Spécialité : Astronomie et littérature

Bac S 2012 Antilles-Guyane (ancien programme) · Exercice 4 **4 points** **Durée conseillée 52 min**

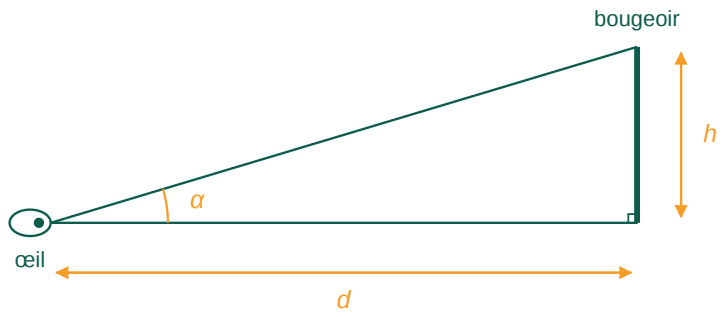
1.1 Faire un schéma avec d, h et α, puis exprimer en radian le diamètre apparent α du bougeoir en fonction de d et h.

Le bougeoir, l'œil et le pied du bougeoir forment un triangle rectangle (schéma ci-dessous). Dans ce triangle : $\tan(\alpha) = \dfrac{h}{d}$.

Avec l'approximation $\tan(\alpha) \approx \alpha$ (angle petit, en radian) :

$$\alpha \approx \frac{h}{d} \text{ (en rad)}$$

COMPRENDRE
Le diamètre apparent dépend de la taille et de la distance : deux fois plus loin, l'objet paraît deux fois plus petit.



1.1 · Diamètre apparent du bougeoir vu par l'œil

1.2 À la même distance d, exprimer en radian le diamètre apparent α' d'une tour de hauteur H.

Même raisonnement dans le triangle rectangle formé par l'œil et la tour :

$$\alpha' \approx \frac{H}{d} \text{ (en rad)}$$

1.3 Vérifier que la comparaison d'Arago correspond à un grossissement $G = \dfrac{\alpha'}{\alpha}$ voisin de 400.

Données utiles $h = 17$ cm ; $H = 69$ m

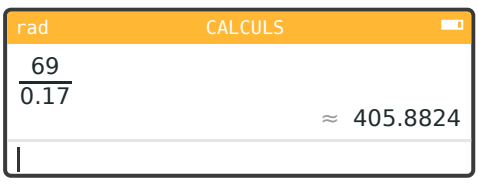
$$G = \frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{H/d}{h/d} = \frac{H}{h}$$

$$G = \frac{69 \text{ m}}{0{,}17 \text{ m}} = 4{,}1 \times 10^2$$

$G \approx 4{,}1 \times 10^2$, voisin de 400 : la comparaison d'Arago est cohérente.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme h et H, exprimées dans la même unité.

À LA CALCULATRICE



1.4 Pourquoi Arago dit-il que Victor Hugo a fait un grand voyage ? Vérifier que les distances citées sont dans le rapport G.

Données utiles 90 000 lieues et 225 lieues

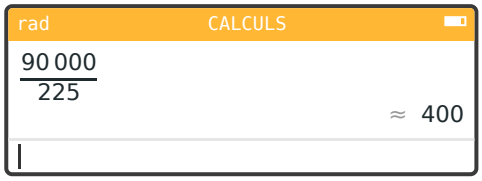
La lunette multiplie le diamètre apparent de la Lune par $G = 400$. Or, à taille fixée, le diamètre apparent est inversement proportionnel à la distance ($\alpha \approx \dfrac{AB}{D}$). Victor Hugo voit donc la Lune comme s'il était 400 fois plus près d'elle : c'est le « voyage ».

$$\frac{90\,000 \text{ lieues}}{225 \text{ lieues}} = 400$$

Le rapport des distances vaut 400, égal au grossissement G de la lunette.

COMPRENDRE
Inutile de convertir les lieues : un rapport de deux longueurs dans la même unité est sans dimension.

À LA CALCULATRICE



2.1.1 Où se forme l'image A_1B_1 de la Lune donnée par l'objectif L_1 ?

Données utiles $D = 384\,400$ km ; $f'_1 = 6{,}0$ m

La distance Terre-Lune ($D \approx 3{,}8 \times 10^8$ m) est immense devant $f'_1 = 6{,}0$ m : la Lune est un objet à l'infini pour l'objectif.

A_1B_1 se forme dans le plan focal image de L_1 : A_1 est confondu avec F'_1.

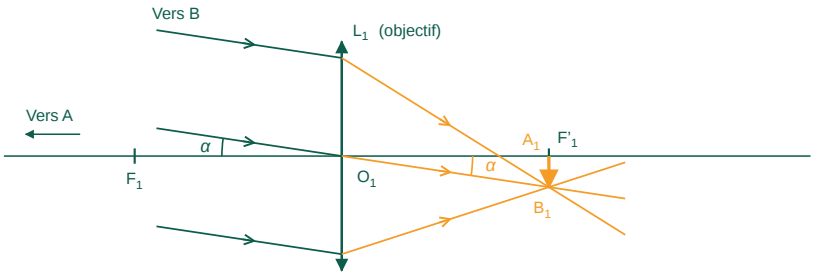
MÉTHODE
Objet à l'infini : image dans le plan focal image.
Image à l'infini : objet dans le plan focal objet.
Ces deux règles suffisent pour toute la lunette.

2.1.2 Construire l'image A_1B_1 sur la figure a. en annexe.

- Le rayon passant par O_1 n'est pas dévié : il coupe le plan focal image en B_1.
- Les autres rayons venant de B, parallèles à lui, convergent aussi en B_1.
- A_1 est en F'_1 ; A_1B_1 est perpendiculaire à l'axe optique.

Image A_1B_1 dans le plan focal image, renversée, B_1 sous l'axe (figure ci-dessous).

PIÈGE
Faire passer les rayons venant de B par F'_1 : seuls les rayons parallèles à l'axe y passent. Les rayons inclinés convergent en un foyer secondaire, B_1.



2.1.2 · Figure a. complétée (tracés de l'élève en orange)

2.1.3 Exprimer la taille de A_1B_1 en fonction de f_1' et du diamètre apparent de la Lune, puis la calculer.

Données utiles $\alpha \approx 8{,}5$ mrad ; $f_1' = 6{,}0$ m

Dans le triangle $O_1A_1B_1$, rectangle en A_1, l'angle en O_1 vaut α et $O_1A_1 = f_1'$:

$\tan(\alpha) = \dfrac{A_1B_1}{f_1'} \approx \alpha$, d'où $A_1B_1 = \alpha \times f_1'$.

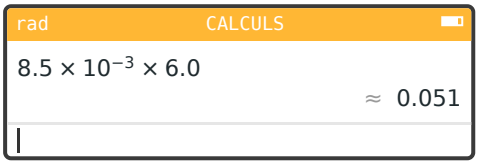
$$A_1B_1 = 8{,}5 \times 10^{-3} \times 6{,}0 = 5{,}1 \times 10^{-2} \text{ m}$$

$A_1B_1 = \alpha\, f_1' = 5{,}1 \times 10^{-2}$ m, soit 5,1 cm

COMPRENDRE

α en radian. Avec $\dfrac{AB}{D}$ on trouverait 9,0 mrad et 5,4 cm : le sujet impose 8,5 mrad, on garde sa valeur.

À LA CALCULATRICE



2.2.1 La lunette étant afocale, où doit se trouver l'image intermédiaire A_1B_1 par rapport à L_2 ?

L'image définitive $A'B'$ est à l'infini ; or une lentille donne une image à l'infini d'un objet placé dans son plan focal objet.

A_1B_1 doit se trouver dans le plan focal objet de l'oculaire L_2 : A_1 est confondu avec F_2.

2.2.2 En déduire la position des foyers objet et image de L_2 et les placer sur la figure b.

Données utiles $f_2' = 1{,}5$ cm

A_1 est à la fois en F_1' (Q2.1.1) et en F_2 (Q2.2.1).

F_2 est confondu avec F_1' ; F_2' est le symétrique de F_2 par rapport à O_2, avec $O_2F_2' = f_2' = 1{,}5$ cm (figure de Q2.2.3).

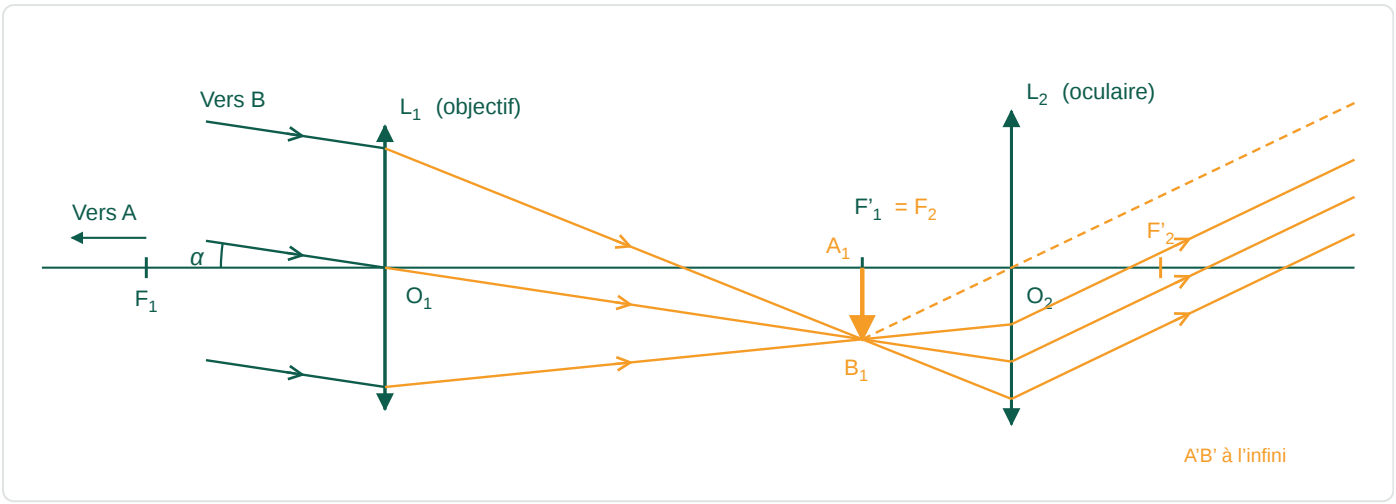
COMPRENDRE

Le foyer image de l'objectif et le foyer objet de l'oculaire confondus : c'est la définition d'une lunette afocale. La longueur de la lunette vaut alors $f_1' + f_2'$.

2.2.3 Construire l'image $A'B'$ de A_1B_1 à travers l'oculaire L_2.

- On trace le rayon issu de B_1 passant par O_2 (tirets) : il n'est pas dévié.
- B_1 étant dans le plan focal objet de L_2, tous les rayons issus de B_1 ressortent parallèles à ce rayon.

$A'B'$ est à l'infini ; les rayons émergents sont parallèles à (B_1O_2), et B' est dans la direction d'où ils semblent venir.



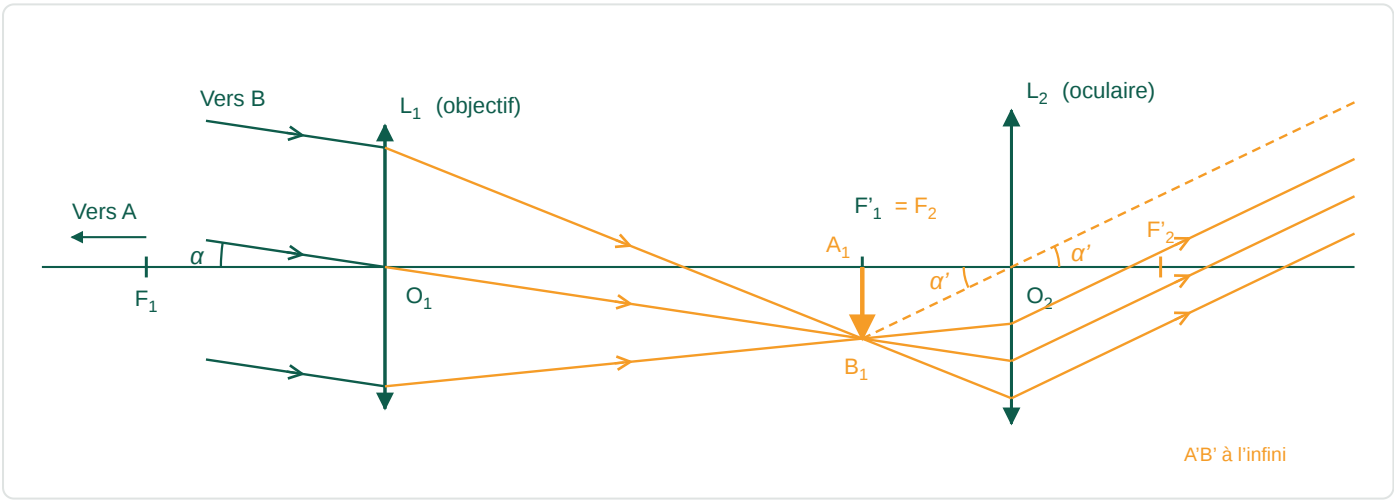
2.2.3 · Figure b. : foyers de l'oculaire et construction de A'B' (en orange)

2.2.4 Représenter sur la figure b. le diamètre apparent α' de l'image $A'B'$ et l'exprimer en fonction de A_1B_1 et de f'_2.

α' est l'angle entre l'axe optique et les rayons émergents, égal à l'angle $\widehat{A_1O_2B_1}$.

Dans le triangle $O_2A_1B_1$, rectangle en A_1, avec $O_2A_1 = O_2F_2 = f'_2$:

$$\tan(\alpha') = \frac{A_1B_1}{f'_2}, \text{ soit } \alpha' \approx \frac{A_1B_1}{f'_2}$$



2.2.4 · Figure b. complétée avec le diamètre apparent α' (en orange)

2.3.1 Montrer que $G = \frac{\alpha'}{\alpha}$ est égal au rapport des distances focales des deux lentilles.

D'après Q2.1.3, $\alpha \approx \frac{A_1B_1}{f'_1}$; d'après Q2.2.4, $\alpha' \approx \frac{A_1B_1}{f'_2}$.

$$G = \frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{A_1B_1}{f'_2} \times \frac{f'_1}{A_1B_1}$$

$$G = \frac{f'_1}{f'_2}$$

MÉTHODE

Exprimer les deux angles avec la même longueur A_1B_1 : elle se simplifie dans le rapport.

2.3.2 Calculer la valeur de G et conclure.

Données utiles $f'_1 = 6{,}0$ m ; $f'_2 = 1{,}5$ cm

$$G = \frac{f'_1}{f'_2} = \frac{6{,}0}{1{,}5 \times 10^{-2}} = 4{,}0 \times 10^2$$

$G = 4{,}0 \times 10^2$: c'est bien le grossissement de 400 rapporté par Victor Hugo.

PIÈGE
Oublier de convertir f'_2 en mètres : on trouverait $G = 4$.

À LA CALCULATRICE

