 1 = 1$ neutron.

Les noyaux $^{1}_{1}\mathrm{H}$ et $^{2}_{1}\mathrm{H}$ ont le même nombre de protons mais pas le même nombre de neutrons.

Le noyau de deutérium contient 1 proton et 1 neutron ; $^{1}_{1}\mathrm{H}$ et $^{2}_{1}\mathrm{H}$ sont des **isotopes**.

PIÈGE
Le nombre du haut, A, compte les nucléons et non les neutrons : le nombre de neutrons s'obtient par $A - Z$.

1.1.2 Dessiner la représentation de Cram de $\mathrm{CDCl_3}$. Le carbone de cette molécule est-il asymétrique ? Justifier.

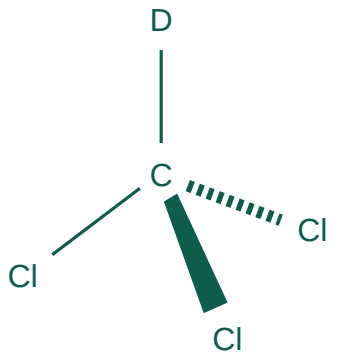
Représentation de Cram : voir le schéma ci-dessous. Le carbone, tétraédrique, porte quatre liaisons simples : deux dans le plan de la feuille, une vers l'avant, une vers l'arrière.

Un carbone asymétrique est un carbone tétraédrique lié à quatre atomes ou groupes d'atomes tous différents. Ici, le carbone est lié à un atome D et à trois atomes Cl identiques.

Le carbone de $\mathrm{CDCl_3}$ n'est **pas asymétrique**.

COMPRENDRE
La représentation de Cram et le carbone asymétrique étaient au programme du Bac S ; ils ne figurent plus dans le programme actuel de la spécialité.

MÉTHODE
Convention de Cram : trait plein pour une liaison dans le plan, triangle plein pour une liaison vers l'avant, triangle hachuré pour une liaison vers l'arrière. La place de D parmi les quatre positions est libre.



trait plein : dans le plan

triangle plein : vers l'avant

hachures : vers l'arrière

1.1.2 · Représentation de Cram de la molécule de solvant

1.1.3 Quel est l'intérêt d'utiliser un solvant ne comportant pas de noyau d'hydrogène $^{1}_{1}\mathrm{H}$?

La RMN du proton ne détecte que les noyaux $^{1}_{1}\mathrm{H}$. Le solvant est présent en bien plus grande quantité que l'échantillon : s'il contenait de tels noyaux, son signal, très intense, se superposerait à ceux de l'espèce étudiée.

Le solvant deutéré ne donne **aucun signal** sur le spectre : seuls apparaissent les signaux de l'espèce analysée.

1.2.1 Calculer la fréquence ν du photon associé à la transition, puis sa longueur d'onde λ.

Données utiles $\Delta E = 1{,}20\ \mu\text{eV}$; $1\ \text{eV} = 1{,}60 \times 10^{-19}\ \text{J}$; $h = 6{,}63 \times 10^{-34}\ \text{J}\cdot\text{s}$; $c = 3{,}00 \times 10^{8}\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$

Conversion : $\Delta E = 1{,}20 \times 10^{-6} \times 1{,}60 \times 10^{-19} = 1{,}92 \times 10^{-25}\ \text{J}$.

Le photon échangé a pour énergie $\Delta E = h\,\nu$, donc $\nu = \dfrac{\Delta E}{h}$:

$$\nu = \frac{1{,}92 \times 10^{-25}}{6{,}63 \times 10^{-34}} = 2{,}90 \times 10^{8}\ \text{Hz}$$

Longueur d'onde dans le vide : $\lambda = \dfrac{c}{\nu} = \dfrac{h\,c}{\Delta E}$:

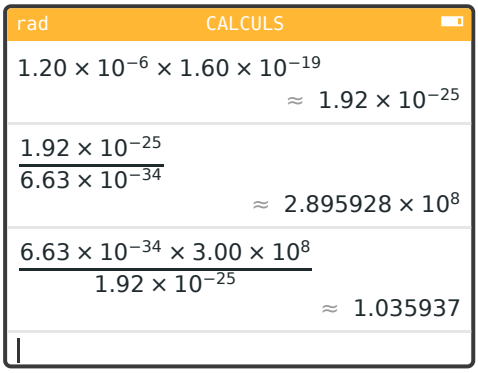
$$\lambda = \frac{6{,}63 \times 10^{-34} \times 3{,}00 \times 10^{8}}{1{,}92 \times 10^{-25}} = 1{,}04\ \text{m}$$

$\nu = 2{,}90 \times 10^{8}$ Hz (290 MHz) et $\lambda = 1{,}04$ m

PIÈGE
Laisser ΔE en électronvolts, ou oublier le préfixe micro (10^{-6}) : la relation $\Delta E = h\,\nu$ exige une énergie en joules.

COMPRENDRE
Toutes les données ont trois chiffres significatifs : les résultats en gardent trois. La fréquence trouvée est cohérente avec l'ordre de grandeur du spectromètre du sujet (300 MHz).

À LA CALCULATRICE



1.2.2 Vérifier que le domaine des ondes utilisées est bien celui indiqué dans le texte introductif.

Données utiles $\lambda = 1{,}04$ m (1.2.1) ; axe des domaines : ondes radiofréquences pour $\lambda > 1$ m

Sur l'axe des domaines, les ondes radiofréquences correspondent aux longueurs d'onde supérieures à 1 m. Or $\lambda = 1{,}04\ \text{m} > 1\ \text{m}$.

L'onde utilisée est bien une **onde radiofréquence**, comme l'annonce le texte introductif.

1.3.1 Donner le nom systématique (nomenclature officielle) de la molécule organique dont le spectre est fourni.

La chaîne carbonée la plus longue contenant le carbone porteur du groupe hydroxyle compte 3 atomes de carbone : propane. Le groupe $-\text{OH}$ est sur le carbone 1 (alcool, suffixe -ol) ; deux groupes méthyle sont portés par le carbone 2.

2,2-diméthylpropan-1-ol

MÉTHODE
Numéroter la chaîne principale à partir de l'extrémité la plus proche du groupe $-\text{OH}$, puis nommer et placer les ramifications.

1.3.2 Exploiter le spectre RMN et sa courbe d'intégration pour attribuer à chaque pic son groupe de protons équivalents.

Données utiles pics A (vers 3,3 ppm), B (vers 2,0 ppm) et C (vers 0,9 ppm) ; molécule $(CH_3)_3C-CH_2-OH$

La molécule possède 12 atomes d'hydrogène répartis en trois groupes de protons équivalents, d'où trois signaux :

- les 9 H des trois groupes CH_3, tous portés par le même carbone ;
- les 2 H du groupe CH_2 ;
- le H du groupe OH.

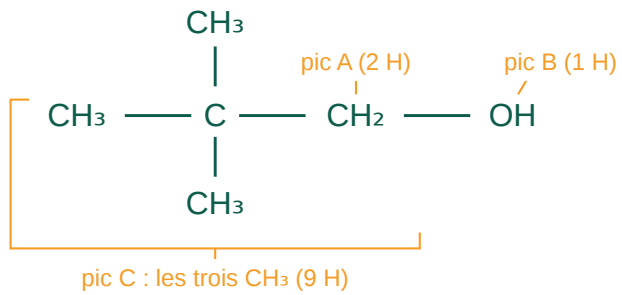
La hauteur de chaque saut de la courbe d'intégration est proportionnelle au nombre de protons du signal. Sur le spectre, le saut du pic A vaut environ 2 fois celui du pic B, et le saut du pic C environ 9 fois celui du pic B : les sauts A, B, C sont dans les rapports $2:1:9$, pour $2+1+9=12$ protons.

Pic A : les 2 H de CH_2 ; pic B : le H de OH ; pic C : les 9 H des trois CH_3.

PIÈGE
Mesurer la hauteur de la courbe d'intégration depuis la ligne de base pour chaque pic : c'est la hauteur de chaque marche, d'un palier au suivant, qui compte.

COMPRENDRE
Les trois signaux sont des singulets : le carbone voisin des CH_3 et du CH_2 ne porte aucun H, et le H de OH ne se couple pas.

COMPRENDRE
La spectroscopie de RMN était au programme du Bac S ; elle n'est plus au programme actuel de la spécialité.



1.3.2 · Attribution des trois signaux

2.1 Pourquoi l'IRM permet-elle de visualiser les organes et tissus mous, mais pas les os ?

Données utiles organes et tissus mous : carbone, hydrogène, oxygène ; os : calcium, phosphore

L'IRM repose sur la RMN du proton : le signal provient des noyaux d'hydrogène, surtout ceux de l'eau. Les organes et tissus mous contiennent beaucoup d'hydrogène et donnent un signal intense. Les os sont principalement constitués de calcium et de phosphore.

Les os, pauvres en hydrogène, ne donnent presque **pas de signal** : ils ne sont pas visualisés, contrairement aux tissus mous.

2.2.1 Calculer les dimensions d'un pixel.

Données utiles image de 512×512 pixels ; carré de 50 cm de côté

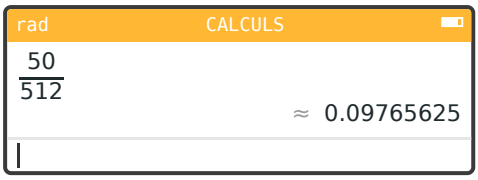
Un côté de 50 cm est découpé en 512 pixels. Chaque pixel est un carré de côté :

$$a = \frac{50}{512} = 9{,}8 \times 10^{-2}\ \text{cm}$$

Un pixel est un carré de côté $a = 0{,}98\ \text{mm}$, soit environ 1 mm.

COMPRENDRE
Le pixel fixe la résolution de l'image : un détail plus petit qu'un millimètre environ n'est pas distingué.

À LA CALCULATRICE



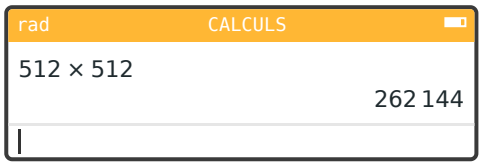
2.2.2 Calculer la taille du fichier, en octet, de cette image IRM.

Données utiles 512×512 pixels ; 1 octet par pixel

Nombre de pixels : $512 \times 512 = 262\,144$. Chaque pixel est codé par un octet.

Taille du fichier : $262\,144$ octets, soit environ $2{,}62 \times 10^5$ octets.

À LA CALCULATRICE



2.2.3 Combien de niveaux de gris sont utilisés pour visualiser cette image IRM ?

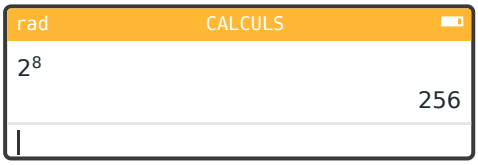
Données utiles 1 octet par pixel

Un octet est formé de 8 bits, chacun valant 0 ou 1 : il peut prendre 2^8 valeurs différentes.

$2^8 = 256$ niveaux de gris, du noir (0) au blanc (255).

PIÈGE
Répondre 8, le nombre de bits, ou 255 : les valeurs vont de 0 à 255, ce qui fait 256 niveaux.

À LA CALCULATRICE



2.2.4 Une image IRM est réalisée toutes les deux secondes. Calculer le débit binaire D permettant de transmettre les données.

Données utiles $262\,144$ octets par image (2.2.2) ; 1 octet = 8 bits ; $\Delta t = 2$ s

Nombre de bits par image : $N = 262\,144 \times 8 = 2\,097\,152$ bits.

Le débit binaire est le nombre de bits transmis par seconde : $D = \dfrac{N}{\Delta t}$.

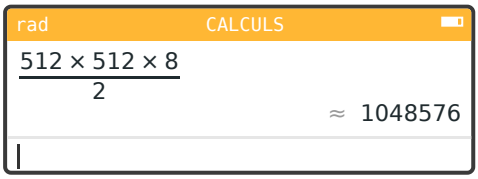
$$D = \frac{2\,097\,152}{2} = 1{,}05 \times 10^6 \text{ bit} \cdot \text{s}^{-1}$$

$D = 1{,}05 \times 10^6$ bit · s^{-1}, soit environ 1 Mbit · s^{-1}

PIÈGE
Oublier de convertir les octets en bits : le débit serait 8 fois trop petit.

COMPRENDRE
Le débit binaire était au programme du Bac S ; il ne figure plus dans le programme actuel de la spécialité.

À LA CALCULATRICE



2.3 Exprimer le résultat de la mesure du champ magnétique sous une forme appropriée et expliciter la notion d'intervalle de confiance.

Données utiles $B_m = 1492\ \text{mT}$; précision : $\pm$ (2 % de la mesure + 5 unités de résolution) ; résolution 1 mT sur le calibre 2000 mT ; $U = \dfrac{2 \times \text{précision}}{\sqrt{3}}$

La mesure dépasse 200 mT : le calibre utilisé est 2000 mT, de résolution 1 mT.

Précision : $\dfrac{2}{100} \times 1492 + 5 \times 1 = 34{,}84\ \text{mT}$.

Incertitude élargie :

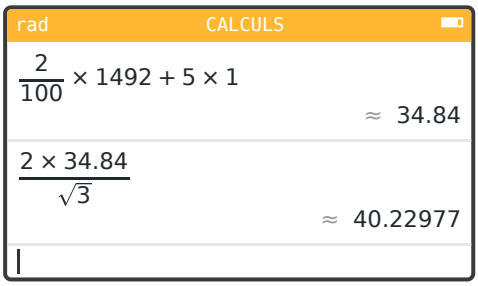
$$U = \frac{2 \times 34{,}84}{\sqrt{3}} = 40{,}2\ \text{mT}$$

L'incertitude s'écrit avec un seul chiffre significatif, arrondie par excès : $U = 0{,}05\ \text{T}$. La mesure est arrondie au même rang : $B = 1{,}49\ \text{T}$.

Intervalle de confiance : la valeur vraie du champ magnétique a 95 % de chances de se trouver entre $1{,}44\ \text{T}$ et $1{,}54\ \text{T}$.

$B = (1{,}49 \pm 0{,}05)\ \text{T}$, avec un niveau de confiance de 95 %

À LA CALCULATRICE



PIÈGE
Écrire $B = (1492 \pm 40{,}23)\ \text{mT}$: le dernier chiffre de la mesure et celui de l'incertitude doivent avoir le même rang.

COMPRENDRE
Avec deux chiffres significatifs pour l'incertitude, on écrirait $B = (1492 \pm 41)\ \text{mT}$: cette écriture est aussi acceptée.

MÉTHODE
Résultat d'une mesure : 1) calculer U ; 2) l'arrondir par excès à un chiffre significatif ; 3) arrondir la valeur au même rang ; 4) écrire valeur $\pm\ U$ avec l'unité et le niveau de confiance.