EXERCICE III - La quête du GRAVE



L'histoire de la contrebasse remonte à la création de la famille des violons au XVI^{ème} siècle en Italie. La recherche d'instruments à cordes avec ce timbre particulier mais capable de jouer des notes plus graves a conduit à l'élaboration de la contrebasse puis de l'octobasse. En 2010 l'atelier de lutherie de Mirecourt de J.J. Pagès a reproduit à l'identique l'octobasse.

L'objectif de cet exercice est de répondre au problème que se pose le luthier : comment peut-il produire des notes de plus en plus graves avec l'instrument qu'il fabrique, l'octobasse ?

Pour répondre aux questions suivantes, vous vous aiderez des documents 1 à 3 page suivante.

Résolution de problème

Questions préalables

- Donner la relation liant la fréquence *f* du mode de vibration fondamental, la longueur de la corde *L* et la célérité *v* de l'onde sur la corde. Montrer que cette relation peut s'écrire : $f = \frac{1}{2L}.\sqrt{\frac{T}{\mu}}$.

- Le son le plus grave de la contrebasse jouant à vide est un mi_0. La longueur de la corde émettant cette note vaut L_0 = 1,05 m. On souhaite construire une octobasse qui puisse émettre la note do_{-1}.
  En faisant l'hypothèse que l'octobasse possède une corde de même masse linéique et de même tension que la corde « mi_0 » de la contrebasse, que peut-on dire de la longueur de la corde L_{-1} de l'octobasse nécessaire pour émettre la note do_{-1}. À quelle difficulté se trouve confronté le luthier ?

Problème

En s'affranchissant de l'hypothèse précédente, quelle(s) solution(s) technique(s) le luthier peut-il proposer pour que, en respectant le cahier des charges (document 3), une même corde de l'octobasse puisse émettre un do_{-1} et aussi un $ré_{-1}$?

Remarques :
L'analyse des données ainsi que la démarche suivie sont évaluées et nécessitent d'être correctement présentées. Les calculs numériques seront menés à leur terme avec rigueur.

Document 1. Quelques informations

Une corde de longueur L vibrant dans son mode fondamental vérifie la relation :

$L = \frac{\lambda}{2}$ avec λ : longueur d'onde de la vibration de la corde.

La célérité v de l'onde sur la corde est liée à la tension T imposée à la corde et à sa masse linéique μ par la relation :

$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$ avec T en N et μ en $kg.m^{-1}$

Le domaine du spectre audible pour l'homme va de 20 Hz à 20 kHz.

Document 2. Fréquences de quelques notes dans la gamme tempérée

Fréquences des notes (Hz)			
Numéro d'octave	**-1**	**0**	**1**
do (ut)	16,3	32,7	65,4
ré	18,3	36,7	73,4
mi	20,6	41,2	82,4
fa	21,8	43,6	87,3
sol	24,5	49,0	98,0
la	27,5	55,0	110
si	30,9	61,7	123
Les cordes d'un instrument sont nommées d'après la note qu'elles émettent dans le mode fondamental, quand elles sont pincées à vide.			

Document 3. Cahier des charges de l'octobasse d'après le luthier

L'octobasse possède 3 cordes jouant respectivement les notes do_{-1}, sol_{-1} et do_0 et sa taille est d'environ 4 m. La longueur des cordes est de 2,18 m (longueur à vide). L'instrument est si grand que le musicien doit monter sur un escabeau pour frotter les cordes avec un archet. Le musicien peut manipuler, à l'aide de manettes, sept doigts métalliques qui réduisent la longueur des cordes pour jouer les différentes notes.

