Panacées?

Bac S 2012 Amérique du Nord (ancien programme) · Exercice 2 **7 points** **Durée conseillée 1 h 31**

1.1 Partie A. Expliquer pourquoi les noyaux de radium 228 et de radium 226 sont des isotopes.

Données utiles $^{226}_{88}\text{Ra}$; $^{228}_{88}\text{Ra}$

Deux noyaux isotopes ont le même nombre de protons Z mais des nombres de nucléons A différents.

Les deux noyaux de radium ont $Z = 88$ protons, mais $A = 228$ pour l'un et $A = 226$ pour l'autre : ils diffèrent par leur nombre de neutrons (140 et 138).

Même $Z = 88$, A différent : ce sont des isotopes du radium.

PIÈGE
Dire « même nombre de nucléons » ou oublier de citer les valeurs de Z et de A : la définition seule ne suffit pas, il faut l'appliquer aux deux noyaux.

1.2 Compléter l'équation de désintégration du radium 228 en citant les lois utilisées, identifier X et donner le type de radioactivité.

Données utiles $^{228}_{88}\text{Ra} \rightarrow {}^{228}_{89}\text{Ac} + {}^{A}_{Z}\text{X}$

Lois de conservation (lois de Soddy) :

- conservation du nombre de nucléons : $228 = 228 + A$, donc $A = 0$;
- conservation de la charge électrique : $88 = 89 + Z$, donc $Z = -1$.

X est un électron $^{0}_{-1}\text{e}$:

$$^{228}_{88}\text{Ra} \longrightarrow {}^{228}_{89}\text{Ac} + {}^{0}_{-1}\text{e}$$

X est un électron : radioactivité β^-.

COMPRENDRE
Dans le noyau, un neutron se transforme en proton avec émission d'un électron : Z augmente de 1, A ne change pas.

2.1 Définir la demi-vie $t_{1/2}$ et vérifier sur le document 1 que celle du radium 226 vaut $1{,}60 \times 10^3$ ans.

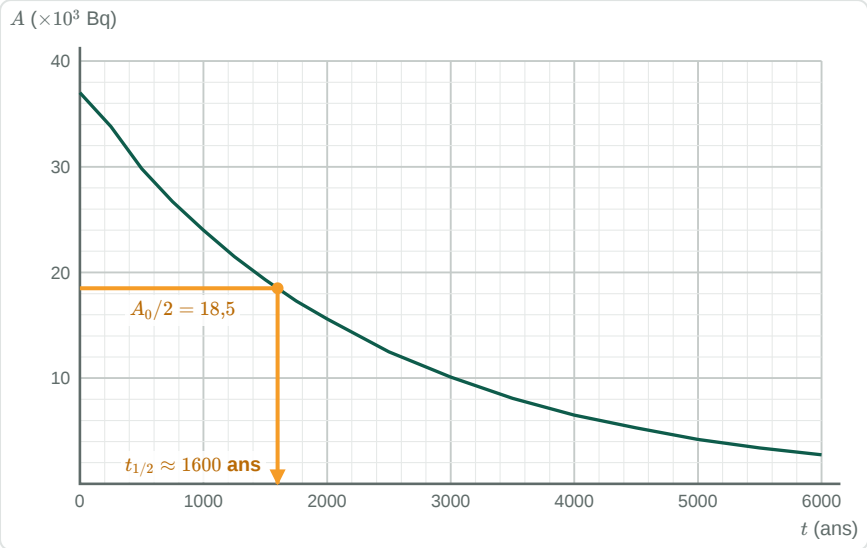
Données utiles document 1 : $A_0 = 3{,}7 \times 10^4$ Bq à $t = 0$

La demi-vie $t_{1/2}$ est la durée au bout de laquelle la moitié des noyaux radioactifs initialement présents se sont désintégrés. L'activité, proportionnelle au nombre de noyaux, est alors divisée par deux.

Sur le document 1 : $A_0 = 3{,}7 \times 10^4$ Bq, donc $\dfrac{A_0}{2} = 1{,}85 \times 10^4$ Bq. On trace l'horizontale $A = 1{,}85 \times 10^4$ Bq jusqu'à la courbe, puis on lit l'abscisse du point obtenu.

$t_{1/2} \approx 1{,}6 \times 10^3$ ans, conforme à la valeur annoncée $1{,}60 \times 10^3$ ans.

MÉTHODE
Lecture de demi-vie : repérer l'ordonnée à l'origine A_0, tracer l'horizontale $A_0/2$, descendre à l'axe du temps. Sur l'annexe, laisser les traits de construction apparents.



2.1 · Document 1 du sujet, avec la lecture de la demi-vie

2.2 Établir la relation entre la demi-vie et la constante radioactive λ, puis calculer λ en s^{-1}.

Données utiles $A(t) = A_0\, e^{-\lambda t}$; $t_{1/2} = 1{,}60 \times 10^3$ ans

À $t = t_{1/2}$: $A(t_{1/2}) = \dfrac{A_0}{2} = A_0\, e^{-\lambda t_{1/2}}$, donc $e^{-\lambda t_{1/2}} = \dfrac{1}{2}$.

En prenant le logarithme : $-\lambda\, t_{1/2} = \ln\dfrac{1}{2} = -\ln 2$, d'où $t_{1/2} = \dfrac{\ln 2}{\lambda}$.

Conversion : $t_{1/2} = 1{,}60 \times 10^3 \times 365{,}25 \times 24 \times 3600 = 5{,}05 \times 10^{10}$ s.

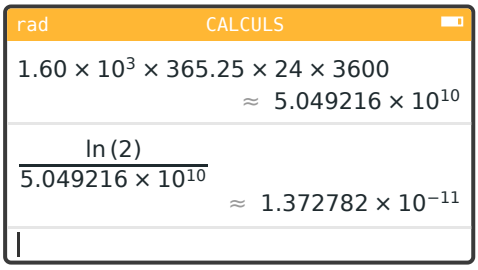
$$\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} = \frac{\ln 2}{5{,}05 \times 10^{10}} = 1{,}37 \times 10^{-11}\ \text{s}^{-1}$$

$\boxed{\lambda = 1{,}37 \times 10^{-11}\ \text{s}^{-1}}$

PIÈGE
Calculer $\ln 2/1600$ sans convertir : on obtient λ en an^{-1}, pas en s^{-1}.

COMPRENDRE
Trois chiffres significatifs, comme $t_{1/2}$. Prendre 365 ou 365,25 jours par an ne change pas ce résultat.

À LA CALCULATRICE



3.1 Donner la relation entre l'activité $A(t)$ et le nombre $N(t)$ de noyaux radioactifs présents.

L'activité est proportionnelle au nombre de noyaux radioactifs présents, avec λ la constante radioactive :

$\boxed{A(t) = \lambda\, N(t)}$

COMPRENDRE
A en becquerels (désintégrations par seconde), λ en s^{-1}, N sans unité.

3.2 Calculer N_0, le nombre de noyaux de radium 226 initialement présents dans le flacon.

Données utiles $A_0 = 1\ \mu\text{Ci} = 3{,}7 \times 10^4$ Bq ; λ (Q2.2)

$$N_0 = \frac{A_0}{\lambda} = \frac{3{,}7 \times 10^4}{1{,}37 \times 10^{-11}} = 2{,}7 \times 10^{15}$$

$\boxed{N_0 = 2{,}7 \times 10^{15}\ \text{noyaux}}$

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs seulement, car $A_0 = 3{,}7 \times 10^4$ Bq n'en a que deux.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$$\frac{3.7 \times 10^{4}}{1.37 \times 10^{-11}} \approx 2.70073 \times 10^{15}$$

3.3 Vérifier que le flacon contenait une masse $m_0 = 1{,}0\ \mu g$ de radium 226.

Données utiles N_0 (Q3.2) ; $N_A = 6{,}02 \times 10^{23}\ \text{mol}^{-1}$; $M = 226\ \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$

$$m_0 = n_0\, M = \frac{N_0}{N_A}\, M = \frac{2{,}7 \times 10^{15}}{6{,}02 \times 10^{23}} \times 226 = 1{,}0 \times 10^{-6}\ \text{g}$$

$m_0 = 1{,}0 \times 10^{-6}\ \text{g} = 1{,}0\ \mu g$: valeur attendue retrouvée.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$$\frac{2.7 \times 10^{15}}{6.02 \times 10^{23}} \times 226 \approx 1.013621 \times 10^{-6}$$

4.1 Déterminer la variation de masse associée à la désintégration d'un noyau de radium 226.

Données utiles ${}^{226}_{88}\text{Ra} \longrightarrow {}^{222}_{86}\text{Rn} + {}^{4}_{2}\text{He}$; $m(\text{Ra}) = 225{,}977\,0$ u ; $m(\text{Rn}) = 221{,}970\,3$ u ; $m(\text{He}) = 4{,}001\,5$ u ; $1\ \text{u} = 1{,}660\,54 \times 10^{-27}$ kg

$$\Delta m = m(\text{Rn}) + m(\text{He}) - m(\text{Ra})$$

$$\Delta m = 221{,}970\,3 + 4{,}001\,5 - 225{,}977\,0 = -0{,}005\,2\ \text{u}$$

$$\Delta m = -0{,}005\,2 \times 1{,}660\,54 \times 10^{-27} = -8{,}6 \times 10^{-30}\ \text{kg}$$

$\Delta m = -5{,}2 \times 10^{-3}\ \text{u} = -8{,}6 \times 10^{-30}\ \text{kg}$

COMPRENDRE
La soustraction ne garde que deux chiffres significatifs : $0{,}005\,2$ u. Le signe négatif traduit une perte de masse, convertie en énergie libérée.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$$221.9703 + 4.0015 - 225.9770 \approx -0.0052$$

$$(-0.0052) \times 1.66054 \times 10^{-27} \approx -8.634808 \times 10^{-30}$$

4.2 En déduire l'énergie E libérée par la désintégration d'un noyau de radium 226.

Données utiles Δm (Q4.1) ; $c = 3{,}00 \times 10^{8}\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$

L'énergie libérée correspond à la masse perdue : $E = |\Delta m|\, c^2$.

$$E = 8{,}6 \times 10^{-30} \times (3{,}00 \times 10^{8})^2 = 7{,}8 \times 10^{-13}\ \text{J}$$

$E = 7{,}8 \times 10^{-13}$ J libérés par noyau

PIÈGE
Arrondir Δm avant de calculer donne $7{,}7 \times 10^{-13}$ J. Garder la valeur non arrondie en mémoire : $7{,}8 \times 10^{-13}$ J.

COMPRENDRE
Soit environ $4{,}8$ MeV par désintégration, ordre de grandeur habituel d'une émission α.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$8.6 \times 10^{-30} \times (3.00 \times 10^{8})^{2}$
$\approx 7.74 \times 10^{-13}$

$0.0052 \times 1.66054 \times 10^{-27} \times (3.00 \times 10^{8})^{2}$
$\approx 7.771327 \times 10^{-13}$

4.3 Calculer l'énergie totale que peut libérer le radium 226 initialement contenu dans un flacon.

Données utiles N_0 (Q3.2) ; E (Q4.2)

Chacun des N_0 noyaux libère E en se désintégrant :

$$E_{\text{tot}} = N_0\, E = 2{,}7 \times 10^{15} \times 7{,}8 \times 10^{-13} = 2{,}1 \times 10^{3}\ \text{J}$$

$$\boxed{E_{\text{tot}} = 2{,}1 \times 10^{3}\ \text{J} = 2{,}1\ \text{kJ}}$$

COMPRENDRE
Cette énergie n'est libérée que sur des milliers d'années ; elle est faible, mais déposée dans les tissus elle est très nocive.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$2.7 \times 10^{15} \times 7.8 \times 10^{-13}$
≈ 2106

1.1 Partie B. Écrire l'équation de la réaction de dosage de l'acide ascorbique HA par la solution d'hydroxyde de sodium.

Les ions sodium sont spectateurs ; l'acide HA réagit avec la base HO^- :

$$\boxed{\text{HA}\,(\text{aq}) + \text{HO}^-\,(\text{aq}) \longrightarrow \text{A}^-\,(\text{aq}) + \text{H}_2\text{O}\,(\text{l})}$$

PIÈGE
Faire figurer Na^+ dans l'équation, ou écrire H_3O^+ comme réactif : la base titrante est l'ion hydroxyde.

1.2 Établir l'expression de la constante d'équilibre K en fonction de K_e et K_A, puis calculer K.

Données utiles $\text{p}K_A = 4{,}1$; $K_e = 1{,}0 \times 10^{-14}$

$$K = \frac{[\text{A}^-]_{\text{éq}}}{[\text{HA}]_{\text{éq}}\,[\text{HO}^-]_{\text{éq}}} = \frac{[\text{A}^-]_{\text{éq}}\,[\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}}}{[\text{HA}]_{\text{éq}}} \times \frac{1}{[\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}}\,[\text{HO}^-]_{\text{éq}}} = \frac{K_A}{K_e}$$

$$K = \frac{10^{-\text{p}K_A}}{K_e} = \frac{10^{-4{,}1}}{1{,}0 \times 10^{-14}} = 10^{9{,}9} = 7{,}9 \times 10^{9}$$

$$\boxed{K = \frac{K_A}{K_e} = 7{,}9 \times 10^{9}}$$

COMPRENDRE
K est très grand devant 10^4 : la réaction est totale, condition nécessaire pour un titrage.

MÉTHODE
Pour exprimer K avec K_A et K_e : multiplier numérateur et dénominateur par $[\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}}$, puis regrouper.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$\dfrac{10^{-4.1}}{1.0 \times 10^{-14}}$
$\approx 7.943282 \times 10^{9}$

2.1 Définir l'équivalence du dosage.

À l'équivalence, les réactifs titré (HA) et titrant (HO^-) ont été introduits dans les proportions stœchiométriques de la réaction de dosage : ils sont alors entièrement consommés.

PIÈGE
Confondre équivalence et neutralité : le pH à l'équivalence n'est pas 7, car l'ion ascorbate formé est une base.

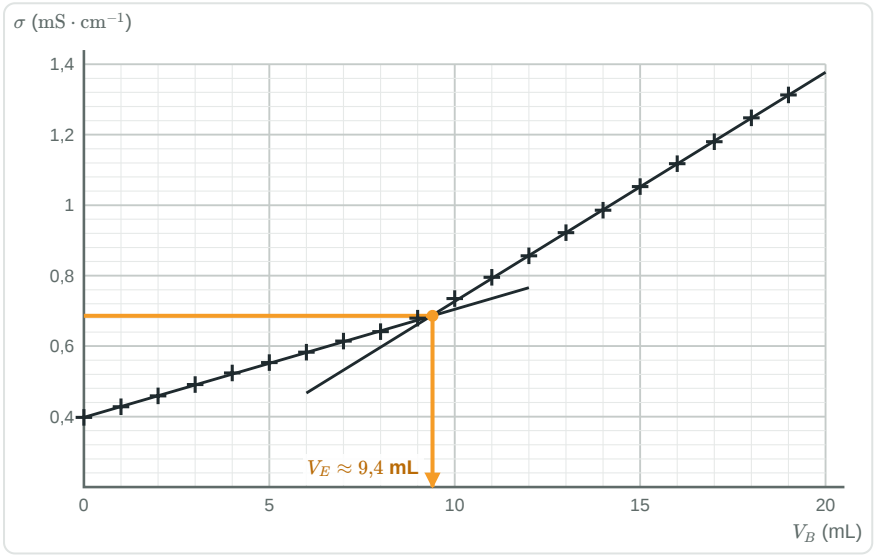
2.2 Déterminer graphiquement le volume V_E versé à l'équivalence sur le document 2.

Les points forment deux portions de droites de pentes différentes. On trace la droite moyenne de chaque portion ; l'abscisse de leur point d'intersection est le volume à l'équivalence.

$V_E \approx 9{,}4$ mL

COMPRENDRE
La précision de lecture est de l'ordre de $0{,}1$ mL : une valeur entre $9{,}3$ et $9{,}5$ mL est acceptée.

MÉTHODE
Titrage conductimétrique : tracer chaque droite avec les points éloignés de l'équivalence, où la courbe s'arrondit (ici les points à 10 mL et 11 mL).



2.2 · Document 2 du sujet, avec les deux droites et la lecture de l'équivalence

2.3 Calculer la concentration molaire C_A en acide ascorbique de la solution S_A.

Données utiles $C_B = 8{,}0 \times 10^{-2}$ mol · L^{-1} ; $V_A = 100{,}0$ mL ; V_E (Q2.2)

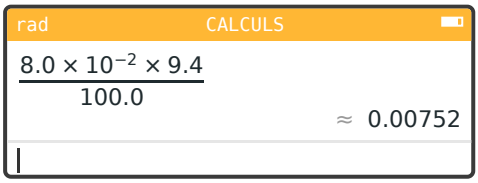
D'après l'équation (coefficients 1 et 1), à l'équivalence : $n(\mathrm{HA})_{\text{initial}} = n(\mathrm{HO^-})_{\text{versé}}$, soit $C_A\,V_A = C_B\,V_E$.

$$C_A = \frac{C_B\,V_E}{V_A} = \frac{8{,}0 \times 10^{-2} \times 9{,}4}{100{,}0} = 7{,}5 \times 10^{-3}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

$C_A = 7{,}5 \times 10^{-3}$ mol · L^{-1}

COMPRENDRE
V_E et V_A sont dans la même unité (mL) : leur rapport se calcule sans conversion.

À LA CALCULATRICE



2.4 En déduire la masse m_A d'acide ascorbique contenue dans le comprimé et la comparer à l'indication du fabricant.

Données utiles C_A (Q2.3) ; volume de S_A : $V = 200{,}0$ mL ; $M(\text{acide ascorbique}) = 176\ \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$; étiquette : 250 mg d'acide ascorbique

Le comprimé entier est dissous dans les 200,0 mL de S_A :

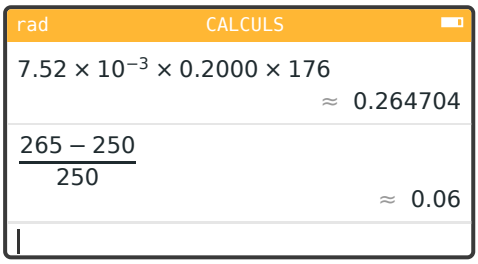
$$m_A = C_A\, V\, M = 7{,}52 \times 10^{-3} \times 0{,}2000 \times 176 = 0{,}26\ \text{g}$$

Le fabricant annonce 250 mg d'acide ascorbique : écart relatif $\dfrac{265 - 250}{250} \approx 6\ \%$, accord satisfaisant compte tenu de la lecture graphique.

$m_A \approx 0{,}26$ g (265 mg), proche des 250 mg annoncés.

PIÈGE
Prendre $V_A = 100{,}0$ mL : on ne dose que la moitié du comprimé. Comparer aussi à 250 mg, pas à 500 mg : l'ion ascorbate déjà présent n'est pas titré.

À LA CALCULATRICE



3 Interpréter l'évolution de la conductivité du mélange avant l'équivalence.

Données utiles $\lambda(\text{Na}^+) = 5{,}01$; $\lambda(\text{HO}^-) = 19{,}9$; $\lambda(\text{A}^-) = 3{,}42$ (en $\text{mS} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{mol}^{-1}$)

Avant l'équivalence, les ions HO^- versés sont entièrement consommés par HA : ils ne s'accumulent pas.

Pour chaque ion HO^- consommé, un ion A^- se forme ; les ions Na^+ versés, spectateurs, s'accumulent. Les concentrations $[\text{Na}^+]$ et $[\text{A}^-]$ augmentent, donc $\sigma = \lambda(\text{Na}^+)[\text{Na}^+] + \lambda(\text{A}^-)[\text{A}^-] + \ldots$ augmente (dilution négligée).

Avant l'équivalence, σ augmente modérément, car des ions Na^+ et A^- s'ajoutent à la solution.

COMPRENDRE
Après l'équivalence, HO^- s'accumule avec Na^+ ; comme $\lambda(\text{HO}^-)$ est grande, la pente devient plus forte. La conductivité initiale non nulle vient de l'ascorbate de sodium du comprimé.

4.1 Calculer la quantité de matière d'ascorbate de sodium contenue dans le comprimé.

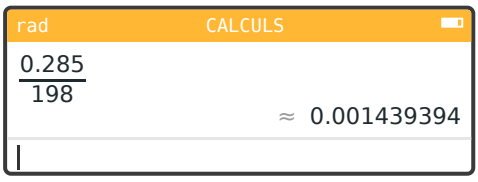
Données utiles $m = 285$ mg ; $M(\text{ascorbate de sodium}) = 198\ \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$

$$n = \frac{m}{M} = \frac{0{,}285}{198} = 1{,}44 \times 10^{-3}\ \text{mol}$$

$n(\text{ascorbate de sodium}) = 1{,}44 \times 10^{-3}$ mol

PIÈGE
Laisser la masse en milligrammes avec M en $\text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$: on trouve 1,44, mille fois trop.

À LA CALCULATRICE



4.2 Dans l'estomac, le pH vaut environ 1,5. Justifier à l'aide d'un diagramme de prédominance que les ions ascorbate s'y transforment en acide ascorbique.

Données utiles $pK_A(HA/A^-) = 4{,}1$; pH de l'estomac $\approx 1{,}5$

Diagramme de prédominance : pour $pH < pK_A = 4{,}1$, la forme acide HA prédomine ; pour $pH > 4{,}1$, la base A^- prédomine.

Dans l'estomac, $pH = 1{,}5 < 4{,}1$: on est dans le domaine de HA. Les ions ascorbate ingérés captent un proton :
$A^-(aq) + H_3O^+(aq) \longrightarrow HA(aq) + H_2O(l)$.

$pH = 1{,}5 < pK_A = 4{,}1$: l'acide ascorbique HA prédomine, les ions ascorbate se transforment en HA.

COMPRENDRE
À pH 1,5 : $\frac{[A^-]}{[HA]} = 10^{pH-pK_A} = 10^{-2{,}6} \approx 2{,}5 \times 10^{-3}$: il reste moins de 0,3 % d'ions ascorbate.



4.2 · Diagramme de prédominance du couple HA / A^-

4.3 Justifier l'indication de l'étiquette « Quantité correspondante en acide ascorbique : 500 mg ».

Données utiles n (Q4.1) ; $M(\text{acide ascorbique}) = 176\ \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$; 250 mg d'acide ascorbique dans le comprimé

Dans l'estomac, chaque ion ascorbate donne une molécule HA :
$n(HA)_{\text{formé}} = n(\text{ascorbate}) = 1{,}44 \times 10^{-3}$ mol.

$$m(HA)_{\text{formé}} = n\,M(HA) = \frac{0{,}285}{198} \times 176 = 0{,}253\ \text{g} = 253\ \text{mg}$$

Masse totale d'acide ascorbique disponible : $250 + 253 = 503$ mg.

$m_{\text{totale}} \approx 503\ \text{mg} \approx 500\ \text{mg}$: l'indication de l'étiquette est justifiée.

PIÈGE
Garder la masse d'ascorbate de sodium (285 mg) : la masse molaire change quand A^- devient HA ; on raisonne sur la quantité de matière.

À LA CALCULATRICE

