De Hubble à James Webb

Bac S 2013 Antilles-Guyane rattrapage (ancien programme) · Exercice 3 **5 points** **Durée conseillée 50 min**

1.1 Quelle est la trajectoire du télescope Hubble dans le référentiel géocentrique ?

Données utiles altitude quasi constante $h = 600$ km

L'altitude h de Hubble est quasi constante : il reste à la même distance $R_T + h$ du centre de la Terre.

Dans le référentiel géocentrique, la trajectoire de Hubble est un **cercle** centré sur le centre de la Terre, de rayon $R_T + h$.

PIÈGE
Répondre « une ellipse » sans exploiter le texte. C'est l'altitude constante qui justifie le cercle ; une trajectoire se décrit toujours avec son centre et son rayon.

1.2 À partir de la deuxième loi de Newton, montrer que, pour une trajectoire circulaire, le mouvement du télescope Hubble est uniforme.

Système {télescope Hubble}, de masse m constante ; référentiel géocentrique supposé galiléen ; seule force : l'attraction gravitationnelle de la Terre.

Dans le repère de Frenet $(H, \vec{n}, \vec{\tau})$, avec $\vec{n}$ dirigé vers le centre T de la Terre :

$$\overrightarrow{F}_{T/H} = \frac{G\,m\,M_T}{(R_T+h)^2}\,\vec{n}$$

Deuxième loi de Newton : $\overrightarrow{F}_{T/H} = m\,\vec{a}$, donc $\vec{a} = \dfrac{G\,M_T}{(R_T+h)^2}\,\vec{n}$.

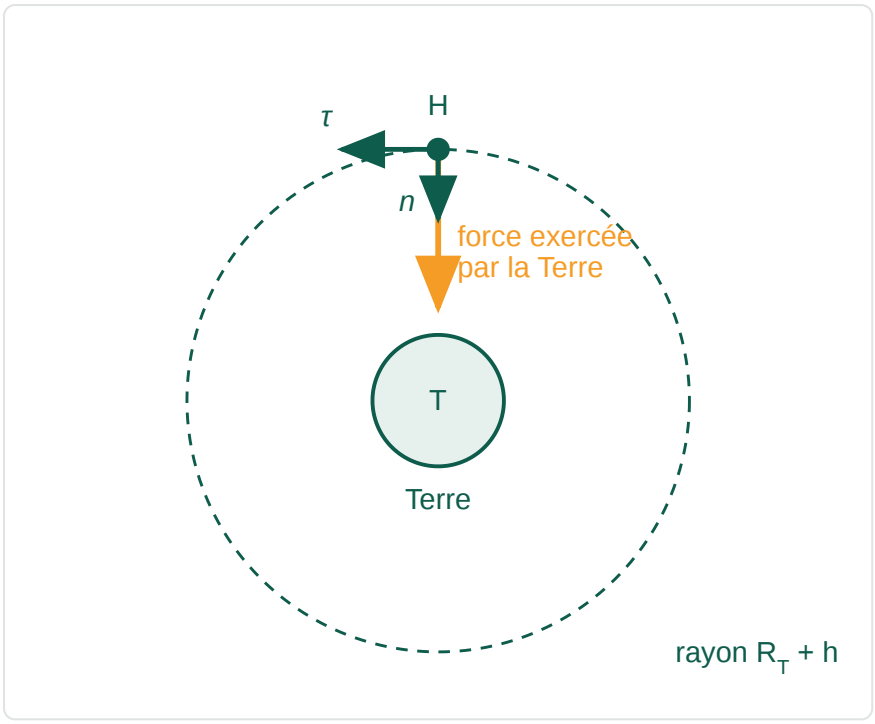
Or, pour un mouvement circulaire de rayon $R_T + h$: $\vec{a} = \dfrac{v^2}{R_T+h}\,\vec{n} + \dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\,\vec{\tau}$.

Par identification selon $\vec{\tau}$:

$\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = 0$: la valeur v de la vitesse est constante, le mouvement circulaire est **uniforme**.

PIÈGE
Dire que l'accélération est nulle parce que v est constante. Le vecteur vitesse change de direction : l'accélération est centripète, de valeur $v^2/(R_T+h)$.

MÉTHODE
Toujours la même démarche pour un satellite : système, référentiel, bilan des forces ; deuxième loi de Newton ; accélération dans le repère de Frenet ; identification. La composante tangentielle donne l'uniformité, la composante normale donne la vitesse.



1.2 · Hubble sur son orbite : repère de Frenet et force gravitationnelle

1.3 Montrer que la valeur de la vitesse du satellite dans le référentiel géocentrique est $v = \sqrt{\dfrac{G\,M_T}{R_T + h}}$.

Par identification selon $\vec{n}$ des deux expressions de l'accélération (question 1.2) :

$$\frac{v^2}{R_T + h} = \frac{G\,M_T}{(R_T + h)^2} \quad \text{soit} \quad v^2 = \frac{G\,M_T}{R_T + h}$$

$v = \sqrt{\dfrac{G\,M_T}{R_T + h}}$, ce qui est l'expression attendue.

COMPRENDRE
La masse m du télescope a disparu : tous les satellites placés sur la même orbite ont la même vitesse. Plus l'orbite est haute, plus la vitesse est faible.

1.4 Établir l'expression de la période de révolution T en fonction de R_T, h et v.

La période T est la durée d'un tour. À la vitesse constante v, le télescope parcourt le périmètre $2\pi\,(R_T + h)$ de son orbite : $v = \dfrac{2\pi\,(R_T + h)}{T}$.

$T = \dfrac{2\pi\,(R_T + h)}{v}$

PIÈGE
Prendre $2\pi h$ ou $2\pi R_T$ pour la longueur de l'orbite. Le rayon du cercle se compte depuis le centre de la Terre : $R_T + h$.

1.5 Rappeler la troisième loi de Kepler, puis montrer que pour Hubble $\dfrac{T^2}{r^3} = \dfrac{4\pi^2}{G\,M_T}$, avec $r = R_T + h$.

Troisième loi de Kepler : pour tous les satellites d'un même astre attracteur, le carré de la période de révolution est proportionnel au cube du demi-grand axe a de l'orbite, $\dfrac{T^2}{a^3} = \text{constante}$. Pour une orbite circulaire, a est le rayon r.

Avec $r = R_T + h$, la question 1.4 donne $T^2 = \dfrac{4\pi^2\,r^2}{v^2}$ et la question 1.3 donne $v^2 = \dfrac{G\,M_T}{r}$. Donc :

$$T^2 = 4\pi^2\,r^2 \times \frac{r}{G\,M_T} = \frac{4\pi^2\,r^3}{G\,M_T}$$

$\dfrac{T^2}{r^3} = \dfrac{4\pi^2}{G\,M_T}$: le rapport ne dépend que de la masse de la Terre, c'est bien la troisième loi de Kepler.

PIÈGE
Énoncer la loi sans préciser « pour un même astre attracteur ». La constante n'est pas universelle : elle change si l'on passe de la Terre au Soleil.

1.6 Calculer la période de révolution T du télescope spatial Hubble, exprimée en minutes.

Données utiles $G = 6{,}67 \times 10^{-11}\ \text{m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$; $M_T = 5{,}97 \times 10^{24}$ kg ; $R_T = 6370$ km ; $h = 600$ km

$r = R_T + h = 6370 + 600 = 6970\ \text{km} = 6{,}97 \times 10^6\ \text{m}$

D'après la question 1.5 : $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{r^3}{G\,M_T}}$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{(6{,}97 \times 10^6)^3}{6{,}67 \times 10^{-11} \times 5{,}97 \times 10^{24}}} = 5{,}79 \times 10^3\ \text{s}$$

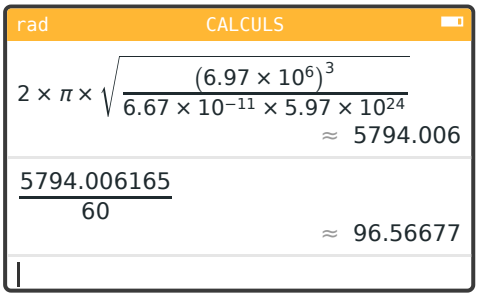
$$T = \frac{5{,}79 \times 10^3}{60} = 96{,}6\ \text{min}$$

$T = 96{,}6$ min, soit environ 1 h 37 min.

PIÈGE
Laisser r en kilomètres. G est donnée en unités SI : les distances se convertissent en mètres, sinon la période trouvée est environ 30 000 fois trop petite.

COMPRENDRE
Trois chiffres significatifs, comme G, M_T et h. Hubble fait donc près de quinze tours de la Terre par jour.

À LA CALCULATRICE



2.1.1 Déterminer la valeur P du poids de la fusée Ariane 5 au moment de son décollage.

Données utiles $M = 780$ t ; $g = 9{,}8\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$

$P = M\,g$ avec $M = 780\ \text{t} = 780 \times 10^3$ kg.

$P = 780 \times 10^3 \times 9{,}8 = 7{,}6 \times 10^6$ N

$P = 7{,}6 \times 10^6$ N

PIÈGE
Oublier de convertir les tonnes en kilogrammes : 1 t = 10^3 kg.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs seulement, car g n'en a que deux. La poussée $F = 14{,}0 \times 10^6$ N vaut presque le double du poids : la fusée peut décoller.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$780 \times 10^3 \times 9.8$

$\approx$ 7644000

2.1.2 Déduire de la deuxième loi de Newton l'expression de la coordonnée a_z du vecteur accélération du lanceur au décollage, en fonction de M, F et g.

Système {Ariane 5}, de masse M supposée constante au décollage ; référentiel terrestre supposé galiléen.

Forces : le poids $\vec{P}$, vertical vers le bas, et la poussée $\vec{F}$, verticale vers le haut.

Deuxième loi de Newton : $\vec{P} + \vec{F} = M\,\vec{a}$

En projection sur l'axe Oz orienté vers le haut : $-M\,g + F = M\,a_z$

$$a_z = \frac{F}{M} - g$$

PIÈGE
Se tromper de signe en projetant. L'axe Oz est orienté vers le haut : le poids a pour coordonnée $-M\,g$, la poussée $+F$.

COMPRENDRE
La masse de la fusée diminue en réalité, car elle éjecte des gaz. Écrire $\sum \vec{F} = M\,\vec{a}$ avec M constante n'est valable que sur une durée très courte après le décollage.

2.1.3 Calculer l'altitude z du lanceur Ariane 5 au bout de 10 s, l'accélération étant supposée constante.

Données utiles $z(t) = \frac{1}{2}\left(\frac{F}{M} - g\right)t^2$; $F = 14{,}0 \times 10^6$ N ; $M = 780 \times 10^3$ kg ; $g = 9{,}8$ m · s^{-2} ; $t = 10$ s

$$z = \frac{1}{2}\left(\frac{14{,}0 \times 10^6}{780 \times 10^3} - 9{,}8\right) \times 10^2 = 4{,}1 \times 10^2 \text{ m}$$

$z(10\text{ s}) = 4{,}1 \times 10^2$ m, soit environ 410 m.

COMPRENDRE
L'accélération vaut $a_z = 8{,}1$ m · s^{-2}. La relation donnée s'obtient en intégrant deux fois a_z constante, avec une vitesse initiale nulle et $z_0 = 0$.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$0.5 \times \left(\frac{14.0 \times 10^6}{780 \times 10^3} - 9.8\right) \times 10^2$

$\approx$ 407.4359

2.1.4 En réalité, l'altitude d'Ariane 5 est nettement plus faible au bout de 10 s. Proposer une explication énergétique.

Le calcul précédent néglige les frottements de l'air. Or ces forces s'opposent au mouvement : leur travail est résistant (négatif).

Une partie de l'énergie apportée par la poussée est donc dissipée, sous forme thermique, au lieu d'augmenter l'énergie mécanique de la fusée.

L'énergie mécanique (cinétique et potentielle de pesanteur) acquise en 10 s est plus faible que prévu : la fusée va moins vite et monte moins haut.

MÉTHODE
« Explication énergétique » : nommer la force non prise en compte, donner le signe de son travail, puis conclure sur l'énergie mécanique. Une force non conservative de travail négatif fait toujours perdre de l'énergie mécanique.

2.2 Pourquoi le point L2 a-t-il été choisi pour le télescope James Webb plutôt que le point L1 ?

Données utiles documents 2 et 3 : L1 est entre le Soleil et la Terre ; L2 est derrière la Terre, à l'opposé du Soleil

Au point L1, situé entre le Soleil et la Terre, le télescope aurait le Soleil d'un côté et la Terre de l'autre : il serait gêné en permanence par le rayonnement de ces deux astres. Ce point convient à l'observation du Soleil (sonde SoHO).

Au point L2, le Soleil et la Terre sont toujours dans la même direction : la Terre fait écran au Soleil et le télescope leur tourne le dos.

En L2, le télescope est protégé du rayonnement du Soleil, notamment infrarouge, et peut observer l'Univers lointain du côté opposé, sans être ébloui.

COMPRENDRE

Aux points de Lagrange, un objet accompagne la Terre autour du Soleil en restant immobile par rapport à elle (document 1). En L1 comme en L2, il reste aligné avec le Soleil et la Terre toute l'année.