Condensateur, bobine et énergie

Bac S 2012 Antilles-Guyane (ancien programme) · Exercice 2 **5 points** **Durée conseillée 1 h 05**

1.1 Compléter la figure 3 : flèche de la tension u_{AB} aux bornes du condensateur et branchement d'un oscilloscope (ou d'une interface) qui visualise u_{AB}.

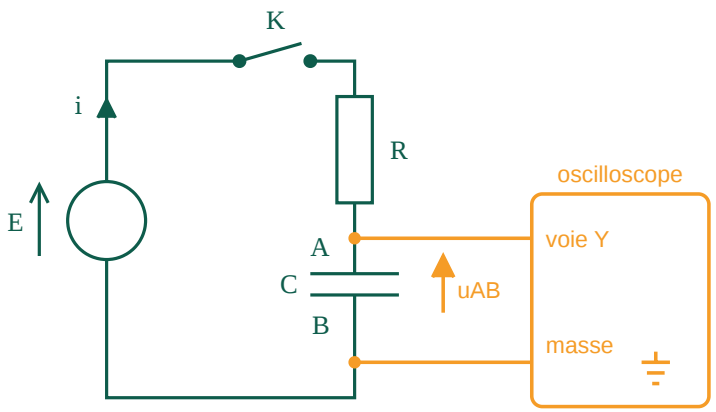
Voir le schéma : la flèche u_{AB} est tracée à côté du condensateur, pointe vers A.

La voie Y de l'oscilloscope est reliée au point A, sa masse au point B.

Voie Y en A, masse en B : l'écran affiche $u_{AB} = V_A - V_B$.

PIÈGE
Inverser voie et masse affiche $u_{BA} = -u_{AB}$: la courbe apparaît retournée.

COMPRENDRE
En convention récepteur, la flèche de tension du condensateur est opposée au sens de i : elle part de B et pointe vers A.



1.1 · Figure 3 complétée : flèche u_{AB} (de B vers A) et branchement de l'oscilloscope

1.2 Établir, par la loi d'additivité des tensions, l'équation différentielle vérifiée par u_{AB} pendant la charge.

Additivité des tensions : $E = u_R + u_{AB}$, avec la loi d'Ohm $u_R = R\,i$.

Charge de l'armature A : $q = C\,u_{AB}$ et $i = \dfrac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t} = C\,\dfrac{\mathrm{d}u_{AB}}{\mathrm{d}t}$ (C constante).

D'où $R\,C\,\dfrac{\mathrm{d}u_{AB}}{\mathrm{d}t} + u_{AB} = E$; on divise par $R\,C$:

$\dfrac{\mathrm{d}u_{AB}}{\mathrm{d}t} + \dfrac{1}{R\,C}\,u_{AB} = \dfrac{E}{R\,C}$: c'est l'équation proposée.

PIÈGE
$i = C\,\dfrac{\mathrm{d}u_{AB}}{\mathrm{d}t}$ suppose que i arrive sur l'armature A, ce qui est le cas ici (sens de i du schéma).

1.3 Montrer que $u_{AB} = A\,(1 - e^{-t/\tau})$ est solution si $A = E$ et $\tau = RC$. Préciser ce que représentent A et τ.

$\dfrac{\mathrm{d}u_{AB}}{\mathrm{d}t} = \dfrac{A}{\tau}\,e^{-t/\tau}$. On remplace dans l'équation :

$$\frac{A}{\tau}\,e^{-t/\tau} + \frac{A}{RC} - \frac{A}{RC}\,e^{-t/\tau} = \frac{E}{RC}$$

soit $A\,e^{-t/\tau}\left(\dfrac{1}{\tau} - \dfrac{1}{RC}\right) + \dfrac{A}{RC} = \dfrac{E}{RC}$, vraie à tout instant t seulement si le terme en $e^{-t/\tau}$ s'annule et si le terme constant est égal à $\dfrac{E}{RC}$.

A est la tension finale (condensateur chargé, $t \to \infty$) ; τ est la constante de temps du dipôle RC.

$\boxed{\tau = RC \text{ et } A = E}$

COMPRENDRE
Au bout de $5\,\tau$, u_{AB} atteint plus de 99 % de E : on considère alors la charge terminée.

MÉTHODE
Pour une égalité vraie à tout instant, identifier séparément les termes en $e^{-t/\tau}$ et les termes constants.

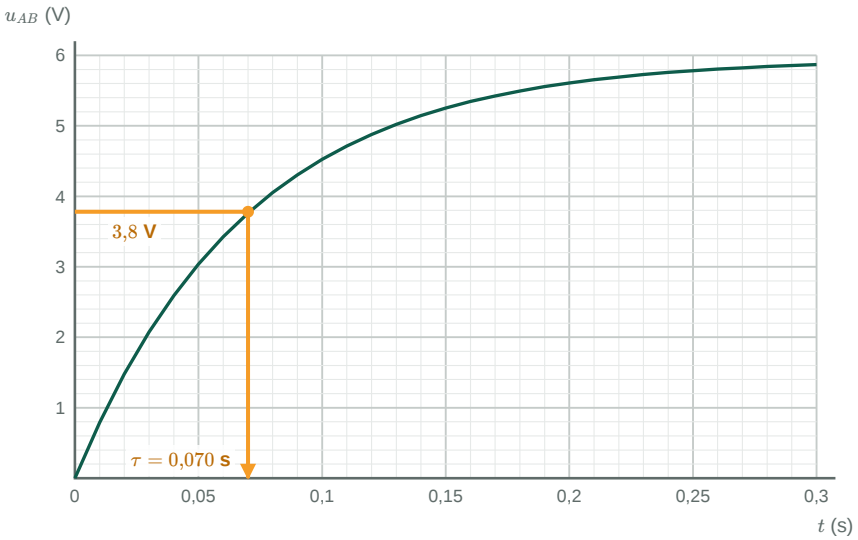
1.4.1 Déterminer τ à l'aide de la figure 4, par la méthode de votre choix.

Données utiles $E = 6{,}0$ V

À $t = \tau$: $u_{AB}(\tau) = E\,(1 - e^{-1}) = 0{,}63\,E = 0{,}63 \times 6{,}0 = 3{,}8$ V.

Sur la figure 4, on repère où la courbe atteint 3,8 V et on lit la date correspondante.

$\boxed{\tau = 0{,}070 \text{ s}}$

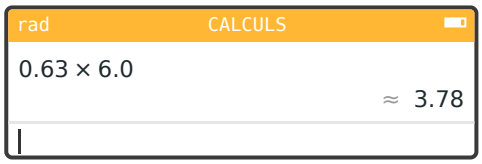


1.4.1 · Figure 4 : lecture de τ à $0{,}63\,E = 3{,}8$ V

COMPRENDRE
Une lecture graphique donne deux chiffres significatifs au mieux ; toute valeur entre 0,065 et 0,075 s est acceptée.

MÉTHODE
Autre méthode : la tangente à la courbe à l'origine coupe l'asymptote $u_{AB} = E$ à l'abscisse $t = \tau$.

À LA CALCULATRICE



1.4.2 En déduire la capacité C du condensateur.

Données utiles $\tau = 0{,}070$ s (Q1.4.1) ; $R = 1470\ \Omega$

$\tau = RC$ donc $C = \dfrac{\tau}{R} = \dfrac{0{,}070}{1470} = 4{,}8 \times 10^{-5}$ F

$\boxed{C = 4{,}8 \times 10^{-5}\ \text{F} = 48\ \mu\text{F}}$

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme τ lu sur le graphe. La valeur est cohérente avec les 47 µF imposés dans la partie 2.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$\frac{0.070}{1470} \approx 4.761905 \times 10^{-5}$

1.4.3 Calculer l'énergie électrique E_{el} emmagasinée dans le condensateur chargé.

Données utiles $C = 4{,}8 \times 10^{-5}$ F (Q1.4.2) ; $E = 6{,}0$ V

Chargé, le condensateur a pour tension $u_{AB} = E$:

$$E_{el} = \frac{1}{2} C E^2 = \frac{1}{2} \times 4{,}8 \times 10^{-5} \times 6{,}0^2 = 8{,}6 \times 10^{-4} \text{ J}$$

$E_{el} = 8{,}6 \times 10^{-4}$ J

PIÈGE
Oublier le carré sur la tension ou le facteur $\frac{1}{2}$.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$0.5 \times \frac{0.070}{1470} \times 6.0^2 \approx 8.571429 \times 10^{-4}$

2.1 Parmi les figures 6a, 6b et 6c, laquelle représente $u_{AB}(t)$ lors de la décharge dans la bobine (résistance négligée) ? Justifier.

Données utiles $\frac{\mathrm{d}^2 u_{AB}}{\mathrm{d}t^2} + \frac{1}{LC} u_{AB} = 0$; à $t = 0$, $u_{AB} = E = 6{,}0$ V

Les solutions de cette équation sont sinusoïdales : $u_{AB}(t) = U_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} t + \varphi\right)$. Sans résistance, aucune énergie n'est perdue : l'amplitude reste constante.

La figure 6a (décroissance exponentielle sans oscillation) et la figure 6c (droite puis tension nulle) ne sont pas sinusoïdales. La figure 6b montre des oscillations d'amplitude constante 6 V, qui démarrent à $u_{AB} = E$.

Figure 6b : régime périodique sinusoïdal.

COMPRENDRE
La période lue sur 6b (environ 0,02 s) concorde avec T_0 calculée en 2.3.

2.2 Vérifier par une analyse dimensionnelle l'homogénéité de $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$.

Bobine : $u = L \frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$, donc $[U] = [L]\,[I]\,[T]^{-1}$ et $[L] = [U]\,[T]\,[I]^{-1}$.

Condensateur : $i = C \frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}$, donc $[I] = [C]\,[U]\,[T]^{-1}$ et $[C] = [I]\,[T]\,[U]^{-1}$.

Ainsi $[LC] = [U]\,[T]\,[I]^{-1} \times [I]\,[T]\,[U]^{-1} = [T]^2$, d'où $[\sqrt{LC}] = [T]$; 2π est sans dimension.

$[f_0] = [T]^{-1}$: f_0 s'exprime bien en s^{-1}, c'est-à-dire en hertz.

MÉTHODE
Pour la dimension d'une grandeur électrique, partir d'une relation connue où elle apparaît ($u = Ri$, $q = Cu$, $u = L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$).

2.3 En déduire l'expression puis la valeur de la période propre T_0, et expliquer l'évolution de l'énergie totale du circuit.

Données utiles $L = 0{,}21$ H ; $C = 47\ \mu$F

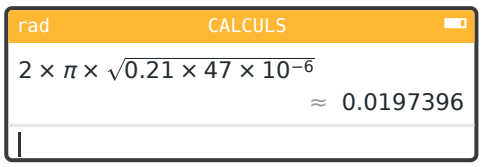
$$T_0 = \frac{1}{f_0} = 2\pi\sqrt{LC} = 2\pi\sqrt{0{,}21 \times 47 \times 10^{-6}} = 2{,}0 \times 10^{-2} \text{ s}$$

La résistance étant négligée, il n'y a pas d'effet Joule : l'énergie totale $\mathcal{E} = \frac{1}{2} C\, u_{AB}^2 + \frac{1}{2} L\, i^2$ reste constante. Elle passe alternativement du condensateur à la bobine.

$T_0 = 2{,}0 \times 10^{-2}$ s ; énergie totale constante

PIÈGE
Convertir les microfarads : $47\ \mu\text{F} = 47 \times 10^{-6}$ F.

À LA CALCULATRICE

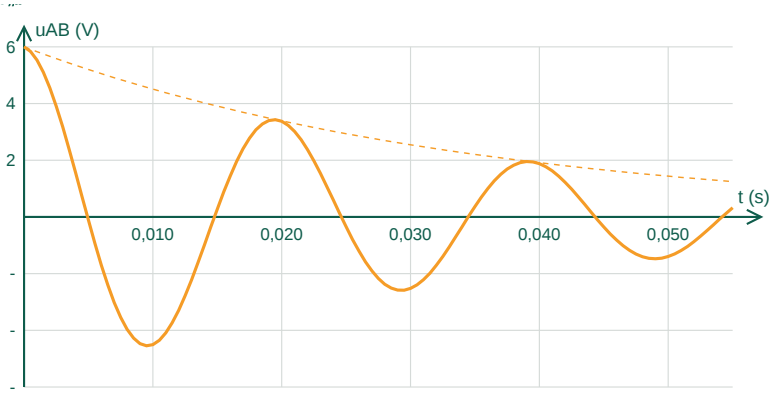


2.4.1 Représenter sur la figure 7 l'allure de $u_{AB}(t)$ quand la résistance du circuit est faible, inférieure à la résistance critique.

Voir la figure : régime pseudo-périodique. La courbe part de $u_{AB} = 6{,}0$ V à $t = 0$; elle oscille avec une pseudo-période voisine de $T_0 \approx 0{,}020$ s et une amplitude qui décroît au cours du temps.

Oscillations amorties, de pseudo-période $T \approx T_0 = 0{,}020$ s.

PIÈGE
Garder la même date de passage par les maximums (0 ; 0,020 ; 0,040 s) : seule l'amplitude diminue, pas la pseudo-période.



2.4.1 · Figure 7 complétée : oscillations amorties de pseudo-période voisine de $T_0 \approx 0{,}020$ s

2.4.2 Interpréter l'allure de ces oscillations d'un point de vue énergétique.

Le courant traverse la résistance : par effet Joule, une partie de l'énergie électrique est transférée à l'extérieur sous forme thermique à chaque oscillation.

L'énergie totale $\frac{1}{2} C\, u_{AB}^2 + \frac{1}{2} L\, i^2$ diminue, donc l'amplitude de u_{AB} diminue.

Énergie totale décroissante, dissipée par effet Joule : oscillations amorties.