Les prouesses du poisson archer

Bac S 2012 Centres étrangers (ancien programme) · Exercice 1 **9 points** **Durée conseillée 1 h 57**

1.1.1 Nommer, en s'appuyant sur le texte, le phénomène physique mis en jeu lors de la visée de l'insecte par le poisson, et dire dans quelles conditions on l'observe.

Le texte évoque « la différence d'indice de réfraction entre l'eau et l'air » : le phénomène est la **réfraction** de la lumière.

Elle se produit quand la lumière passe d'un milieu transparent à un autre d'indice de réfraction différent (ici de l'air, $n_{air} = 1{,}0$, à l'eau, $n_{eau} = 1{,}33$), avec une incidence non nulle pour qu'il y ait déviation.

Réfraction : changement de milieu d'indices différents, le rayon est dévié s'il n'arrive pas perpendiculairement à la surface.

COMPRENDRE
La lumière va de l'insecte (dans l'air) vers l'œil du poisson (dans l'eau). Le poisson voit l'insecte dans le prolongement du rayon réfracté, donc à un endroit où il n'est pas.

1.1.2 Justifier la phrase du texte : « Il voit donc théoriquement l'insecte où il est vraiment ».

Données utiles $n_{air} = 1{,}0$; $n_{eau} = 1{,}33$; $n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$

Dans cette hypothèse, le poisson est à la verticale de sa proie : le rayon issu de l'insecte arrive perpendiculairement à la surface de l'eau, donc $i_1 = 0^\circ$ (angle mesuré par rapport à la normale).

Loi de Descartes : $n_{air} \sin i_1 = n_{eau} \sin i_2$, soit $1{,}0 \times \sin 0^\circ = 1{,}33 \times \sin i_2$, donc $\sin i_2 = 0$.

$i_2 = 0^\circ$: le rayon n'est pas dévié, le poisson voit l'insecte dans sa direction réelle.

PIÈGE
Les angles se mesurent par rapport à la normale à la surface, pas par rapport à la surface : un rayon vertical a une incidence de 0°, pas de 90°.

1.2 Calculer la fréquence f d'émission des jets d'eau.

Données utiles environ 8 tirs par minute

8 tirs en $\Delta t = 60$ s, donc la période vaut $T = \dfrac{60}{8} = 7{,}5$ s.

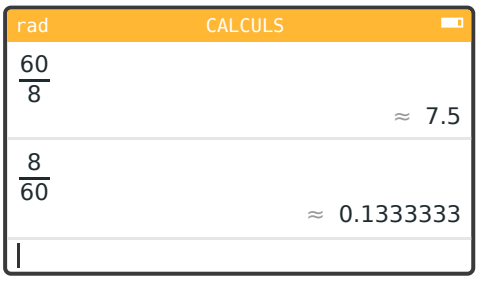
$$f = \frac{1}{T} = \frac{8}{60} = 0{,}13 \text{ Hz}$$

$f \approx 0{,}13$ Hz (soit environ $0{,}1$ Hz)

PIÈGE
Diviser par 10 minutes : la durée de 10 minutes indique seulement combien de temps le poisson peut tenir ce rythme.

COMPRENDRE
Le texte dit « environ 8 fois par minute » : la donnée est approximative, deux chiffres significatifs suffisent largement. On garde en général autant de chiffres significatifs que la donnée la moins précise.

À LA CALCULATRICE



2.1.1 Qu'implique la phrase « l'action de l'air est négligeable » pour le bilan des forces ?

On ne tient compte ni des frottements de l'air ni de la poussée d'Archimède exercée par l'air sur la goutte.

La goutte n'est soumise qu'à son poids $\vec{P} = m\vec{g}$: elle est en chute libre.

2.1.2 En appliquant la deuxième loi de Newton dans le repère $(O;\vec{i};\vec{j})$, établir l'expression vectorielle puis les coordonnées du vecteur accélération $\vec{a}_G$.

Système : {goutte d'eau}, de masse m constante ; référentiel terrestre supposé galiléen ; seule force : le poids $\vec{P} = m\,\vec{g}$.

Deuxième loi de Newton : $\sum \vec{F}_{ext} = m\,\vec{a}_G$, soit $m\,\vec{g} = m\,\vec{a}_G$.

$$\vec{a}_G = \vec{g}$$

$\vec{g}$ est vertical, vers le bas, donc opposé à $\vec{j}$:

$\vec{a}_G = \vec{g}$; coordonnées $a_x = 0$ et $a_y = -g$

PIÈGE
Oublier le signe « $-$ » : l'axe (Oy) est orienté vers le haut alors que $\vec{g}$ est dirigé vers le bas.

2.2.1 Exprimer les coordonnées du vecteur vitesse initiale $\vec{v}_0$ en fonction de α et v_0.

$\vec{v}_0$ fait l'angle α avec l'horizontale (Ox) :

$v_{0x} = v_0 \cos\alpha$ et $v_{0y} = v_0 \sin\alpha$

MÉTHODE
L'angle est repéré par rapport à l'axe (Ox) : le cosinus va sur x, le sinus sur y. Si l'angle était donné par rapport à la verticale, ce serait l'inverse.

2.2.2 Expliquer qualitativement pourquoi v_x garde une valeur constante au cours du mouvement.

La coordonnée horizontale de l'accélération est nulle ($a_x = 0$, question 2.1.2), car le poids est vertical : aucune force n'agit horizontalement.

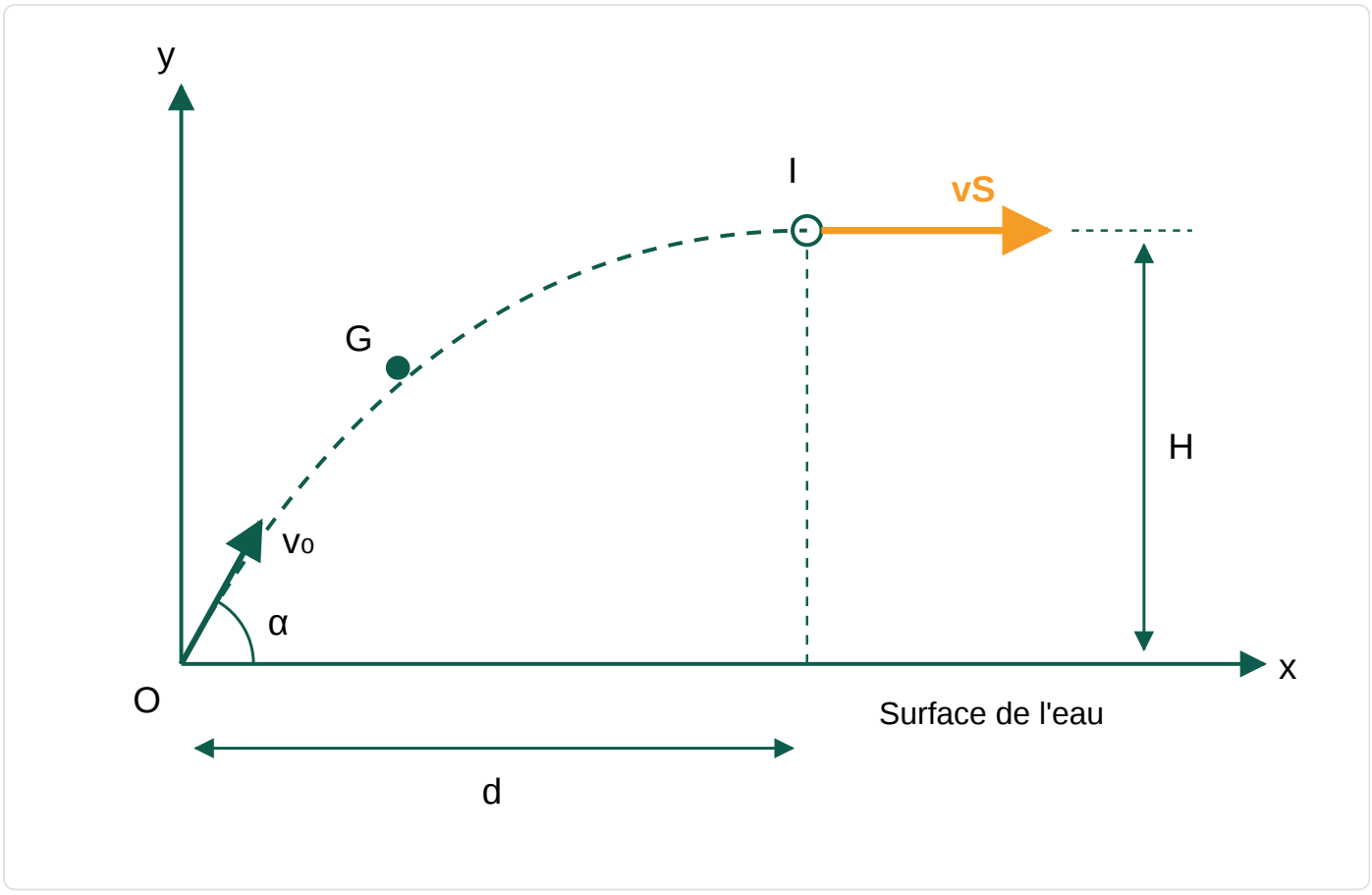
Comme $a_x = \dfrac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t} = 0$, la vitesse horizontale ne varie pas.

v_x est constante, égale à sa valeur initiale $v_0 \cos\alpha$.

2.3.1 Dessiner sur la figure 1 de l'annexe, sans souci d'échelle, le vecteur vitesse $\vec{v}_S$ de G au moment de l'impact avec l'insecte.

L'impact a lieu au sommet de la trajectoire. Le vecteur vitesse est tangent à la trajectoire ; au sommet, la tangente est horizontale.

$\vec{v}_S$ part de I, horizontal, dirigé vers les x croissants (sens du mouvement).



2.3.1 · Figure 1 de l'annexe complétée : vecteur vitesse au sommet

2.3.2 Exprimer les coordonnées de $\vec{v}_S$ en fonction de v_0 et α.

Horizontalement, v_x est constante (question 2.2.2) : $v_{Sx} = v_0 \cos\alpha$.

Au sommet, $\vec{v}_S$ est horizontal : $v_{Sy} = 0$.

$v_{Sx} = v_0 \cos\alpha$ et $v_{Sy} = 0$

PIÈGE
Croire que la vitesse est nulle au sommet : seule sa coordonnée verticale s'annule, la goutte continue d'avancer horizontalement.

2.3.3.1 Exprimer l'énergie mécanique du jet d'eau au point O en fonction de m, v_0, α, g et H.

Données utiles $E_p = 0$ pour $y = 0$ (surface de l'eau)

$E_m(O) = E_c(O) + E_p(O) = \frac{1}{2} m v_0^2 + m g y_O$ avec $y_O = 0$.

$E_m(O) = \frac{1}{2} m v_0^2$

2.3.3.2 Exprimer l'énergie mécanique du jet d'eau au moment de l'impact avec la mouche.

Au point I : $y_I = H$ et $v_S^2 = v_{Sx}^2 + v_{Sy}^2 = v_0^2 \cos^2\alpha$ (question 2.3.2).

$E_m(I) = \frac{1}{2} m v_S^2 + m g H$

$E_m(I) = \frac{1}{2} m v_0^2 \cos^2\alpha + m g H$

PIÈGE
Prendre une énergie cinétique nulle en I, ce qui revient à supposer la vitesse nulle au sommet.

2.3.4 En déduire que l'angle α permettant d'atteindre la mouche vérifie $\sin\alpha = \dfrac{\sqrt{2\times g\times H}}{v_0}$, puis vérifier que α vaut 74°.

Données utiles $g = 9{,}81\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$; $v_0 = 4{,}0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$; $H = 75\ \text{cm} = 0{,}75\ \text{m}$

L'action de l'air est négligée : l'énergie mécanique se conserve, $E_m(O) = E_m(I)$.

$\dfrac{1}{2}\,m\,v_0^2 = \dfrac{1}{2}\,m\,v_0^2\cos^2\alpha + m\,g\,H$, d'où, en divisant par m et en multipliant par 2 :

$v_0^2\,(1-\cos^2\alpha) = 2\,g\,H$, or $1-\cos^2\alpha = \sin^2\alpha$, donc $v_0^2\sin^2\alpha = 2\,g\,H$.

Comme $0 < \alpha < 90^\circ$, $\sin\alpha > 0$:

$$\sin\alpha = \frac{\sqrt{2\,g\,H}}{v_0} = \frac{\sqrt{2\times 9{,}81\times 0{,}75}}{4{,}0} = 0{,}959$$

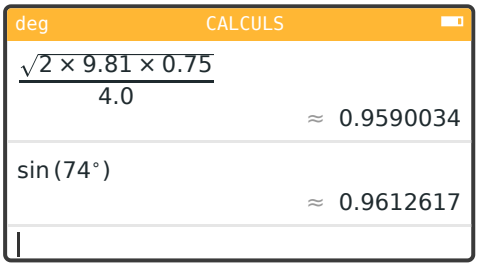
$\alpha = \arcsin(0{,}959) = 73{,}5^\circ$

$\alpha \approx 74^\circ$, valeur attendue

PIÈGE
Laisser H en centimètres. Calculatrice en mode degrés pour arcsin (touche $\sin^{-1}$).

COMPRENDRE
Cet angle est cohérent avec le texte, qui signale des tirs entre 70° et 80°.

À LA CALCULATRICE



2.4.1 À partir de la question 2.1.2, montrer que les équations horaires sont $x(t) = v_0\cos\alpha\times t$ et $y(t) = -\dfrac{1}{2}\,g\,t^2 + v_0\sin\alpha\times t$.

$\vec{a}_G = \dfrac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}$ avec $a_x = 0$ et $a_y = -g$. Par primitivation :

$v_x(t) = C_1$ et $v_y(t) = -g\,t + C_2$. À $t = 0$, $\vec{v} = \vec{v}_0$: $C_1 = v_0\cos\alpha$ et $C_2 = v_0\sin\alpha$.

$v_x(t) = v_0\cos\alpha$; $\quad v_y(t) = -g\,t + v_0\sin\alpha$

$\vec{v} = \dfrac{\mathrm{d}\overrightarrow{OG}}{\mathrm{d}t}$, d'où par primitivation :

$x(t) = v_0\cos\alpha\times t + C_3$ et $y(t) = -\dfrac{1}{2}\,g\,t^2 + v_0\sin\alpha\times t + C_4$. À $t = 0$, G est en O : $C_3 = C_4 = 0$.

$x(t) = v_0\cos\alpha\times t$ et $y(t) = -\dfrac{1}{2}\,g\,t^2 + v_0\sin\alpha\times t$

MÉTHODE
Accélération, puis vitesse, puis position : à chaque primitivation, une constante par coordonnée, fixée par les conditions initiales ($\vec{v}_0$, puis la position de départ).

2.4.2 Montrer que, pour échapper au jet d'eau, la mouche doit avoir un temps de réaction t_R inférieur ou égal à 0,39 s.

Données utiles $v_0 \sin\alpha = \sqrt{2\,g\,H}$ (Q2.3.4) ; $g = 9{,}81\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$; $H = 0{,}75\ \text{m}$

L'impact a lieu au sommet, à la date t_I où $v_y(t_I) = 0$:

$$-g\,t_I + v_0 \sin\alpha = 0, \text{ donc } t_I = \frac{v_0 \sin\alpha}{g} = \frac{\sqrt{2\,g\,H}}{g}$$

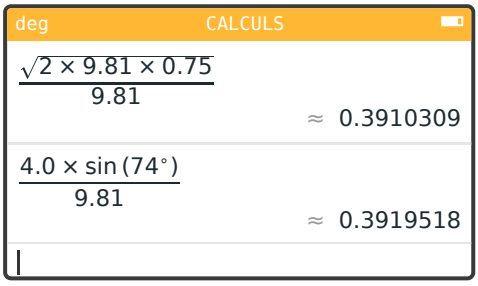
$$t_I = \frac{\sqrt{2 \times 9{,}81 \times 0{,}75}}{9{,}81} = 0{,}39\ \text{s}$$

La mouche s'échappe si elle réagit avant l'arrivée de l'eau, donc si t_R ne dépasse pas t_I.

$t_I = 0{,}39$ s, d'où la condition $t_R \leq 0{,}39$ s

COMPRENDRE
Avec $\alpha = 74^\circ$ on trouve aussi 0,39 s. Passer par $\sqrt{2gH}$ évite l'arrondi de l'angle. En toute rigueur, il faut que la mouche parte strictement avant l'impact ($t_R < t_I$).

À LA CALCULATRICE



2.4.3 En déduire que la distance d indiquée sur la figure 1 vaut environ 43 cm.

Données utiles $v_0 = 4{,}0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$; $\alpha = 74^\circ$ (Q2.3.4) ; $t_I = 0{,}391$ s (Q2.4.2)

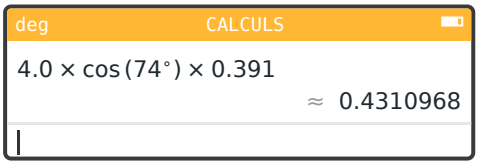
d est l'abscisse de G à la date de l'impact : $d = x(t_I) = v_0 \cos\alpha \times t_I$.

$$d = 4{,}0 \times \cos 74^\circ \times 0{,}391 = 0{,}43\ \text{m}$$

$d = 0{,}43\ \text{m} = 43\ \text{cm}$, valeur attendue

COMPRENDRE
Le résultat est sensible à l'arrondi de l'angle : avec $\alpha = 73{,}5^\circ$ non arrondi, on obtient 0,44 m. Les deux valeurs s'accordent avec « environ 43 cm » à la précision des données.

À LA CALCULATRICE



3.1 Situer le domaine des longueurs d'onde des ultraviolets par rapport à celui des radiations visibles.

Le visible s'étend d'environ 400 nm (violet) à 750 nm (rouge).

Les ultraviolets ont des longueurs d'onde plus courtes que le visible : $\lambda < 400$ nm.

PIÈGE
Confondre avec l'infrarouge, situé au-delà du rouge ($\lambda > 750$ nm).

3.2.1 Justifier l'appellation « plein spectre » de ce type de tube.

Le spectre de la figure 2 est continu de 400 nm à 750 nm environ : il contient des radiations de toutes les couleurs, du violet au rouge, comme la lumière du jour.

« Plein spectre » : le tube émet sur tout le domaine visible.

COMPRENDRE
Les pics intenses (vers 405, 436, 546 et 615 nm environ) se superposent à ce fond continu ; plusieurs coïncident avec des raies du mercure.

3.2.2 À partir du texte, indiquer le rôle du mercure dans le tube fluorescent.

Sous l'effet de la décharge électrique, la vapeur de mercure émet un rayonnement ultraviolet.

Le mercure produit le rayonnement ultraviolet que la poudre fluorescente transforme ensuite en lumière visible.

3.3.1 Nommer le niveau d'énergie E_0 et les niveaux E_1 à E_4.

E_0 est le **niveau fondamental** (énergie la plus basse) ; E_1 à E_4 sont des **niveaux excités**.

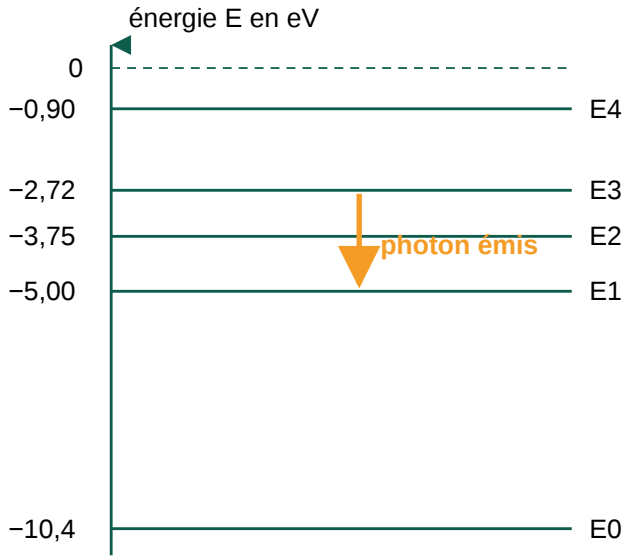
COMPRENDRE
Le niveau $E = 0$ correspond à l'atome ionisé : l'électron n'est plus lié au noyau.

3.3.2 Représenter sur la figure 3 la transition entre E_1 et E_3 qui correspond à une radiation émise, et préciser son sens.

Il s'agit d'une émission : l'atome perd de l'énergie en émettant un photon. Il passe donc du niveau le plus haut au plus bas.

Transition de E_3 vers E_1 (flèche dirigée vers le bas sur la figure 3).

PIÈGE
Flèche de E_1 vers E_3 : ce serait une absorption, pas une émission.



3.3.2 · Figure 3 complétée : transition d'émission de E3 vers E1

3.3.3 Calculer la longueur d'onde du photon émis lors de cette transition. Est-elle cohérente avec les données ?

Données utiles $E_3 = -2{,}72$ eV ; $E_1 = -5{,}00$ eV ; $h = 6{,}63 \times 10^{-34}$ J · s ; $c = 3{,}00 \times 10^{8}$ m · s^{-1} ; 1 eV $= 1{,}60 \times 10^{-19}$ J

Énergie du photon : $\Delta E = E_3 - E_1 = -2{,}72 - (-5{,}00) = 2{,}28$ eV $= 2{,}28 \times 1{,}60 \times 10^{-19}$ J.

$\Delta E = \dfrac{h\,c}{\lambda}$, donc $\lambda = \dfrac{h\,c}{E_3 - E_1}$

$$\lambda = \frac{6{,}63 \times 10^{-34} \times 3{,}00 \times 10^{8}}{2{,}28 \times 1{,}60 \times 10^{-19}} = 5{,}45 \times 10^{-7}\ \text{m}$$

$\lambda = 545$ nm : cette valeur est dans le visible (vert, 491 à 575 nm) et correspond, à 1 nm près, à la raie du mercure à 546 nm.

$\lambda = 5{,}45 \times 10^{-7}$ m $= 545$ nm, cohérent avec la raie à 546 nm

PIÈGE
Oublier de convertir l'énergie en joules : h est en J · s.

COMPRENDRE
Le petit écart avec 546 nm vient de l'arrondi des niveaux d'énergie à trois chiffres significatifs.

À LA CALCULATRICE

