Corrigé complet — Bac S 2013 Métropole rattrapage (ancien programme)

Physique-chimie, enseignement de spécialité **20 points** **3 h 30**

Ex 1	**L'ascenseur spatial** Satellite géostationnaire · Deuxième loi de Kepler · Deuxième loi de Newton · Mouvement circulaire uniforme · Vitesse de libération · Énergie cinétique	5 pts	50 min	11 questions	p. 2
Ex 2	**Autour de l'aspartame** Groupes caractéristiques · Chiralité et représentation de Cram · Spectroscopie de RMN · Rendement d'une synthèse · Mécanisme réactionnel · Protection de groupes et spectroscopie IR	10 pts	1 h 40	20 questions	p. 8
Ex 3	**Le sauna** Modes de transfert thermique · Convection et conduction · Flux thermique · Résistance thermique · Capacité thermique massique · Puissance et énergie	5 pts	50 min	8 questions	p. 15
Ex 4	**Spécialité : La quête du GRAVE** Corde vibrante · Mode fondamental · Célérité d'une onde sur une corde · Fréquence et longueur d'onde · Résolution de problème	5 pts	50 min	3 questions	p. 18

Comment s'en servir. Fais d'abord le sujet en temps limité, puis corrige-toi exercice par exercice. À gauche de chaque question, sur les carreaux : ce qu'il faut écrire sur ta copie. À droite : les pièges, ce qu'il faut comprendre et les méthodes.

L'ascenseur spatial

Bac S 2013 Métropole rattrapage (ancien programme) · Exercice 1 **5 points** **Durée conseillée 50 min**

1.1 Sans calcul, définir un satellite géostationnaire, puis donner sa vitesse et sa période dans le référentiel terrestre et dans le référentiel géocentrique.

Un satellite géostationnaire est un satellite en orbite équatoriale qui reste en permanence à la verticale du même point de l'équateur (document 1) : il paraît immobile vu du sol.

- Référentiel terrestre : le satellite est immobile, sa vitesse est nulle. Il ne décrit aucune trajectoire : il n'a pas de période de révolution dans ce référentiel.
- Référentiel géocentrique : il tourne avec la Terre et fait un tour pendant que la Terre fait un tour sur elle-même, soit $T_{\text{Géo}} = 24$ h. Sa vitesse se lit sur la droite V_O du document 2 à $z = 36 \times 10^3$ km.

Terrestre : $v = 0$. Géocentrique : $v \approx 3\ \text{km} \cdot \text{s}^{-1}$ et $T_{\text{Géo}} = 24$ h.

PIÈGE
Donner une seule vitesse. La vitesse dépend du référentiel : nulle par rapport au sol, environ $3\ \text{km} \cdot \text{s}^{-1}$ par rapport au centre de la Terre.

COMPRENDRE
Le satellite est un point de l'ascenseur : sa vitesse dans le référentiel géocentrique est la vitesse orbitale V_O tracée dans le document 2.

1.2 À partir de la deuxième loi de Kepler, montrer que le mouvement du satellite géostationnaire, de trajectoire circulaire, est uniforme.

Deuxième loi de Kepler : le segment reliant le centre de la Terre au satellite balaie des aires égales pendant des durées égales.

La trajectoire est un cercle centré sur la Terre : le segment garde une longueur constante $r = R_T + h$. Des aires balayées égales correspondent alors à des arcs de cercle de même longueur.

Le satellite parcourt donc des distances égales pendant des durées égales : la valeur de sa vitesse est constante.

Le mouvement du satellite est circulaire et **uniforme**.

PIÈGE
Citer la loi sans l'exploiter. Le lien attendu est : rayon constant, donc aires égales signifie arcs égaux, donc vitesse de valeur constante.

1.3 Donner la direction et le sens du vecteur accélération du satellite géostationnaire dans le référentiel géocentrique, puis montrer que ces résultats sont conformes à la deuxième loi de Newton.

Dans le repère de Frenet, pour un mouvement circulaire de rayon r :
$\vec{a} = \dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\,\vec{u}_T + \dfrac{v^2}{r}\,\vec{u}_N$.

Le mouvement est uniforme (1.2) : $\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = 0$, donc $\vec{a} = \dfrac{v^2}{r}\,\vec{u}_N$.
L'accélération est portée par le rayon de l'orbite et dirigée vers le centre de la Terre.

Deuxième loi de Newton. Système {satellite} de masse m, référentiel géocentrique galiléen, seule force : l'attraction gravitationnelle de la Terre $\vec{F} = \dfrac{G\,m\,M_T}{r^2}\,\vec{u}_N$.

$\vec{F} = m\,\vec{a}$ donne $\vec{a} = \dfrac{\vec{F}}{m} = \dfrac{G\,M_T}{r^2}\,\vec{u}_N$: même direction et même sens que la force, qui pointe vers le centre de la Terre.

$\vec{a}$ est **radiale** (selon la droite satellite-Terre) et **centripète** (vers le centre de la Terre), en accord avec la deuxième loi de Newton.

PIÈGE
Écrire que l'accélération est nulle parce que le mouvement est uniforme. La valeur de la vitesse est constante, mais sa direction change : $\vec{a} \neq \vec{0}$.

MÉTHODE
Deux raisonnements indépendants à confronter : la cinématique (Frenet avec v constante) puis la dynamique ($\vec{a} = \vec{F}/m$). Ils doivent donner la même direction et le même sens.

1.4 Établir l'expression de la vitesse v du satellite géostationnaire dans le référentiel géocentrique en fonction de $T_{\text{Géo}}$, R_T et h, puis calculer sa valeur.

Données utiles $R_T = 6{,}4 \times 10^3$ km ; $h = 36 \times 10^3$ km ; $T_{\text{Géo}} = 24$ h (1.1)

Le mouvement est uniforme : pendant une période $T_{\text{Géo}}$, le satellite parcourt le périmètre de son orbite, cercle de rayon $R_T + h$.

$$v = \frac{2\pi\,(R_T + h)}{T_{\text{Géo}}}$$

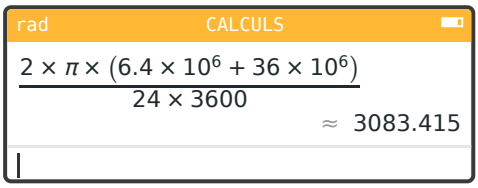
$$v = \frac{2\pi \times (6{,}4 \times 10^6 + 36 \times 10^6)}{24 \times 3600} = 3{,}1 \times 10^3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$v = 3{,}1 \times 10^3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = 3{,}1 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$

PIÈGE
Prendre h comme rayon de l'orbite : le centre du cercle est le centre de la Terre, le rayon vaut $R_T + h$. Convertir aussi les km en m et les heures en s.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme R_T et h. Le résultat confirme la lecture graphique de la question 1.1 (environ $3 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$).

À LA CALCULATRICE



1.5 D'après le texte, que faut-il « rajouter » à un satellite géostationnaire pour réaliser un ascenseur spatial ? Pourquoi est-il essentiel de placer le satellite à 36 000 km ?

Il faut ajouter au satellite un câble descendant jusqu'au sol, le long duquel montent les cabines. Pour que ce câble ne soit pas entraîné vers la Terre, il est déployé en même temps vers l'espace : la partie haute retient la partie basse.

À 36 000 km d'altitude, sur l'orbite équatoriale, le satellite est géostationnaire : il reste à la verticale du même point du sol, où l'on peut construire la base de départ.

Un câble relié au sol (et prolongé vers l'espace) ; à 36 000 km le satellite reste fixe au-dessus de la base, le câble reste donc tendu à la verticale.

COMPRENDRE
À une autre altitude, la période du satellite ne vaudrait plus 24 h : il défilerait par rapport au sol et le câble ne pourrait pas rester accroché à une base fixe.

2 Sans souci d'échelle, représenter sur un schéma la Terre, le satellite géostationnaire, le câble, la cabine à l'altitude h' et ses vecteurs vitesse ascensionnelle $\overrightarrow{V_A}$ et orbitale $\overrightarrow{V_O}$.

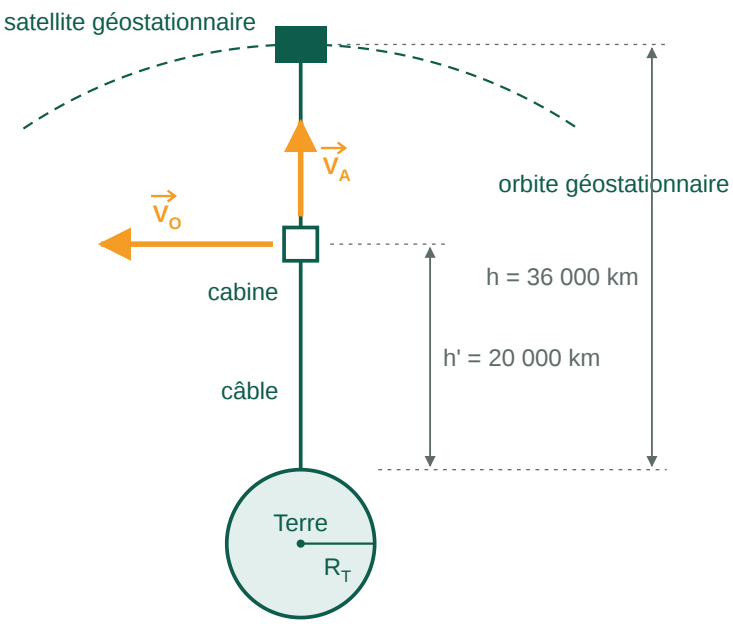
Données utiles $R_T = 6{,}4 \times 10^3$ km ; $h = 36\,000$ km ; $h' = 20\,000$ km

Voir le schéma. Les altitudes h et h' sont mesurées à partir du sol, le long du câble.

$\overrightarrow{V_A}$ est porté par le câble et dirigé vers le satellite (la cabine monte). $\overrightarrow{V_O}$ est perpendiculaire au câble, dans le sens de rotation de la Terre.

Schéma ci-dessous : $\overrightarrow{V_A}$ le long du câble, vers le haut ; $\overrightarrow{V_O}$ perpendiculaire au câble.

PIÈGE
Tracer $\overrightarrow{V_O}$ le long du câble ou $\overrightarrow{V_A}$ tangent à l'orbite. La vitesse orbitale est perpendiculaire au câble, la vitesse ascensionnelle est portée par lui.



2 · Schéma de l'ascenseur spatial (sans souci d'échelle), dans le référentiel géocentrique

2.2 Montrer que l'expression $V_O(z) = \dfrac{2\pi\,(R_T + z)}{T_{\text{Géo}}}$ est cohérente avec l'allure de la courbe de la vitesse orbitale du document 2.

En développant : $V_O(z) = \dfrac{2\pi}{T_{\text{Géo}}}\,z + \dfrac{2\pi\,R_T}{T_{\text{Géo}}}$.

$T_{\text{Géo}}$ et R_T sont constants : V_O est une fonction affine de z, de coefficient directeur positif $\dfrac{2\pi}{T_{\text{Géo}}}$ et d'ordonnée à l'origine positive $\dfrac{2\pi\,R_T}{T_{\text{Géo}}}$.

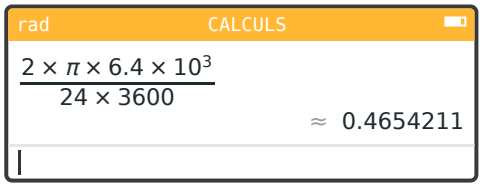
Sur le document 2, la courbe V_O est bien une droite croissante qui ne passe pas par l'origine.

$V_O(z)$ est affine et croissante : sa représentation est une droite d'ordonnée à l'origine non nulle, comme sur le document 2.

COMPRENDRE

L'ordonnée à l'origine, $2\pi R_T / T_{\text{Géo}} \approx 0{,}47\ \text{km}\cdot\text{s}^{-1}$, est la vitesse d'un point de l'équateur entraîné par la rotation de la Terre.

À LA CALCULATRICE



2.3 En faisant référence au document 1, calculer la valeur de la vitesse moyenne ascensionnelle de la cabine.

Données utiles $h = 36\,000$ km ; durée de la montée : environ 5 jours (document 1)

La cabine parcourt la longueur h du câble en une durée $\Delta t \approx 5$ jours.

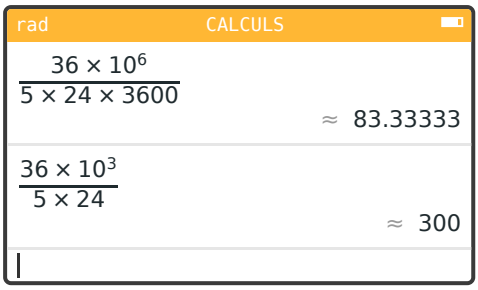
$$V_A = \frac{h}{\Delta t} = \frac{36 \times 10^6}{5 \times 24 \times 3600} = 83\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

$V_A \approx 83\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$, soit environ $8 \times 10^1\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ (environ $3 \times 10^2\ \text{km}\cdot\text{h}^{-1}$).

COMPRENDRE

La durée n'est connue qu'à un chiffre (« environ cinq » jours) : le résultat est un ordre de grandeur, proche de la vitesse d'un TGV.

À LA CALCULATRICE



2.4 Comparer la vitesse moyenne ascensionnelle à la vitesse orbitale à l'altitude h'.

Données utiles $h' = 20\,000$ km ; $R_T = 6{,}4 \times 10^3$ km ; $T_{\text{Géo}} = 24$ h ; $V_A = 83\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ (2.3)

$$V_O(h') = \frac{2\pi\,(R_T + h')}{T_{\text{Géo}}}$$

$$V_O(h') = \frac{2\pi \times (6{,}4 \times 10^6 + 20 \times 10^6)}{24 \times 3600} = 1{,}9 \times 10^3\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Cette valeur est cohérente avec la lecture du document 2 à $z = 20 \times 10^3$ km.

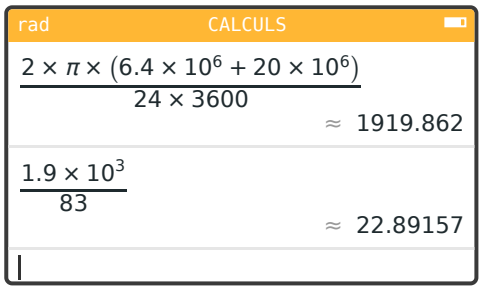
$$\frac{V_O(h')}{V_A} = \frac{1{,}9 \times 10^3}{83} \approx 23$$

$V_O(h') = 1{,}9\ \text{km} \cdot \text{s}^{-1}$: la vitesse orbitale est environ 23 fois plus grande que la vitesse ascensionnelle.

PIÈGE

Comparer sans chiffrer, ou avec des unités différentes ($\text{km} \cdot \text{s}^{-1}$ et $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$). Une comparaison se conclut par un rapport.

À LA CALCULATRICE



2.5.1 Estimer l'altitude minimale de l'ascenseur spatial pour qu'un satellite largué à son sommet s'échappe de l'attraction terrestre.

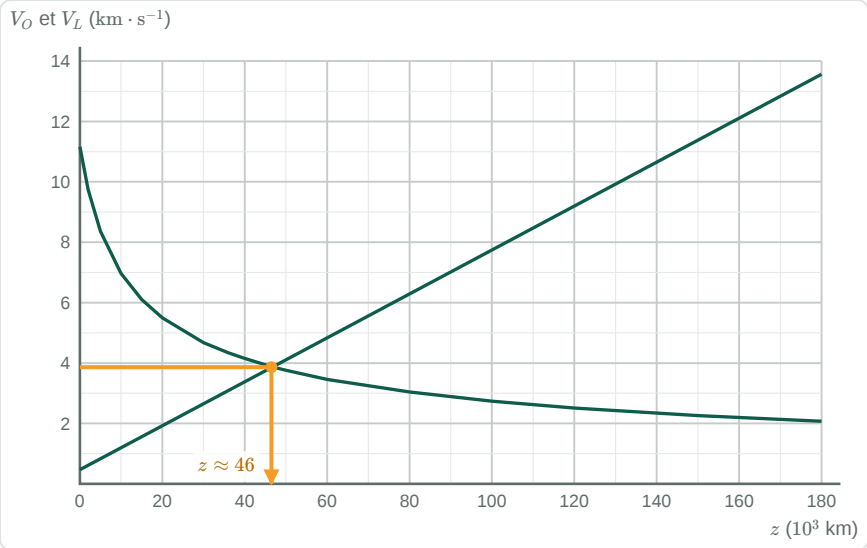
Un satellite largué sans moteur à l'altitude z possède la vitesse orbitale $V_O(z)$ du point de l'ascenseur qu'il quitte. Il s'échappe si cette vitesse atteint ou dépasse la vitesse de libération : $V_O(z) \geqslant V_L(z)$.

Sur le document 2, V_O croît et V_L décroît : la condition est remplie à partir de l'intersection des deux courbes, d'abscisse $z \approx 46 \times 10^3$ km.

Altitude minimale : $z_{\min} \approx 4{,}6 \times 10^4$ km, soit environ 46 000 km.

COMPRENDRE

Au-delà de 46 000 km, la rotation de la Terre, transmise par le câble, suffit à libérer le satellite. Le câble doit donc dépasser largement l'orbite géostationnaire.



2.5.1 · Document 2 : V_L (courbe décroissante) et V_O (droite croissante) ; lecture de l'intersection

2.5.2 Estimer l'énergie cinétique à communiquer à un satellite de masse m en orbite géostationnaire pour qu'il s'échappe de l'attraction terrestre. Comment cette énergie peut-elle lui être communiquée ?

Données utiles $m = 1{,}5 \times 10^3$ kg ; $v = 3{,}1$ km · s^{-1} (1.4) ; document 2 : $V_L \approx 4{,}4$ km · s^{-1} à $z = 36 \times 10^3$ km

Sur l'orbite géostationnaire, le satellite a la vitesse $v = 3{,}1$ km · s^{-1}. Pour s'échapper, il doit atteindre la vitesse de libération à cette altitude, lue sur le document 2 : $V_L \approx 4{,}4$ km · s^{-1}.

L'énergie cinétique à fournir est la variation :

$$\Delta E_c = \frac{1}{2} m V_L^2 - \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m (V_L^2 - v^2)$$

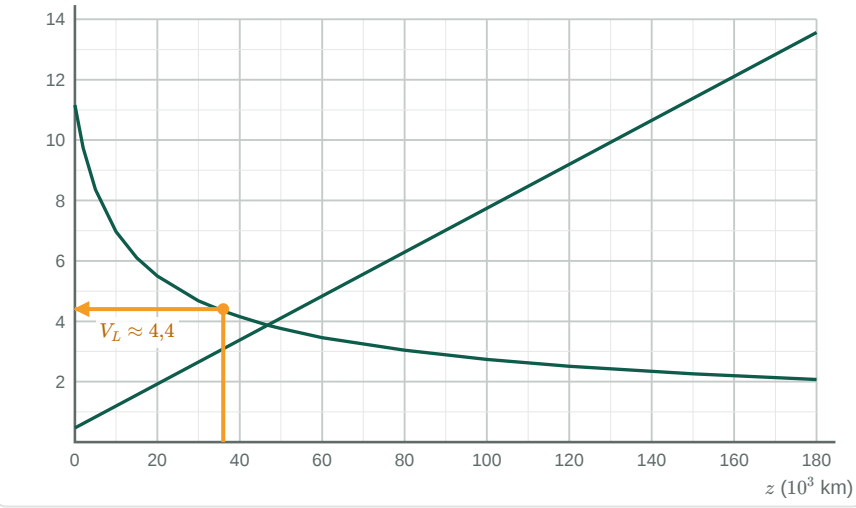
$$\Delta E_c = \frac{1}{2} \times 1{,}5 \times 10^3 \times \left[(4{,}4 \times 10^3)^2 - (3{,}1 \times 10^3)^2\right] = 7{,}3 \times 10^9 \text{ J}$$

Cette énergie peut être apportée par un moteur qui accélère le satellite.

$\Delta E_c \approx 7{,}3 \times 10^9$ J, fournie par un moteur (propulseur).

PIÈGE
Calculer $\frac{1}{2}m(V_L - v)^2$: la différence des carrés n'est pas le carré de la différence. Convertir aussi les vitesses en m · s^{-1}.

COMPRENDRE
Le satellite possède déjà de l'énergie cinétique sur son orbite : seul le complément est à fournir. En poursuivant la montée le long du câble au-delà de 46 000 km (2.5.1), aucun moteur ne serait nécessaire.



2.5.2 · Document 2 : lecture de V_L à l'altitude géostationnaire

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$0.5 \times 1.5 \times 10^3 \times \left((4.4 \times 10^3)^2 - (3.1 \times 10^3)^2\right)$
$\approx 7.3125 \times 10^9$

Autour de l'aspartame

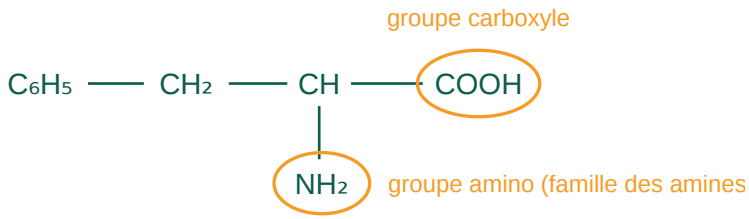
Bac S 2013 Métropole rattrapage (ancien programme) · Exercice 2 **10 points** **Durée conseillée 1 h 40**

1.1.1 Recopier la formule de la phénylalanine, puis entourer et nommer les groupes fonctionnels présents.

La molécule porte deux groupes caractéristiques (voir la figure) : le groupe carboxyle $-COOH$ et le groupe amino $-NH_2$.

Groupe **carboxyle** $-COOH$ (acide carboxylique) et groupe **amino** $-NH_2$ (amine).

PIÈGE
Entourer seulement $C{=}O$ ou seulement OH : le groupe carboxyle est l'ensemble $-COOH$. Le cycle $C_6H_5{}^-$ n'est pas un groupe caractéristique attendu ici.



1.1.1 · Phénylalanine : les deux groupes caractéristiques entourés

1.1.2 Identifier l'atome de carbone asymétrique. Comment peut-on alors qualifier une telle molécule ?

L'atome de carbone qui porte le groupe $-NH_2$ est lié à quatre atomes ou groupes d'atomes tous différents : $-H$, $-NH_2$, $-COOH$ et $-CH_2-C_6H_5$. C'est un atome de carbone asymétrique, noté C^* :

$$C_6H_5-CH_2-C^*H(NH_2)-COOH$$

La molécule possède un seul atome de carbone asymétrique : elle n'est pas superposable à son image dans un miroir.

Le carbone asymétrique est celui qui porte $-NH_2$; la molécule est **chirale**.

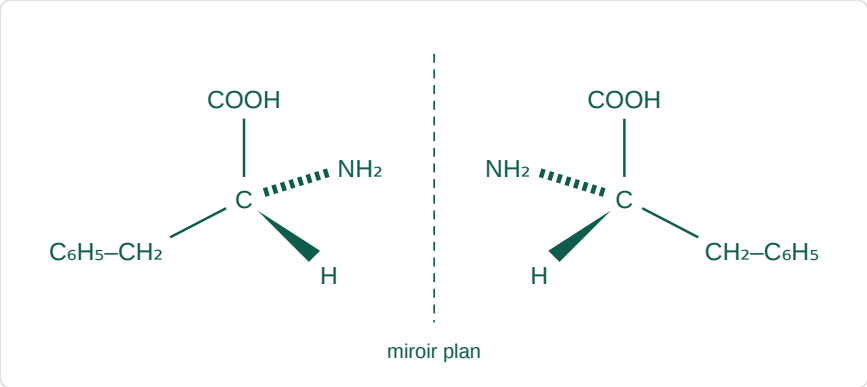
COMPRENDRE
La chiralité, le carbone asymétrique, les énantiomères et la représentation de Cram (questions 1.1.2 et 1.1.3) ne figurent plus au programme de la spécialité actuelle ; ils étaient exigibles en Terminale S.

1.1.3 Donner les représentations de Cram des deux énantiomères de la phénylalanine.

On place le carbone asymétrique au centre, deux liaisons dans le plan de la feuille (trait plein), une liaison vers l'avant (triangle plein) et une vers l'arrière (hachures). Le second énantiomère est l'image du premier dans un miroir plan.

Les deux énantiomères sont représentés sur la figure ; ils ne sont pas superposables.

MÉTHODE
Pour obtenir l'autre énantiomère sans se tromper : dessiner l'image dans un miroir, ou bien échanger deux des quatre substituants du carbone asymétrique, et deux seulement.



1.1.3 · Les deux énantiomères de la phénylalanine, images l'un de l'autre dans un miroir

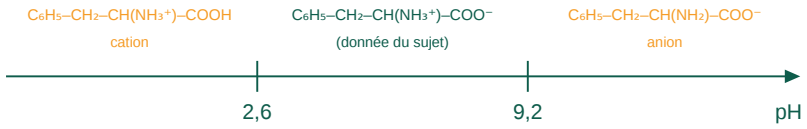
1.1.4 Recopier le diagramme de prédominance et indiquer les structures des espèces qui prédominent à pH < 2,6 et à pH > 9,2.

En milieu acide (pH < 2,6), le groupe $-COO-$ a capté un ion H^+ : l'espèce prédominante est le cation $C_6H_5-CH_2-CH(NH_3^+)-COOH$.

En milieu basique (pH > 9,2), le groupe $-NH_3^+$ a cédé un ion H^+ : l'espèce prédominante est l'anion $C_6H_5-CH_2-CH(NH_2)-COO^-$.

pH < 2,6 : $C_6H_5-CH_2-CH(NH_3^+)-COOH$; pH > 9,2 : $C_6H_5-CH_2-CH(NH_2)-COO^-$

COMPRENDRE
Quand le pH augmente, on passe d'une espèce à la suivante en retirant un seul H^+ : la charge globale vaut $+1$, puis 0, puis -1. Le premier H^+ cédé est celui du groupe carboxyle, le plus acide.



1.1.4 · Diagramme de prédominance complété (en orange : les formes ajoutées)

1.2.1 Attribuer les signaux du spectre de RMN à chaque hydrogène (ou groupe d'hydrogènes équivalents) de l'acide aspartique.

Données utiles $R-CH_2-CO-R'$: 2,0 – 4,0 ppm ; $R-COOH$: 9,5 – 13 ppm ; $R-NH_2$: 1,0 – 5,0 ppm

Formule semi-développée : $HOOC-CH_2-CH(NH_2)-COOH$.

- Singulet large à 11 ppm, intégration 2 : les deux protons des deux groupes $-COOH$ (domaine 9,5 – 13 ppm).
- Singulet très large vers 2 ppm, intégration 2 : les deux protons du groupe $-NH_2$ (domaine 1,0 – 5,0 ppm, pas de couplage).
- Doublet à 2,7 ppm, intégration 2 : les deux protons du groupe $-CH_2-$ (domaine 2,0 – 4,0 ppm), couplés au seul proton du CH voisin.
- Triplet à 3,8 ppm, intégration 1 : le proton du groupe CH.

11 ppm : $COOH$ (×2) ; 3,8 ppm : CH ; 2,7 ppm : CH_2 ; 2 ppm : NH_2

COMPRENDRE
La spectroscopie de RMN (questions 1.2.1 et 1.2.2) ne figure plus au programme de la spécialité actuelle ; elle était exigible en Terminale S.

MÉTHODE
Croiser trois informations pour chaque signal : le déplacement chimique (table), l'intégration (nombre de protons) et la multiplicité (nombre de voisins). Ici l'intégration suffit à distinguer CH (1) de CH_2 (2).

1.2.2 Interpréter la multiplicité du signal pour le triplet à 3,8 ppm.

Le proton du groupe CH a pour voisins les deux protons équivalents du groupe $-CH_2-$, portés par l'atome de carbone adjacent. Avec $n = 2$ voisins, la règle des $(n+1)$-uplets donne $2+1=3$ pics.

Deux protons voisins : signal à $2+1=3$ pics, un **triplet**.

PIÈGE
Compter les protons de $-NH_2$ ou de $-COOH$ parmi les voisins : les protons liés à N ou à O ne donnent pas de couplage (d'où leurs singulets).

2.1 À l'aide des documents, dégager dans un tableau les avantages et les inconvénients de chacun des trois protocoles.

Données utiles phénylalanine : 16,90 € les 25 g ; méthanol : 10,90 € le litre ; triméthylchlorosilane : 23,30 € les 100 mL ; chlorure de thionyle : 22,90 € les 100 mL ; acide sulfurique : 8,80 € le litre

Coût des espèces chimiques engagées :

- protocole 1 : $16{,}90 \times \frac{10}{25} + 23{,}30 \times \frac{15}{100} + 10{,}90 \times \frac{60}{1000} = 10{,}91$ € ;
- protocole 2 : $16{,}90 \times \frac{10}{25} + 22{,}90 \times \frac{6}{100} + 10{,}90 \times \frac{100}{1000} = 9{,}22$ € ;
- protocole 3 : $16{,}90 \times \frac{15}{25} + 8{,}80 \times \frac{5}{1000} + 10{,}90 \times \frac{27+125}{1000} = 11{,}84$ €, pour 15 g de phénylalanine au lieu de 10 g.

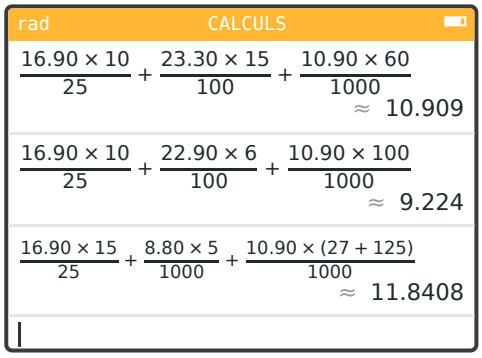
	Avantages	Inconvénients
1	rendement 96 % température ambiante	durée 12 h réactif inflammable, toxique, corrosif
2	rendement 97 % coût le plus faible produit recristallisé	durée 24 h réactif nocif, corrosif plus d'étapes
3	durée 4 h acide sulfurique : seulement corrosif	rendement 67 % chauffage à 85 °C plus de méthanol

Protocoles 1 et 2 : bons rendements, mais lents et réactifs plus dangereux ; protocole 3 : rapide et moins dangereux, mais rendement de 67 % seulement.

COMPRENDRE
Le méthanol, toxique et inflammable, est commun aux trois protocoles : il ne les départage pas. Le protocole 3 en consomme toutefois 152 mL, contre 60 mL et 100 mL.

MÉTHODE
Pour comparer des protocoles, passer en revue les mêmes critères pour chacun : rendement, durée, sécurité (pictogrammes), coût, conditions opératoires. Un tableau évite d'en oublier un.

À LA CALCULATRICE



2.2.1 En analysant la nature des réactifs utilisés, quelles précautions opératoires faut-il impérativement respecter pour mettre en œuvre ce protocole ?

Le méthanol est toxique par inhalation, ingestion et contact cutané, et ses vapeurs sont très inflammables. L'acide sulfurique concentré provoque des brûlures de la peau et des lésions oculaires graves.

Porter blouse, gants et lunettes ; travailler sous hotte aspirante ; éloigner toute flamme (chauffage électrique).

COMPRENDRE
Chaque précaution répond à une mention de danger : gants et lunettes pour le caractère corrosif et la toxicité cutanée, hotte pour l'inhalation, absence de flamme pour l'inflammabilité.

2.2.2 L'estérification est une réaction lente. Comment la transformation chimique a-t-elle été accélérée dans ce protocole ?

Deux facteurs sont utilisés :

- le chauffage à reflux : la température est un facteur cinétique, la vitesse augmente quand elle s'élève ;
- l'ajout d'acide sulfurique, qui joue le rôle de catalyseur.

La transformation est accélérée par le **chauffage** (à reflux) et par un **catalyseur** (l'acide sulfurique).

PIÈGE
Dire que le reflux accélère la réaction : c'est le chauffage qui accélère. Le réfrigérant du montage à reflux sert à condenser les vapeurs pour éviter les pertes de matière.

2.2.3 Dans le cas précis de cette synthèse, justifier l'impossibilité d'évaluer la durée de la transformation par un suivi par chromatographie sur couche mince.

Lors d'un suivi par CCM, la fin de la transformation est repérée par la disparition de la tache du réactif limitant.

Ici la double flèche de l'équation indique que la transformation n'est pas totale : elle conduit à un état d'équilibre dans lequel la phénylalanine, réactif limitant, reste présente avec l'ester. Sa tache ne disparaît jamais, et les mêmes taches apparaissent sur toutes les plaques réalisées en cours de synthèse.

La transformation est limitée : la tache du réactif limitant ne disparaît pas, la CCM ne permet pas de repérer la fin de la transformation.

2.2.4 Évaluer le rendement de cette synthèse organique en expliquant la démarche suivie.

Données utiles $m = 16{,}5$ g ; $V = 40$ mL ; $m' = 11{,}4$ g ; $M_{\text{phé}} = 165\ \text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$; $M_{\text{méth}} = 32\ \text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$; $M_{\text{ester}} = 179\ \text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$; $\rho_{\text{méth}} = 0{,}79\ \text{g}\cdot\text{mL}^{-1}$

Quantités initiales :

$$n_{\text{phé}} = \frac{m}{M_{\text{phé}}} = \frac{16{,}5}{165} = 0{,}100 \text{ mol} \qquad n_{\text{méth}} = \frac{\rho_{\text{méth}}\, V}{M_{\text{méth}}} = \frac{0{,}79 \times 40}{32} = 0{,}99 \text{ mol}$$

Les nombres stœchiométriques valent tous 1 et $n_{\text{phé}} < n_{\text{méth}}$: la phénylalanine est le réactif limitant, donc $x_{\max} = 0{,}100$ mol.

Masse maximale d'ester (transformation supposée totale) : $m_{\max} = x_{\max}\, M_{\text{ester}} = 0{,}100 \times 179 = 17{,}9$ g.

Rendement :

$$\eta = \frac{m'}{m_{\max}} = \frac{11{,}4}{17{,}9} = 0{,}637$$

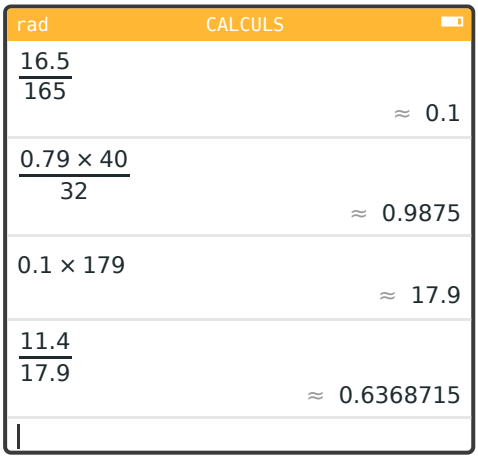
$\eta = 63{,}7\ \%$

PIÈGE
Calculer le rendement sans vérifier quel réactif est limitant, ou diviser m' par la masse m de phénylalanine : le rendement compare la masse obtenue à la masse maximale d'ester.

COMPRENDRE
Trois chiffres significatifs, comme m, m' et les masses molaires. Le volume de méthanol (deux chiffres) ne sert qu'à montrer qu'il est en excès : il ne limite pas la précision du résultat.

MÉTHODE
Rendement d'une synthèse : 1) quantités initiales ; 2) réactif limitant et $x_{\max}$; 3) masse maximale de produit ; 4) rapport masse obtenue sur masse maximale.

À LA CALCULATRICE



2.3.1 Quelle espèce chimique introduite dans le milieu réactionnel apporte les ions H^+ nécessaires ?

Les ions H^+ sont apportés par l'**acide sulfurique** (solution aqueuse concentrée).

COMPRENDRE
Les ions H^+ consommés à la première étape sont restitués à la fin du mécanisme : ils n'apparaissent pas dans l'équation de la réaction. C'est ce qui caractérise un catalyseur.

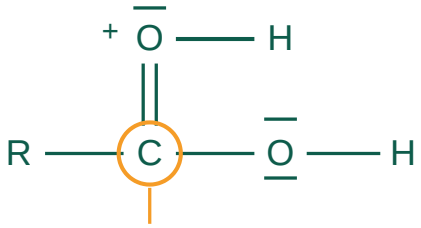
2.3.2 Représenter la formule simplifiée de la molécule obtenue à l'issue de la première étape et localiser l'atome accepteur de doublets d'électrons de la liaison C=O.

Données utiles $\chi(O) > \chi(C)$

L'oxygène étant plus électronégatif que le carbone, la liaison $C{=}O$ est polarisée : l'atome de carbone porte une charge partielle positive δ^+. Il est appauvri en électrons.

L'atome accepteur de doublets d'électrons est l'**atome de carbone** du groupe $C{=}O$ (voir la figure).

COMPRENDRE
Dans la molécule protonée, l'oxygène chargé $+$ attire encore plus les électrons de la double liaison : le carbone est davantage appauvri, donc plus accepteur. Le méthanol l'attaque alors plus facilement.



atome de carbone : site accepteur de doublets

2.3.2 · Molécule obtenue à l'issue de la première étape

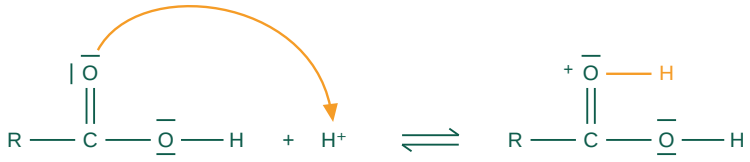
2.3.3 Reproduire la première étape du mécanisme et relier par une flèche courbe les sites donneur et accepteur d'électrons afin d'expliquer la formation de la nouvelle liaison.

Site donneur : l'atome d'oxygène du groupe $C{=}O$, par l'un de ses doublets non liants. Site accepteur : l'ion H^+, déficitaire en électrons.

La flèche courbe part du doublet non liant de l'oxygène et pointe vers H^+ : ce doublet devient le doublet liant de la nouvelle liaison $O{-}H$.

Flèche courbe du doublet non liant de O (donneur) vers H^+ (accepteur) : voir la figure.

PIÈGE
Tracer la flèche de H^+ vers l'oxygène. Une flèche courbe représente le déplacement d'un doublet d'électrons : elle part toujours du site donneur, et H^+ ne possède aucun électron.



2.3.3 · Première étape : la flèche courbe part du doublet non liant de O et pointe vers H^+

3.1 Donner le nom du groupe caractéristique créé lors de la synthèse de l'aspartame.

La réaction d'un groupe carboxyle avec un groupe amino forme l'enchaînement $-CO-NH^-$.

Le groupe créé est le groupe **amide**.

PIÈGE
Répondre « amine » ou « cétone » en lisant séparément NH et $C{=}O$: l'atome d'azote lié au carbone d'un $C{=}O$ forme un seul groupe, le groupe amide.

3.2 La CCM du milieu réactionnel en fin de synthèse montre plusieurs taches à des hauteurs différentes de celles des réactifs. Proposer une explication, sachant que l'eau n'apparaît pas sur la plaque.

Des taches différentes de celles des réactifs correspondent à des produits ; l'eau étant invisible, plusieurs produits organiques se sont formés.

Chaque molécule d'acide aspartique porte un groupe amino et deux groupes carboxyle, et l'ester de la phénylalanine porte lui aussi un groupe amino. Plusieurs réactions entre un groupe carboxyle et un groupe amino sont donc possibles :

- le groupe amino de l'ester avec l'un ou l'autre des deux groupes carboxyle de l'acide aspartique ;
- le groupe amino d'une molécule d'acide aspartique avec un groupe carboxyle d'une autre molécule d'acide aspartique.

Les réactifs portent plusieurs groupes capables de réagir : la synthèse n'est pas sélective et donne un mélange de produits, dont l'aspartame.

3.3 Écrire la formule semi-développée d'une molécule autre que l'aspartame présente dans le milieu réactionnel à la fin de la synthèse.

Exemple : le groupe amino de l'ester a réagi avec l'autre groupe carboxyle de l'acide aspartique, celui qui est lié au groupe $-CH_2-$. On obtient un isomère de l'aspartame.

$HOOC-CH(NH_2)-CH_2-CO-NH-CH(CH_2-C_6H_5)-COO-CH_3$

COMPRENDRE
Autre réponse acceptable : le dipeptide formé par deux molécules d'acide aspartique, le groupe amino de l'une ayant réagi avec un groupe carboxyle de l'autre. Toute molécule proposée doit contenir un groupe amide.

3.4.1 Écrire la formule semi-développée de l'acide aspartique protégé.

Dans la molécule obtenue, G est fixé sur le groupe carboxyle lié au $-CH_2-$ et G' sur l'atome d'azote. Le groupe carboxyle resté libre est celui qui réagit avec l'ester de la phénylalanine.

$G-O-CO-CH_2-CH(NH-G')-COOH$

COMPRENDRE
Protéger un groupe, c'est le transformer temporairement pour l'empêcher de réagir. Il ne reste alors qu'un seul groupe carboxyle et aucun groupe amino libres sur l'acide aspartique : une seule réaction est possible, la synthèse devient sélective.

3.4.2 Que faut-il faire ensuite pour obtenir l'aspartame à partir de ce dérivé ?

Il faut retirer les groupes protecteurs G et G' pour retrouver le groupe carboxyle $-COOH$ et le groupe amino $-NH_2$, sans modifier le reste de la molécule.

Il faut réaliser une **déprotection** des deux groupes protégés.

3.5 À l'aide de la table des nombres d'onde, expliquer s'il est judicieux d'utiliser la spectroscopie infrarouge pour s'assurer de l'obtention d'aspartame.

Données utiles N–H amine : 3300 – 3500 cm^{-1} ; N–H amide : 3100 – 3500 cm^{-1} ; O–H acide : 2500 – 3200 cm^{-1} ; C=O acide : 1700 – 1725 cm^{-1} ; C=O ester : 1735 – 1750 cm^{-1} ; C=O amide : 1630 – 1700 cm^{-1}

La transformation crée un groupe amide : on attend les bandes de la liaison N–H d'un amide (3100 – 3500 cm^{-1}) et de sa liaison C=O (1630 – 1700 cm^{-1}).

Mais l'aspartame conserve un groupe carboxyle, un groupe amino et un groupe ester, déjà présents dans les réactifs. La bande N–H de l'amide est masquée par celles de l'amine (3300 – 3500 cm^{-1}) et par la bande large O–H de l'acide (2500 – 3200 cm^{-1}). La bande C=O de l'amide est contiguë à celle de l'acide (1700 – 1725 cm^{-1}) et proche de celle de l'ester : elles risquent de se chevaucher.

De plus, les autres produits de la synthèse (Q3.2) possèdent les mêmes groupes caractéristiques que l'aspartame, donc des spectres très voisins.

Ce n'est pas judicieux : le spectre IR ne permet pas de distinguer nettement l'aspartame des réactifs, ni des autres produits formés.

COMPRENDRE

Un spectre infrarouge identifie des liaisons, donc des groupes caractéristiques, pas l'enchaînement des atomes. Deux isomères portant les mêmes groupes ne sont pas distingués par cette technique.

Le sauna

Bac S 2013 Métropole rattrapage (ancien programme) · Exercice 3 **5 points** **Durée conseillée 50 min**

1.1 Caractériser les transferts thermiques principaux lors du chauffage, par le poêle, de l'air de la pièce puis des pierres : mode de transfert, avec ou sans déplacement de matière.

Air de la pièce : l'air chauffé au contact du poêle s'élève et se mélange au reste de l'air ; le transfert se fait par **convection**, avec déplacement de matière.

Pierres : elles sont posées sur le poêle, solide contre solide ; le transfert se fait par **conduction**, sans déplacement de matière.

Air : convection, avec déplacement de matière. Pierres : conduction, sans déplacement de matière.

PIÈGE
Répondre « rayonnement » pour l'air. Le poêle rayonne, mais le sujet demande le mode principal, et l'air absorbe très peu ce rayonnement.

COMPRENDRE
La convection n'existe que dans un fluide (liquide ou gaz), car la matière doit pouvoir circuler. Dans un solide, l'agitation thermique se transmet de proche en proche : c'est la conduction.

	Chauffage par le poêle de l'air de la pièce	Chauffage par le poêle des pierres
Mode de transfert thermique principal	Convection	Conduction
Avec ou sans déplacement de matière	Avec	Sans

1.1 · Tableau du sujet complété

1.2 Que symbolisent les flèches représentées sur la figure 1 de la notice du constructeur ?

Les flèches indiquent le trajet de l'air dans la pièce : l'air chauffé par le poêle monte, longe le plafond, redescend du côté des banquettes en se refroidissant, puis revient vers le poêle ou sort par la trappe (c).

Les flèches figurent la circulation de l'air par convection à l'intérieur de la pièce.

COMPRENDRE
L'air chaud est moins dense que l'air froid : il s'élève, tandis que l'air plus froid descend. Cette circulation en boucle répartit l'énergie thermique dans toute la pièce.

1.3 Donner une raison justifiant le choix de l'emplacement de l'entrée de l'air, puis de l'emplacement de la sortie de l'air.

Entrée (a) ou (b) : l'air frais arrive tout près du poêle, juste au-dessus ou juste en dessous. Il est ainsi chauffé dès son entrée et entraîné dans le courant de convection, ce qui le mélange bien à l'air chaud.

Sortie (c) : la trappe est en bas, sous les banquettes, à l'opposé de l'entrée. L'air frais ne peut donc pas ressortir directement : il doit traverser toute la pièce, et c'est l'air refroidi, descendu en fin de boucle, qui est évacué.

Entrée près du poêle : air frais chauffé et brassé aussitôt. Sortie basse et éloignée : pas d'évacuation directe de l'air frais, toute la pièce est balayée.

MÉTHODE
Pour une question « justifier un choix » sur document, citer l'élément du document (ici la notice : mélange efficace, sortie « le plus loin possible ») puis l'expliquer par un argument physique.

1.4 En s'appuyant sur les caractéristiques du poêle choisi, montrer que ce choix est adapté aux besoins du particulier.

Données utiles pièce de 2,0 m × 2,0 m × 3,0 m ; poêle DI 10 prévu pour un sauna de 8,0 m³ à 15,0 m³

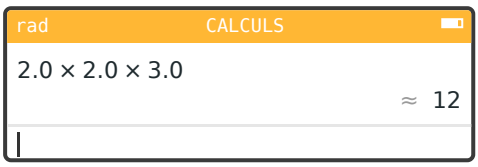
Volume de la pièce : $V = 2{,}0 \times 2{,}0 \times 3{,}0 = 12\ \text{m}^3$.

Le constructeur prévoit ce poêle pour un volume compris entre $8{,}0\ \text{m}^3$ et $15{,}0\ \text{m}^3$.

$8{,}0\ \text{m}^3 < V = 12\ \text{m}^3 < 15{,}0\ \text{m}^3$: le poêle est adapté à la pièce.

COMPRENDRE
Les dimensions sont données avec deux chiffres significatifs : le volume s'écrit avec deux chiffres, $12\ \text{m}^3$.

À LA CALCULATRICE



2.1 Comparer, sans calcul numérique, le flux thermique traversant une paroi de sapin et une paroi de béton. Formuler un conseil au particulier.

Données utiles $\lambda_{\text{sapin}} = 0{,}15\ \text{W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$; $\lambda_{\text{béton}} = 1{,}75\ \text{W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$; $R_{th} = \dfrac{e}{\lambda S}$; $\Phi = \dfrac{\Delta T}{R_{th}}$

En combinant les deux relations du sujet :

$$\Phi = \frac{\Delta T}{R_{th}} = \frac{\lambda\, S\, \Delta T}{e}$$

Pour deux parois de même épaisseur e, de même surface S et soumises au même écart de température ΔT, le flux est proportionnel à la conductivité thermique λ.

Or $\lambda_{\text{béton}} > \lambda_{\text{sapin}}$, donc $\Phi_{\text{béton}} > \Phi_{\text{sapin}}$: la paroi de béton laisse passer davantage d'énergie par seconde vers l'extérieur.

$\Phi_{\text{béton}} > \Phi_{\text{sapin}}$: il faut conseiller le sapin, qui isole mieux et limite les pertes thermiques.

PIÈGE
Comparer sans préciser « à épaisseur, surface et écart de température identiques ». Sans cette hypothèse, la comparaison des conductivités ne suffit pas à comparer les flux.

COMPRENDRE
Plus λ est petit, plus la résistance thermique est grande et meilleur est l'isolant. Ici le rapport des conductivités, donc des flux, est proche de 12.

2.2 Quelle épaisseur de béton serait équivalente, en termes d'isolation thermique, à une paroi en sapin de 5,0 cm d'épaisseur ?

Données utiles $e_{\text{sapin}} = 5{,}0\ \text{cm}$; $\lambda_{\text{sapin}} = 0{,}15\ \text{W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$; $\lambda_{\text{béton}} = 1{,}75\ \text{W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$

Deux parois isolent de la même façon si elles ont la même résistance thermique : $R_{th}(\text{béton}) = R_{th}(\text{sapin})$.

Pour une même surface S :

$$\frac{e_{\text{béton}}}{\lambda_{\text{béton}}\, S} = \frac{e_{\text{sapin}}}{\lambda_{\text{sapin}}\, S} \quad \text{donc} \quad e_{\text{béton}} = e_{\text{sapin}} \times \frac{\lambda_{\text{béton}}}{\lambda_{\text{sapin}}}$$

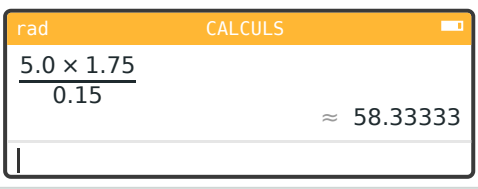
$$e_{\text{béton}} = 5{,}0 \times \frac{1{,}75}{0{,}15} = 58\ \text{cm}$$

$e_{\text{béton}} = 58\ \text{cm}$, soit $0{,}58$ m de béton pour remplacer $5{,}0$ cm de sapin.

COMPRENDRE
Un mur de près de 60 cm serait irréaliste : ce résultat confirme le conseil de la question 2.1.

MÉTHODE
La relation est un rapport d'épaisseurs : on peut laisser e_{sapin} en centimètres, le résultat sort alors en centimètres. La surface S se simplifie, il est inutile de la calculer.

À LA CALCULATRICE



3.1 En supposant que toute la puissance du poêle sert à chauffer les pierres, déterminer la durée Δt nécessaire pour porter 20 kg de pierre de 25 °C à 250 °C.

Données utiles $P = 10{,}00$ kW ; $m = 20$ kg ; stéatite : $c = 980\ \text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$; $\theta_i = 25\ ^\circ\text{C}$; $\theta_f = 250\ ^\circ\text{C}$

Système {pierres}, solide incompressible. Sa variation d'énergie interne est $\Delta U = m\,c\,(\theta_f - \theta_i)$.

D'après l'hypothèse, toute l'énergie fournie par le poêle pendant Δt, soit $E = P\,\Delta t$, est reçue par les pierres : $\Delta U = E$.

$$m\,c\,(\theta_f - \theta_i) = P\,\Delta t \quad \text{donc} \quad \Delta t = \frac{m\,c\,(\theta_f - \theta_i)}{P}$$

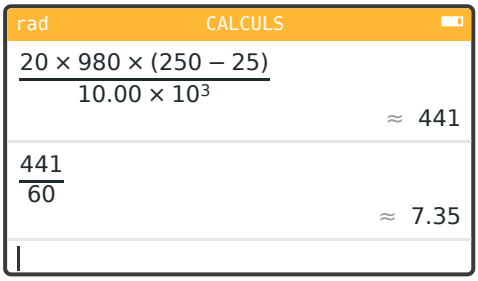
$$\Delta t = \frac{20 \times 980 \times (250 - 25)}{10{,}00 \times 10^3} = 4{,}4 \times 10^2\ \text{s}$$

$\Delta t = 4{,}4 \times 10^2$ s, soit environ 7 min.

PIÈGE
Laisser la puissance en kilowatts : il faut $P = 10{,}00 \times 10^3$ W pour obtenir des secondes. Prendre la masse maximale du tableau (22 kg) au lieu des 20 kg de l'énoncé est une autre erreur.

COMPRENDRE
Un écart de température a la même valeur en °C et en K : $250 - 25 = 225\ ^\circ\text{C} = 225$ K. Aucune conversion n'est nécessaire.

À LA CALCULATRICE



3.2 D'après la notice, l'hypothèse précédente est-elle vérifiée ? Proposer une explication.

Données utiles $\Delta t \approx 7$ min (3.1) ; notice : préchauffage de 40 à 70 min

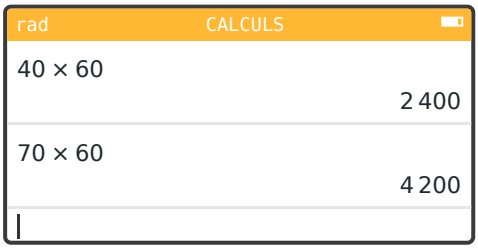
La notice annonce un préchauffage de 40 à 70 min, soit $2{,}4 \times 10^3$ s à $4{,}2 \times 10^3$ s. La durée calculée, environ 7 min, est 5 à 10 fois plus courte : l'hypothèse n'est pas vérifiée.

Explication : l'énergie fournie par le poêle ne sert pas seulement à chauffer les pierres. Une grande partie chauffe l'air de la pièce, les parois et les banquettes, et une autre est perdue vers l'extérieur à travers les parois et par l'air évacué.

Hypothèse non vérifiée : 7 min calculées contre 40 à 70 min annoncées, car le poêle chauffe aussi l'air et les parois, avec des pertes vers l'extérieur.

MÉTHODE
Pour valider une hypothèse, comparer la valeur calculée à la valeur du document dans la même unité, chiffrer l'écart, puis chercher ce que le modèle a négligé.

À LA CALCULATRICE



Spécialité : La quête du GRAVE

Bac S 2013 Métropole rattrapage (ancien programme) · Exercice 4 **5 points** **Durée conseillée 50 min**

1 Donner la relation liant la fréquence f du mode fondamental, la longueur L de la corde et la célérité v de l'onde, puis montrer qu'elle s'écrit $f = \dfrac{1}{2L}\sqrt{\dfrac{T}{\mu}}$.

Données utiles document 1 : $L = \dfrac{\lambda}{2}$ et $v = \sqrt{\dfrac{T}{\mu}}$

La longueur d'onde vérifie $\lambda = \dfrac{v}{f}$, donc $f = \dfrac{v}{\lambda}$. Dans le mode fondamental, $L = \dfrac{\lambda}{2}$, soit $\lambda = 2L$:

$$f = \frac{v}{2L}$$

Comme $v = \sqrt{\dfrac{T}{\mu}}$, on obtient bien la relation demandée.

$$\boxed{f = \frac{v}{2L} = \frac{1}{2L}\sqrt{\frac{T}{\mu}}}$$

COMPRENDRE
Cet exercice appartenait à l'enseignement de spécialité de l'ancien Bac S. La relation $\lambda = \dfrac{v}{f}$ figure toujours au programme actuel.

2 Avec la même tension et la même masse linéique que la corde « mi_0 » de la contrebasse, que dire de la longueur L_{-1} nécessaire pour émettre un do_{-1} ? Quelle difficulté rencontre le luthier ?

Données utiles document 2 : $f_{\text{mi}_0} = 41{,}2$ Hz, $f_{\text{do}_{-1}} = 16{,}3$ Hz ; $L_0 = 1{,}05$ m ; document 3 : cordes de $2{,}18$ m ; $f = \dfrac{v}{2L}$ (1)

Si T et μ sont les mêmes pour les deux cordes, la célérité v est la même, et le produit $f \times L = \dfrac{v}{2}$ aussi :

$f_{\text{do}_{-1}} \times L_{-1} = f_{\text{mi}_0} \times L_0$, d'où $L_{-1} = \dfrac{f_{\text{mi}_0}}{f_{\text{do}_{-1}}} \times L_0$

$$L_{-1} = \frac{41{,}2}{16{,}3} \times 1{,}05 = 2{,}65 \text{ m}$$

Difficulté. Cette corde serait plus longue que celles prévues par le cahier des charges ($2{,}18$ m), pour un instrument qui mesure déjà environ 4 m. Le luthier ne peut donc pas se contenter d'allonger la corde.

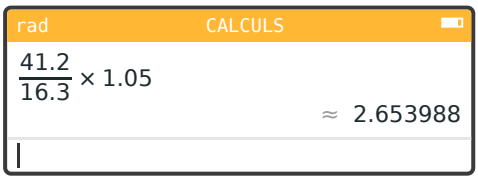
$\boxed{L_{-1} = 2{,}65 \text{ m}}$, supérieure aux $2{,}18$ m imposés.

PIÈGE
Inverser le rapport des fréquences. Un son plus grave demande une corde plus longue : L_{-1} doit être supérieure à L_0. Un résultat de $0{,}415$ m signale l'erreur.

COMPRENDRE
Trois chiffres significatifs, comme toutes les données. La notion de hauteur d'une note n'est plus au programme actuel de spécialité.

MÉTHODE
Quand T et μ ne changent pas, $f \times L$ est constant : fréquence et longueur sont inversement proportionnelles. Le rapport des fréquences donne directement le rapport des longueurs, sans calculer v.

À LA CALCULATRICE



3 Problème. Sans l'hypothèse précédente, quelle(s) solution(s) technique(s) le luthier peut-il proposer pour que, en respectant le cahier des charges, une même corde de l'octobasse puisse émettre un do$_{-1}$ et aussi un ré$_{-1}$?

Données utiles $L = 2{,}18$ m à vide ; $f_{\text{do}_{-1}} = 16{,}3$ Hz ; $f_{\text{ré}_{-1}} = 18{,}3$ Hz ; $f_{\text{mi}_0} = 41{,}2$ Hz ; $L_0 = 1{,}05$ m ; $f = \dfrac{1}{2L}\sqrt{\dfrac{T}{\mu}}$ (1) ; $L_{-1} = 2{,}65$ m (2)

1. Obtenir le do$_{-1}$ à vide avec $L = 2{,}18$ m. La longueur est imposée et inférieure à $2{,}65$ m (2). D'après $f = \dfrac{1}{2L}\sqrt{\dfrac{T}{\mu}}$, il faut alors diminuer le rapport $\dfrac{T}{\mu}$, c'est-à-dire la célérité $v = 2Lf$:

corde de l'octobasse : $v = 2 \times 2{,}18 \times 16{,}3 = 71{,}07 \approx 71{,}1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

corde « mi$_0$ » de la contrebasse : $v_0 = 2 \times 1{,}05 \times 41{,}2 = 86{,}52 \approx 86{,}5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

$$\frac{T/\mu}{T_0/\mu_0} = \left(\frac{v}{v_0}\right)^2 = \left(\frac{71{,}07}{86{,}52}\right)^2 = 0{,}675$$

Le luthier choisit donc une corde **moins tendue** et/ou **de masse linéique plus grande** (corde plus grosse ou plus dense). À tension égale, par exemple, μ doit être multipliée par $\dfrac{1}{0{,}675} = 1{,}48$.

2. Obtenir le ré$_{-1}$ avec la même corde. La corde est la même : T et μ sont fixées, donc v aussi. Le ré$_{-1}$ est plus aigu ($18{,}3$ Hz $> 16{,}3$ Hz) : il faut **raccourcir la partie vibrante** de la corde. C'est le rôle des doigts métalliques commandés par les manettes.

Comme $f \times L$ est constant : $L_{\text{ré}} = \dfrac{f_{\text{do}_{-1}}}{f_{\text{ré}_{-1}}} \times L$

$$L_{\text{ré}} = \frac{16{,}3}{18{,}3} \times 2{,}18 = 1{,}94 \text{ m}$$

Le doigt métallique doit appuyer à $2{,}18 - 1{,}94 = 0{,}24$ m de l'extrémité haute de la corde.

Regard critique. $1{,}94 \text{ m} < 2{,}18 \text{ m}$: la solution respecte le cahier des charges. Retendre la corde donnerait aussi un ré$_{-1}$, mais on ne peut pas le faire en jouant.

Corde de $2{,}18$ m moins tendue et/ou plus lourde par mètre (T/μ multiplié par $0{,}675$) pour le do$_{-1}$ à vide ; un doigt métallique réduit la longueur vibrante à $L_{\text{ré}} = 1{,}94$ m pour le ré$_{-1}$.

PIÈGE
Proposer de changer la tension pour passer du do$_{-1}$ au ré$_{-1}$: l'énoncé demande que la même corde joue les deux notes. Seule la longueur vibrante peut varier pendant le jeu.

COMPRENDRE
Le do$_{-1}$ ($16{,}3$ Hz) est sous la limite audible de 20 Hz donnée par le document 1 : l'oreille ne perçoit pas le fondamental seul. La limite du grave vient aussi de l'auditeur.

MÉTHODE
Résolution de problème : séparer ce qui est fixé à la fabrication (T, μ, longueur à vide) de ce qui change pendant le jeu (longueur vibrante), puis chiffrer chaque solution et la confronter au cahier des charges.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$2 \times 2.18 \times 16.3$

≈ 71.068

$2 \times 1.05 \times 41.2$

≈ 86.52

$\left(\frac{71.068}{86.52}\right)^2$

≈ 0.6747069

$\frac{1}{0.675}$

≈ 1.481481

$\frac{16.3}{18.3} \times 2.18$

≈ 1.941749

$2.18 - 1.94$

≈ 0.24