Corrigé complet — Bac S 2014 Antilles-Guyane (ancien programme)

Physique-chimie, enseignement de spécialité **20 points** **3 h 30**

Ex 1	**Un trou noir au centre de la Galaxie** Lois de Kepler · Deuxième loi de Newton · Mouvement circulaire uniforme · Niveaux d'énergie et photon · Laser	5 pts	50 min	10 questions	p. 2
Ex 2	**Etude de l'acide ascorbique** Stéréoisomérie et chiralité · Titrage pH-métrique · Acide faible · Indicateur coloré · Titrage conductimétrique	10 pts	1 h 40	14 questions	p. 7
Ex 3	**CD et autres supports de l'information** Interférences constructives et destructives · Retard et période d'une onde · Longueur d'onde dans un milieu · Stockage optique · Capacité de stockage	5 pts	50 min	12 questions	p. 14
Ex 4	**Spécialité : Isolation acoustique d'un réfectoire** Temps de réverbération · Formule de Sabine · Surface équivalente d'absorption · Coefficient d'absorption acoustique · Résolution de problème	5 pts	50 min	3 questions	p. 19

Comment s'en servir. Fais d'abord le sujet en temps limité, puis corrige-toi exercice par exercice. À gauche de chaque question, sur les carreaux : ce qu'il faut écrire sur ta copie. À droite : les pièges, ce qu'il faut comprendre et les méthodes.

Un trou noir au centre de la Galaxie

Bac S 2014 Antilles-Guyane (ancien programme) · Exercice 1 **5 points** **Durée conseillée 50 min**

1.1 Énoncer la première loi de Kepler, puis expliquer comment la trajectoire de l'étoile S2 a permis de justifier l'existence d'un trou noir très massif au centre de la Galaxie.

Première loi de Kepler (loi des orbites) : dans le référentiel héliocentrique, le centre de chaque planète décrit une ellipse dont le centre du Soleil occupe l'un des foyers.

Transposée ici : S2 décrit une ellipse dont un foyer est occupé par le centre de l'astre attracteur. Sa trajectoire donne donc la position de cet astre, invisible, et sa forme impose une masse de plusieurs millions de masses solaires.

Or S2 est passée à seulement 17 heures-lumière de ce foyer en restant sur son ellipse : toute la masse tient dans une région plus petite que cette distance. Un amas dense d'étoiles sombres serait bien plus étendu.

La masse est concentrée dans un volume très petit autour du foyer de l'ellipse : seul un trou noir très massif convient.

PIÈGE
S'arrêter à « la trajectoire est une ellipse, donc il y a un trou noir ». L'argument décisif du document 1 est la distance d'approche de 17 heures-lumière, qui exclut un amas d'étoiles.

COMPRENDRE
Les lois de Kepler, établies pour les planètes autour du Soleil, valent pour tout corps en orbite autour d'un astre attracteur bien plus massif que lui.

1.2 Pour quelle raison doit-on utiliser l'optique adaptative pour mettre en évidence la présence de ce trou noir ?

Les turbulences de l'atmosphère déforment l'onde lumineuse reçue par un télescope au sol : l'image est dégradée, les détails fins sont perdus (documents 2 et 3).

Or S2 appartient à un amas très dense : il faut des images très fines pour la séparer de ses voisines et repérer précisément ses positions successives.

L'optique adaptative corrige en temps réel l'effet des turbulences ; elle donne des images assez fines pour reconstituer l'orbite de S2, qui révèle le trou noir.

COMPRENDRE
Le trou noir n'émet aucune lumière : on ne l'observe pas, on le déduit du mouvement des étoiles proches. L'observation se fait en infrarouge, car les poussières arrêtent la lumière visible.

2.1 Expliquer pourquoi une étoile guide laser peut être nécessaire pour utiliser l'optique adaptative avec un télescope.

L'optique adaptative analyse la lumière d'une étoile de référence brillante, située dans le champ de l'objet observé, pour évaluer la perturbation due à l'atmosphère (document 2). Sa lumière traverse les mêmes couches d'air que celle de l'objet.

Il n'existe pas toujours d'étoile assez brillante à proximité de l'objet étudié.

Sans étoile brillante voisine, on crée une étoile de référence artificielle avec un laser, proche de l'objet observé : elle rend la correction possible.

2.2 Justifier le choix d'une source laser pour créer une étoile guide.

Le faisceau laser est très directif : il reste étroit jusqu'à 90 km d'altitude et n'éclaire qu'une petite zone de la mésosphère. L'étoile artificielle est alors quasi ponctuelle, comme une vraie étoile.

La lumière laser est monochromatique : sa longueur d'onde peut coïncider exactement avec celle d'une transition du sodium.

Son énergie est concentrée dans ce faisceau étroit : assez d'atomes sont excités pour que l'étoile guide soit brillante.

Le laser est choisi pour sa directivité, sa monochromaticité et la concentration de son énergie.

COMPRENDRE
Les propriétés du laser étaient au programme de Terminale S en 2014. Elles ne figurent plus au programme actuel de spécialité ; l'absorption et l'émission de photons par un atome y sont toujours.

2.3 Dans cette expérience, comment doit être choisie la longueur d'onde du laser ? Justifier.

Données utiles raie d'émission du sodium dans le visible : $\lambda = 589$ nm

Un atome n'absorbe un photon que si l'énergie de ce photon est égale à l'écart entre deux de ses niveaux d'énergie. Il absorbe donc les radiations qu'il est capable d'émettre.

Pour exciter les atomes de sodium, les photons du laser doivent avoir la longueur d'onde d'une raie du sodium.

La longueur d'onde du laser doit être $\lambda = 589$ nm, celle de la raie d'émission du sodium.

PIÈGE
Répondre « 589 nm » sans justification. Il faut relier ce choix à la quantification : seuls les photons d'énergie égale à un écart entre deux niveaux du sodium sont absorbés.

2.4 Interpréter la création de l'étoile guide à l'aide d'un diagramme de niveaux d'énergie. Quelle information quantitative cette expérience donne-t-elle sur ces niveaux ?

Données utiles $h = 6{,}626 \times 10^{-34}$ J · s ; $c = 3{,}00 \times 10^{8}$ m · s^{-1} ; $e = 1{,}60 \times 10^{-19}$ C ; $\lambda = 589$ nm (2.3)

Un atome de sodium absorbe un photon du laser et passe du niveau E_1 au niveau excité E_2. Il se désexcite ensuite en émettant un photon de même longueur d'onde : cette lumière émise à 90 km d'altitude constitue l'étoile guide.

L'expérience donne l'écart d'énergie entre les deux niveaux :

$$\Delta E = E_2 - E_1 = \frac{h\,c}{\lambda} = \frac{6{,}626 \times 10^{-34} \times 3{,}00 \times 10^{8}}{589 \times 10^{-9}} = 3{,}37 \times 10^{-19}\ \text{J}$$

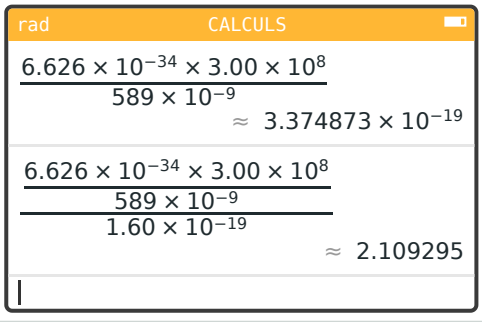
En électronvolts : $\Delta E = \dfrac{3{,}37 \times 10^{-19}}{1{,}60 \times 10^{-19}} = 2{,}11\ \text{eV}$

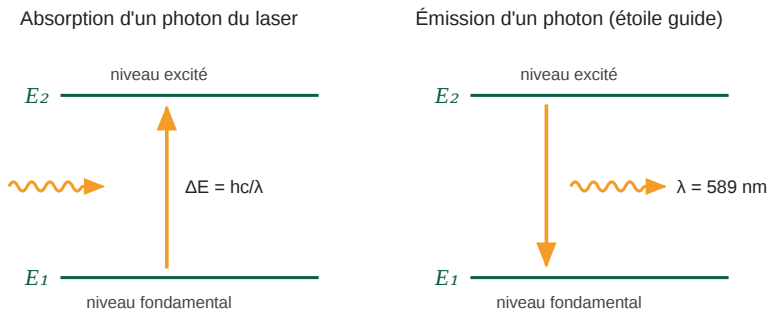
$$\Delta E = E_2 - E_1 = 3{,}37 \times 10^{-19}\ \text{J} = 2{,}11\ \text{eV}$$

PIÈGE
Laisser λ en nanomètres dans le calcul. Sur le diagramme, la flèche d'absorption monte, la flèche d'émission descend.

COMPRENDRE
Trois chiffres significatifs, comme c et λ, données les moins précises. L'expérience donne seulement l'écart entre les deux niveaux, pas la valeur de chacun.

À LA CALCULATRICE





2.4 · Niveaux d'énergie de l'atome de sodium

3.1 Schématiser la trajectoire de l'étoile S2 et représenter, en plusieurs points, l'étoile, son vecteur vitesse et son vecteur accélération.

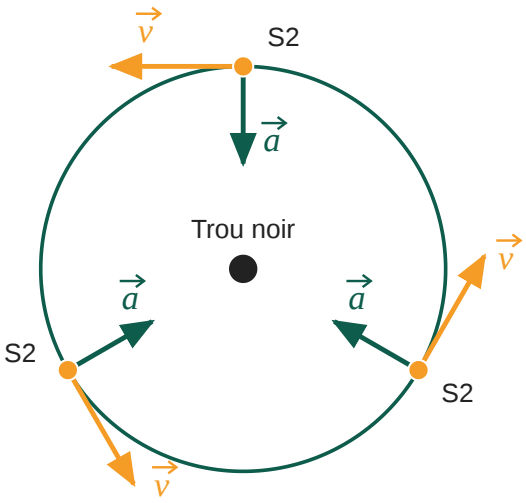
La trajectoire est un cercle de rayon r centré sur le trou noir.

En chaque point, le vecteur vitesse $\vec{v}$ est tangent au cercle, dans le sens du mouvement. Le vecteur accélération $\vec{a}$ est dirigé vers le centre du cercle, comme la force gravitationnelle exercée par le trou noir.

Voir le schéma : $\vec{v}$ tangent à la trajectoire, $\vec{a}$ centripète, tous deux de norme constante.

PIÈGE

Dessiner des flèches de longueurs différentes d'un point à l'autre : le mouvement est uniforme, v et a gardent la même valeur. Ne pas tracer $\vec{a}$ tangent ou vers l'extérieur.



3.1 · Orbite circulaire de S2 autour du trou noir

3.2 Montrer que la valeur de la vitesse de l'étoile S2 a pour expression $v = \sqrt{\dfrac{G\,M}{r}}$.

Système {étoile S2}, de masse m constante ; référentiel lié au centre du trou noir, supposé galiléen ; seule force : l'attraction gravitationnelle du trou noir, $\vec{F} = \dfrac{G\,M\,m}{r^2}\,\vec{u}_N$, où $\vec{u}_N$ est le vecteur unitaire dirigé de S2 vers le trou noir.

Deuxième loi de Newton : $\vec{F} = m\,\vec{a}$, donc $\vec{a} = \dfrac{G\,M}{r^2}\,\vec{u}_N$.

Dans le repère de Frenet, pour un mouvement circulaire : $\vec{a} = \dfrac{v^2}{r}\,\vec{u}_N + \dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\,\vec{u}_T$.

Selon $\vec{u}_T$: $\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = 0$, le mouvement est uniforme. Selon $\vec{u}_N$: $\dfrac{v^2}{r} = \dfrac{G\,M}{r^2}$, soit $v^2 = \dfrac{G\,M}{r}$.

$v = \sqrt{\dfrac{G\,M}{r}}$, expression attendue.

COMPRENDRE
La masse m de l'étoile se simplifie : la vitesse sur l'orbite ne dépend que de la masse M de l'astre attracteur et du rayon r.

MÉTHODE
Orbite circulaire : 1) système, référentiel, force ; 2) deuxième loi de Newton ; 3) accélération dans le repère de Frenet ; 4) identification. La composante tangentielle donne l'uniformité, la composante normale donne la vitesse.

3.3 En déduire l'expression de la période de révolution T de l'étoile.

Pendant une période T, l'étoile parcourt le périmètre $2\pi r$ de son orbite à la vitesse constante v :

$$T = \frac{2\pi r}{v} = 2\pi r\sqrt{\frac{r}{G\,M}}$$

$T = 2\pi\sqrt{\dfrac{r^3}{G\,M}}$

COMPRENDRE
En élevant au carré, $\dfrac{T^2}{r^3} = \dfrac{4\pi^2}{G\,M}$: on retrouve la troisième loi de Kepler, le rapport T^2/r^3 ne dépend que de l'astre attracteur.

3.4 Déterminer la valeur de la masse M du trou noir et la comparer à celle annoncée dans le document 1.

Données utiles $r = 132$ heures-lumière ; $T = 15{,}2$ ans ; $G = 6{,}67 \times 10^{-11}\ \text{m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$; $c = 3{,}00 \times 10^8\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$; $M_S = 2{,}0 \times 10^{30}$ kg

D'après 3.3 : $T^2 = \dfrac{4\pi^2 r^3}{G\,M}$, donc $M = \dfrac{4\pi^2 r^3}{G\,T^2}$.

Conversions : $r = 132 \times 3600 \times 3{,}00 \times 10^8 = 1{,}43 \times 10^{14}$ m ; $T = 15{,}2 \times 365{,}25 \times 24 \times 3600 = 4{,}80 \times 10^8$ s.

$$M = \frac{4\pi^2 \times (1{,}43 \times 10^{14})^3}{6{,}67 \times 10^{-11} \times (4{,}80 \times 10^8)^2} = 7{,}45 \times 10^{36}\ \text{kg}$$

(valeur obtenue en gardant les valeurs non arrondies de r et T)

Comparaison : $\dfrac{M}{M_S} = \dfrac{7{,}45 \times 10^{36}}{2{,}0 \times 10^{30}} = 3{,}7 \times 10^6$

$M = 7{,}45 \times 10^{36}$ kg, soit 3,7 millions de masses solaires : valeur en accord avec les « 3 à 4 millions » du document 1.

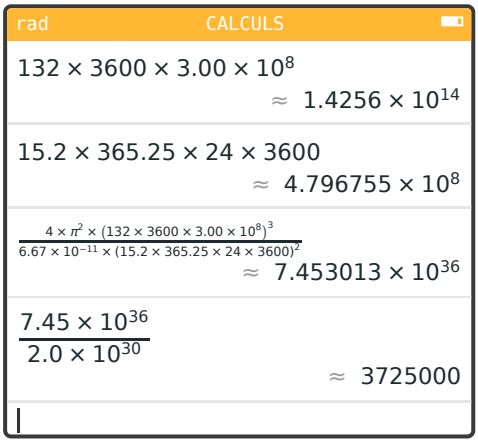
PIÈGE

Oublier de convertir : r en mètres (1 heure-lumière $= c \times 3600$ s) et T en secondes. Avec les valeurs arrondies de r et T, on trouve $7{,}5 \times 10^{36}$ kg : garder les valeurs exactes en mémoire.

COMPRENDRE

Le rapport M/M_S est donné avec deux chiffres significatifs, comme M_S. L'orbite réelle est une ellipse : le cercle n'est qu'un modèle, suffisant pour un ordre de grandeur.

À LA CALCULATRICE



Etude de l'acide ascorbique

Bac S 2014 Antilles-Guyane (ancien programme) · Exercice 2 **10 points** **Durée conseillée 1 h 40**

1.1 Reproduire la molécule A et marquer d'un astérisque le (ou les) atome(s) de carbone asymétrique(s).

Un atome de carbone asymétrique est un carbone tétraédrique lié à quatre atomes ou groupes d'atomes tous différents.

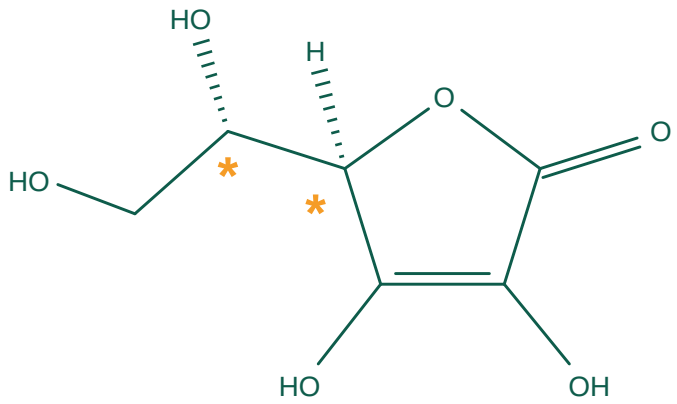
Dans A, deux atomes conviennent :

- le carbone du cycle qui porte H, lié à H, à l'oxygène du cycle, au carbone $\mathrm{C}=$ du cycle et à la chaîne latérale ;
- le carbone de la chaîne qui porte OH, lié à H, OH, $\mathrm{CH_2OH}$ et au cycle.

La molécule A possède **deux** atomes de carbone asymétriques, marqués d'un astérisque sur la figure.

PIÈGE
Un carbone engagé dans une double liaison ($\mathrm{C}=\mathrm{C}$ ou $\mathrm{C}=\mathrm{O}$) n'a que trois voisins, et le carbone du groupe $\mathrm{CH_2OH}$ porte deux H identiques : aucun n'est asymétrique.

COMPRENDRE
Carbone asymétrique, chiralité, énantiomères et diastéréoisomères (questions 1.1 à 1.3) relevaient du programme de Terminale S. Ces notions ne figurent plus au programme actuel de la spécialité.



* atome de carbone asymétrique

1.1 · Molécule A : les deux atomes de carbone asymétriques

1.2 La molécule A est-elle chirale ? Justifier.

Une molécule est chirale si elle n'est pas superposable à son image dans un miroir plan.

A possède deux carbones asymétriques dont les quatre substituants ne sont pas les mêmes d'un carbone à l'autre : la molécule n'a ni plan ni centre de symétrie. Son image dans un miroir (la molécule D de la question 1.3) ne lui est pas superposable.

La molécule A est **chirale**.

PIÈGE
Un seul carbone asymétrique suffit à rendre une molécule chirale. Avec deux, il faut vérifier l'absence de plan de symétrie avant de conclure.

1.3 Quelle est la relation entre A et B, puis entre A et chacune des espèces C, D et E ? Justifier.

B, C et D ont la même formule brute et le même enchaînement d'atomes que A ; seule la disposition dans l'espace change : ce sont des stéréoisomères de configuration de A.

- **A et B** : seul le carbone asymétrique du cycle est inversé (H vers l'avant au lieu de l'arrière). B n'est pas l'image de A dans un miroir : A et B sont **diastéréoisomères**.
- **A et C** : seul le carbone asymétrique de la chaîne est inversé (OH vers l'avant). A et C sont **diastéréoisomères**.
- **A et D** : les deux carbones asymétriques sont inversés. D est l'image de A dans un miroir plan et ne lui est pas superposable : A et D sont **énantiomères**.
- **A et E** : un groupe OH est remplacé par $\mathrm{O^-}$. E a perdu un ion $\mathrm{H^+}$: la formule brute diffère, A et E ne sont pas isomères. E est une forme basique (ion ascorbate) : la relation est de type **acide/base**. Le carbone du cycle de E a toutefois la configuration de B : E est, en toute rigueur, la base conjuguée de B.

A et B, A et C : diastéréoisomères ; A et D : énantiomères ; A et E : relation acide/base, non isomères.

COMPRENDRE
Dans un couple acide/base, les deux espèces ne diffèrent que d'un ion $\mathrm{H^+}$. Ici le dessin de E change aussi une liaison en perspective : l'idée attendue reste la perte de $\mathrm{H^+}$.

MÉTHODE
Comparer d'abord les formules brutes, puis l'enchaînement des atomes, enfin chaque carbone asymétrique. Tous inversés : énantiomères. Une partie seulement : diastéréoisomères.

1.4 Déterminer la formule brute de l'acide ascorbique.

Dans la formule topologique, chaque sommet est un atome de carbone et les H liés aux carbones ne sont pas dessinés.

- Carbone : 4 dans le cycle et 2 dans la chaîne, soit 6.
- Hydrogène : 4 dans les groupes OH, 1 sur chaque carbone asymétrique, 2 dans $\mathrm{CH_2}$, soit 8.
- Oxygène : 4 dans les groupes OH, 1 dans le cycle, 1 dans $\mathrm{C{=}O}$, soit 6.

Formule brute de l'acide ascorbique : $\mathrm{C_6H_8O_6}$

PIÈGE
Oublier les deux H du groupe $\mathrm{CH_2}$ ou celui du carbone de la chaîne, invisibles sur la formule topologique. Chaque carbone doit porter quatre liaisons.

2.1 Déterminer le pH de la solution d'hydroxyde de sodium utilisée pour le titrage. En déduire les précautions à adopter pour l'utiliser.

Données utiles $c_B = 1{,}00 \times 10^{-2}\ \mathrm{mol \cdot L^{-1}}$; $\mathrm{p}K_e = 14{,}0$

L'ion hydroxyde est une base forte : $[\mathrm{HO^-}] = c_B = 1{,}00 \times 10^{-2}\ \mathrm{mol \cdot L^{-1}}$.

Produit ionique de l'eau : $[\mathrm{H_3O^+}] = \dfrac{K_e\,(c^\circ)^2}{[\mathrm{HO^-}]}$, donc $\mathrm{pH} = \mathrm{p}K_e + \log \dfrac{c_B}{c^\circ}$.

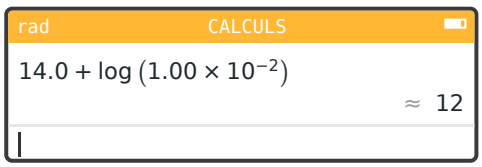
$$\mathrm{pH} = 14{,}0 + \log(1{,}00 \times 10^{-2}) = 12{,}0$$

La solution est très basique, donc corrosive : on la manipule avec une blouse, des lunettes de protection et des gants.

$\mathrm{pH} = 12{,}0$: port de la blouse, des lunettes et des gants.

COMPRENDRE
$c^\circ = 1\ \mathrm{mol \cdot L^{-1}}$ rend sans unité le nombre placé dans le logarithme. Un pH se donne au dixième, comme $\mathrm{p}K_e$.

À LA CALCULATRICE



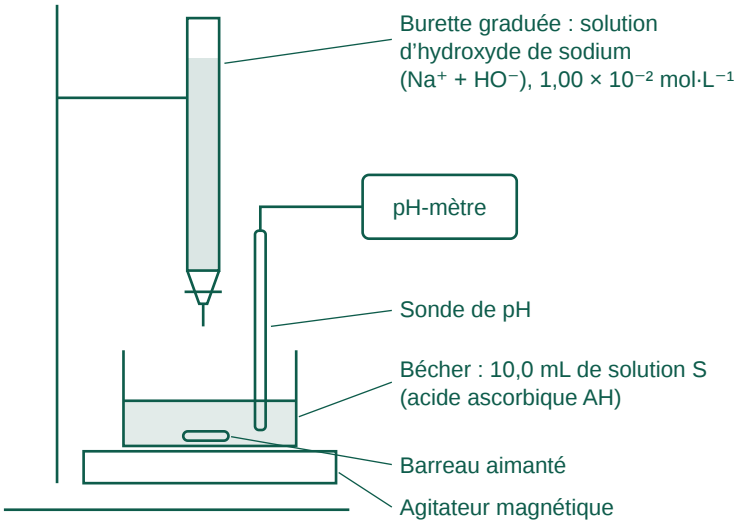
2.2 Réaliser un schéma annoté du montage expérimental nécessaire à la mise en œuvre du titrage.

Le schéma comporte :

- la burette graduée, remplie de la solution titrante d'hydroxyde de sodium ;
- le bécher contenant les 10,0 mL de solution S prélevés à la pipette jaugée ;
- la sonde du pH-mètre, plongée dans la solution et reliée au pH-mètre ;
- le barreau aimanté et l'agitateur magnétique.

Schéma annoté : voir la figure.

PIÈGE
Un schéma sans légende ne rapporte rien : chaque élément de verrerie est nommé, et chaque solution est donnée avec son volume ou sa concentration.



2.2 · Montage du titrage suivi par pH-métrie

2.3 Écrire l'équation de la réaction support du titrage.

L'acide ascorbique AH (espèce titrée) cède un ion H^+ à l'ion hydroxyde (espèce titrante).

$$AH\,(aq) + HO^-\,(aq) \longrightarrow A^-\,(aq) + H_2O\,(l)$$

COMPRENDRE
Une réaction de titrage est totale et rapide : on l'écrit avec une flèche simple. L'ion Na^+, spectateur, n'apparaît pas.

2.4 À partir du protocole et des résultats obtenus, déterminer la masse d'acide ascorbique contenue dans le comprimé.

Données utiles $V_S = 200{,}0$ mL ; prise d'essai $V_A = 10{,}0$ mL ; $c_B = 1{,}00 \times 10^{-2}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$; $C_6H_8O_6$ (1.4) ; $M(\text{H}) = 1{,}0$, $M(\text{C}) = 12{,}0$, $M(\text{O}) = 16{,}0\ \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$

Volume à l'équivalence, par la méthode des tangentes parallèles sur l'annexe : $V_E = 13{,}7$ mL.

À l'équivalence, les réactifs ont été introduits dans les proportions stœchiométriques : $n(\text{AH})_{\text{titré}} = n(\text{HO}^-)_{\text{versé}} = c_B\, V_E$.

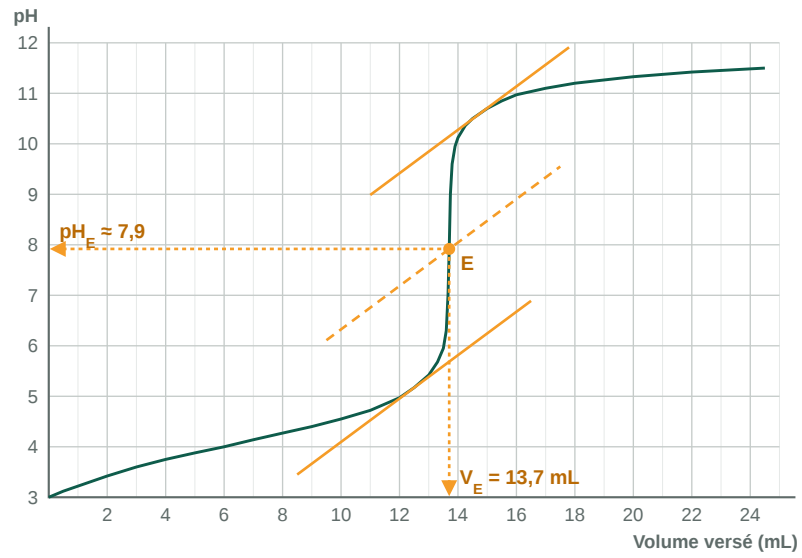
La fiole de volume V_S contient $\dfrac{V_S}{V_A} = 20{,}0$ fois plus d'acide que la prise d'essai :

$$m = c_B\, V_E\, \frac{V_S}{V_A}\, M(C_6H_8O_6)$$

avec $M(C_6H_8O_6) = 6 \times 12{,}0 + 8 \times 1{,}0 + 6 \times 16{,}0 = 176{,}0\ \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$.

$$m = 1{,}00 \times 10^{-2} \times 13{,}7 \times 10^{-3} \times \frac{200{,}0}{10{,}0} \times 176{,}0 = 0{,}482\ \text{g}$$

$m = 0{,}482\ \text{g} = 482\ \text{mg}$ d'acide ascorbique dans le comprimé.



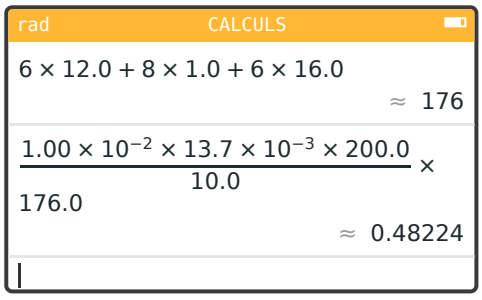
2.4 · Annexe complétée : méthode des tangentes parallèles

PIÈGE
Calculer la masse contenue dans les 10,0 mL titrés et oublier le facteur 20. Le volume V_E se convertit en litre.

COMPRENDRE
Trois chiffres significatifs, comme c_B, V_E et V_A. La lecture graphique de V_E se fait à 0,1 mL près : une valeur de 13,6 mL donnerait 479 mg.

MÉTHODE
Tangentes parallèles : tracer deux tangentes parallèles de part et d'autre du saut de pH, puis la droite parallèle à égale distance des deux. Elle coupe la courbe au point d'équivalence E.

À LA CALCULATRICE



2.5 Préciser les sources d'erreurs possibles. Calculer l'écart relatif entre la masse théorique et la masse expérimentale. Commenter.

Données utiles $m_{\text{th}} = 500$ mg ; $m_{\text{exp}} = 482$ mg (2.4)

Sources d'erreurs possibles :

- perte de poudre lors du broyage dans le mortier et du transfert dans la fiole ;
- ajustement des niveaux au trait de jauge (fiole de 200,0 mL, pipette de 10,0 mL) ;
- concentration de la solution d'hydroxyde de sodium connue avec une précision limitée ;
- détermination graphique de V_E et étalonnage du pH-mètre.

Écart relatif :

$$\frac{|m_{\text{exp}} - m_{\text{th}}|}{m_{\text{th}}} = \frac{|482 - 500|}{500} = 0{,}036$$

Écart relatif de 3,6 %, inférieur à 5 % : la mesure est en accord avec l'indication du fabricant.

COMPRENDRE
La masse trouvée est inférieure à 500 mg : c'est cohérent avec une perte de solide pendant la préparation de la solution S.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$\frac{500 - 482}{500} \times 100 \approx 3.6$

2.6 D'après les résultats obtenus, peut-on savoir si l'acide ascorbique est un acide fort ou un acide faible ? Justifier.

Données utiles $V_E = 13{,}7$ mL (2.4) ; $V_A = 10{,}0$ mL ; pH initial lu sur l'annexe : 3,0

Concentration apportée en acide ascorbique dans S : $C_A = \frac{c_B V_E}{V_A} = \frac{1{,}00 \times 10^{-2} \times 13{,}7}{10{,}0} = 1{,}37 \times 10^{-2}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$.

Si AH était un acide fort, sa réaction avec l'eau serait totale :

$[\text{H}_3\text{O}^+] = C_A$ et $\text{pH} = -\log \frac{C_A}{c^\circ} = -\log(1{,}37 \times 10^{-2}) = 1{,}9$.

Or, pour $V = 0$ mL, la courbe donne $\text{pH} = 3{,}0$, soit $[\text{H}_3\text{O}^+] = 1{,}0 \times 10^{-3}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$, nettement inférieur à C_A.

Le pH initial (3,0) est supérieur à 1,9 : la réaction de AH avec l'eau n'est pas totale, l'acide ascorbique est un **acide faible**.

COMPRENDRE
Autre indice : le pH à l'équivalence est supérieur à 7, car la solution contient alors la base faible A^-. Avec un acide fort, on aurait $\text{pH}_E = 7$.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$\frac{1.00 \times 10^{-2} \times 13.7}{10.0} \approx 0.0137$

$-\log(1.37 \times 10^{-2}) \approx 1.863279$

3.1 Parmi les indicateurs colorés proposés, lequel utiliser pour le titrage de la partie 2 ? Justifier et préciser comment l'équivalence est repérée.

Données utiles $\text{pH}_E \approx 7{,}9$ (annexe, 2.4) ; rouge de crésol : jaune, zone de virage 7,2 – 8,8, rouge

Un indicateur coloré convient si sa zone de virage contient le pH à l'équivalence.

Sur l'annexe, $\text{pH}_E \approx 7{,}9$. Seule la zone de virage du rouge de crésol (7,2 – 8,8) contient cette valeur.

Au début du titrage, le pH est inférieur à 7,2 : la solution est jaune. L'équivalence est repérée par le passage du jaune au rouge, à la goutte près.

Indicateur adapté : le **rouge de crésol** ; l'équivalence correspond au virage du jaune au rouge.

PIÈGE
La zone de virage de la phénolphtaléine commence à 8,2 et celle du bleu de bromothymol s'arrête à 7,6 : aucune des deux ne contient pH_E.

COMPRENDRE
On n'ajoute que quelques gouttes d'indicateur : c'est lui-même un couple acide/base, qui consomme un peu de solution titrante.

3.2.1 Expliquer pourquoi il n'est pas pertinent de titrer la solution S' par la solution d'hydroxyde de sodium de concentration c'_B.

Données utiles $C'_A \approx 6 \times 10^{-3}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$; $c'_B = 1{,}00 \times 10^{-1}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$; plus grande pipette jaugée : 25,0 mL

À l'équivalence : $C'_A\,V'_A = c'_B\,V'_E$, soit $V'_E = \dfrac{C'_A\,V'_A}{c'_B}$.

Même avec la plus grande prise d'essai possible, $V'_A = 25{,}0$ mL :

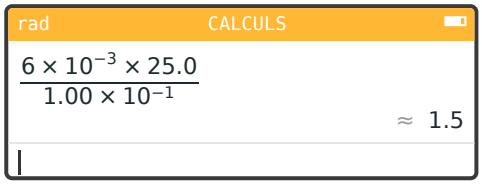
$$V'_E = \frac{6 \times 10^{-3} \times 25{,}0}{1{,}00 \times 10^{-1}} = 1{,}5\ \text{mL}$$

Ce volume est très faible devant la contenance d'une burette de 25 mL : l'incertitude relative sur V'_E serait grande, et l'on aurait trop peu de points avant l'équivalence pour tracer la première droite.

$V'_E \approx 1{,}5$ mL au mieux : la solution titrante est trop concentrée, le titrage serait imprécis.

COMPRENDRE
Une lecture de burette à 0,1 mL près représente moins de 1 % d'un volume de 15 mL, mais près de 7 % d'un volume de 1,5 mL.

À LA CALCULATRICE



3.2.2 Établir un protocole permettant d'effectuer le titrage conductimétrique, en précisant les adaptations des concentrations et le volume de solution d'acide ascorbique prélevé.

Données utiles pipettes jaugées de 10,0 mL, 20,0 mL et 25,0 mL ; fioles jaugées de 50,0 mL, 100 mL, 200,0 mL et 250,0 mL

Adaptation : on dilue dix fois la solution d'hydroxyde de sodium. On prélève 10,0 mL de solution de concentration c'_B à la pipette jaugée, on les verse dans la fiole jaugée de 100 mL, on complète à l'eau distillée jusqu'au trait de jauge et on homogénéise : $c''_B = 1{,}00 \times 10^{-2}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$.

Prise d'essai : $V'_A = 25{,}0$ mL de S', prélevés à la pipette jaugée.
Volume équivalent attendu :

$$V''_E = \frac{6 \times 10^{-3} \times 25{,}0}{1{,}00 \times 10^{-2}} = 15\ \text{mL}$$

Titrage :

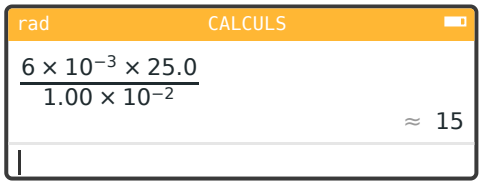
- verser la prise d'essai dans un grand bécher, ajouter environ 200 mL d'eau distillée, placer sous agitation magnétique ;
- plonger la cellule du conductimètre dans la solution ;
- remplir la burette de solution d'hydroxyde de sodium diluée ;
- verser millilitre par millilitre jusqu'à 25 mL en relevant la conductivité σ après chaque ajout ;
- tracer $\sigma = f(V)$: le volume équivalent est l'abscisse du point d'intersection des deux portions de droite.

Solution titrante diluée 10 fois ($c''_B = 1{,}00 \times 10^{-2}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$) et prise d'essai de 25,0 mL : $V''_E \approx 15$ mL.

PIÈGE
Un volume précis se prélève à la pipette jaugée. La fiole jaugée sert à préparer une solution, pas à délivrer un volume.

COMPRENDRE
Le grand volume d'eau distillée ne change pas la quantité d'acide titrée, donc pas V''_E. Il rend la dilution due aux ajouts négligeable : les portions de courbe sont alors des segments de droite.

À LA CALCULATRICE



3.2.3 En argumentant, identifier la courbe qui peut correspondre au titrage conductimétrique de l'acide ascorbique par la solution d'hydroxyde de sodium.

Données utiles $\lambda(HO^-) = 19{,}8$; $\lambda(Na^+) = 5{,}01$; $\lambda(A^-) = 2{,}5\ mS \cdot m^2 \cdot mol^{-1}$

Seuls les ions contribuent à la conductivité. Réaction support : $AH + HO^- \longrightarrow A^- + H_2O$.

Avant l'équivalence : chaque ion HO^- versé est consommé ; il se forme un ion A^- et il arrive un ion Na^+. La solution, peu conductrice au départ (AH est une molécule), s'enrichit en ions : σ augmente, avec une pente proportionnelle à $\lambda(Na^+) + \lambda(A^-) = 7{,}5\ mS \cdot m^2 \cdot mol^{-1}$.

Après l'équivalence : les ions Na^+ et HO^- versés s'accumulent : σ augmente plus vite, avec une pente proportionnelle à $\lambda(Na^+) + \lambda(HO^-) = 24{,}8\ mS \cdot m^2 \cdot mol^{-1}$.

La courbe cherchée est donc formée de deux portions croissantes, la seconde plus pentue. Les courbes 2, 3 et 4 commencent par une portion décroissante.

La **courbe 1** correspond au titrage : rupture de pente vers 15 mL, valeur prévue en 3.2.2.

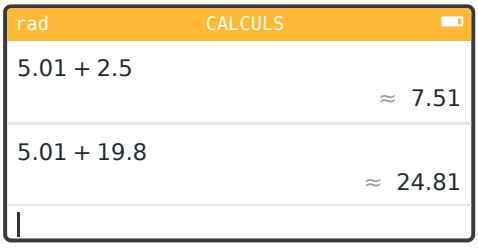
COMPRENDRE

Une portion décroissante avant l'équivalence signale un acide fort : les ions H_3O^+, très conducteurs, sont remplacés par des ions Na^+ qui le sont moins.

MÉTHODE

Pour chaque domaine, lister les ions dont la concentration varie, puis sommer leurs conductivités molaires ioniques : le signe et la valeur de la somme donnent le sens et la raideur de la pente.

À LA CALCULATRICE



CD et autres supports de l'information

Bac S 2014 Antilles-Guyane (ancien programme) · Exercice 3 **5 points** **Durée conseillée 50 min**

1.1 Montrer que la surface « utile » S du CD (surface grisée du document 1) s'exprime par $S = \pi\,(R_2^2 - R_1^2)$.

La zone grisée est une couronne : le disque de rayon R_2 privé du disque central de rayon R_1.

L'aire d'un disque de rayon R vaut πR^2, donc $S = \pi R_2^2 - \pi R_1^2$.

$$\boxed{S = \pi\,(R_2^2 - R_1^2)}$$

PIÈGE
Écrire $\pi\,(R_2 - R_1)^2$: on soustrait deux aires, pas deux rayons.

1.2 La longueur de la piste s'estime par $L \approx \dfrac{S}{a}$, où a est le pas de la spirale. Évaluer la longueur de la piste de ce CD.

Données utiles $R_1 = 2{,}5$ cm ; $R_2 = 6{,}0$ cm ; $a = 1{,}6\ \mu$m

$L \approx \dfrac{S}{a} = \dfrac{\pi\,(R_2^2 - R_1^2)}{a}$, avec toutes les longueurs en mètres :

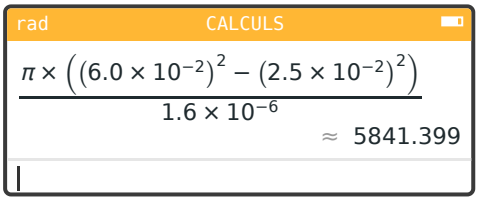
$$L \approx \frac{\pi \times \left[(6{,}0 \times 10^{-2})^2 - (2{,}5 \times 10^{-2})^2\right]}{1{,}6 \times 10^{-6}} = 5{,}8 \times 10^{3}\ \text{m}$$

$$\boxed{L \approx 5{,}8 \times 10^{3}\ \text{m, soit } 5{,}8\ \text{km}}$$

PIÈGE
Laisser les rayons en centimètres alors que le pas est en micromètres : convertir en mètres, $1\ \text{cm} = 10^{-2}$ m et $1\ \mu\text{m} = 10^{-6}$ m.

COMPRENDRE
Les données ont deux chiffres significatifs : le résultat aussi. On garde la valeur non arrondie, $5\,841$ m, pour les calculs suivants.

À LA CALCULATRICE



1.3 En déduire la durée théorique totale de lecture du CD, en minutes.

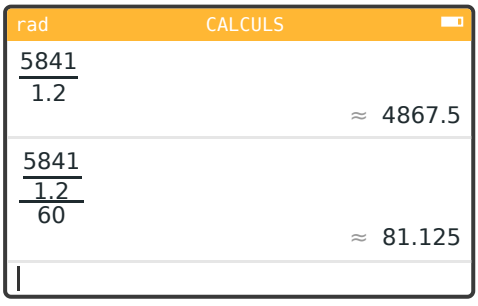
Données utiles $V = 1{,}2\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$; $L = 5{,}84 \times 10^{3}$ m (1.2)

La piste défile à vitesse linéaire constante : $V = \dfrac{L}{\Delta t}$, donc $\Delta t = \dfrac{L}{V}$.

$\Delta t = \dfrac{5{,}84 \times 10^{3}}{1{,}2} = 4{,}9 \times 10^{3}$ s, soit $\dfrac{4{,}9 \times 10^{3}}{60} = 81$ min.

$$\boxed{\Delta t \approx 81\ \text{min}}$$

À LA CALCULATRICE



1.4.1 Déterminer la différence de parcours entre l'onde qui se réfléchit sur un creux et celle qui se réfléchit sur un plat.

Données utiles $h_c = 0{,}12\ \mu\text{m}$

Le faisceau arrive par le dessous (document 2) : le fond d'une alvéole est plus éloigné du laser que le plat, d'une distance h_c. L'onde réfléchie sur un creux parcourt h_c en plus à l'aller, puis h_c en plus au retour.

$\delta = 2\,h_c = 2 \times 0{,}12 = 0{,}24\ \mu\text{m}$

$\boxed{\delta = 2\,h_c = 2{,}4 \times 10^{-7}\ \text{m}}$

PIÈGE
Répondre $\delta = h_c$ en oubliant le retour : la lumière fait un aller-retour dans l'alvéole.

1.4.2 Ce parcours ayant lieu dans le polycarbonate, déterminer le retard de l'onde réfléchie dans un creux par rapport à l'onde réfléchie sur un plat, au niveau du capteur.

Données utiles $v = 1{,}93 \times 10^8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$; $\delta = 2{,}4 \times 10^{-7}$ m (1.4.1)

Le retard τ est la durée mise par la lumière pour parcourir la distance supplémentaire δ à la célérité v dans le polycarbonate :

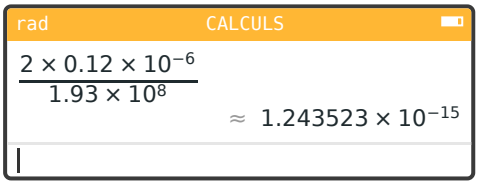
$$\tau = \frac{\delta}{v} = \frac{2\,h_c}{v} = \frac{2{,}4 \times 10^{-7}}{1{,}93 \times 10^8} = 1{,}2 \times 10^{-15}\ \text{s}$$

$\boxed{\tau = 1{,}2 \times 10^{-15}\ \text{s}}$

PIÈGE
Utiliser $c = 3{,}00 \times 10^8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$: le trajet supplémentaire se fait dans le polycarbonate, où la lumière est plus lente que dans l'air.

COMPRENDRE
Avec la relation $2\,h_c = \frac{\lambda}{2}$ du document 2, on trouve $\tau = \frac{\lambda}{2v} = 1{,}30 \times 10^{-15}$ s. L'écart vient de h_c, arrondi à deux chiffres dans le sujet.

À LA CALCULATRICE



1.4.3 Comparer ce retard à la période de l'onde émise par le laser.

Données utiles $\lambda = 503$ nm dans le polycarbonate ; $v = 1{,}93 \times 10^8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$; $\tau = 1{,}2 \times 10^{-15}$ s (1.4.2)

Dans le polycarbonate, $\lambda = v\,T$, donc $T = \frac{\lambda}{v} = \frac{503 \times 10^{-9}}{1{,}93 \times 10^8} = 2{,}61 \times 10^{-15}$ s.

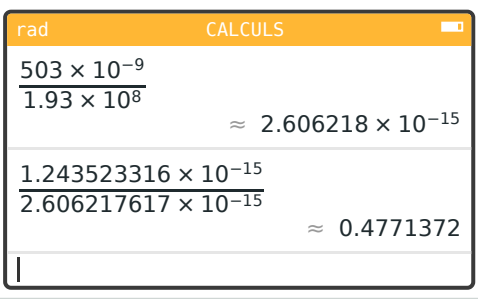
Numériquement : $\frac{\tau}{T} = \frac{1{,}2 \times 10^{-15}}{2{,}61 \times 10^{-15}} \approx 0{,}5$.

Littéralement, comme $2\,h_c = \frac{\lambda}{2}$ (document 2) : $\tau = \frac{2\,h_c}{v} = \frac{\lambda}{2\,v} = \frac{T}{2}$.

$\boxed{\tau = \frac{T}{2}}$: le retard vaut une demi-période.

COMPRENDRE
La période ne dépend pas du milieu traversé : seules la célérité et la longueur d'onde changent. Il faut donc associer λ et v du même milieu, ici le polycarbonate.

À LA CALCULATRICE



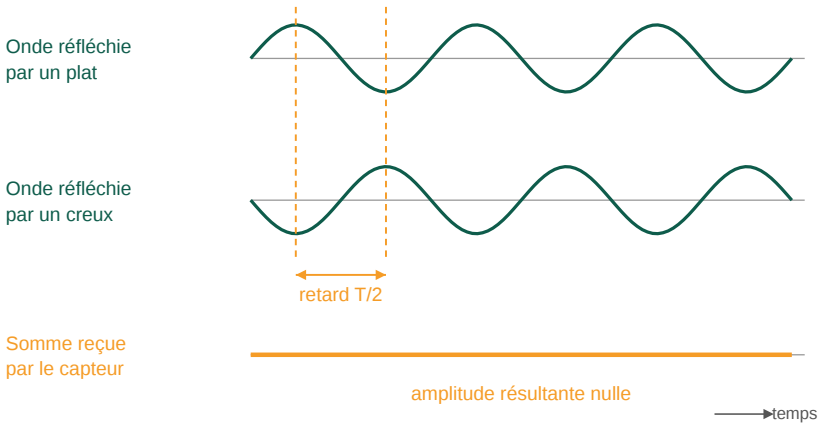
1.4.4 En déduire le type d'interférences (constructives ou destructives) entre l'onde réfléchie par un creux et celle réfléchie par un plat au niveau du capteur, en s'appuyant sur un schéma.

Les interférences sont destructives lorsque le retard vaut $\tau = \left(k + \frac{1}{2}\right) T$, avec k entier.

Ici $\tau = \frac{T}{2}$: c'est le cas $k = 0$. Les deux ondes arrivent en opposition de phase sur le capteur : quand l'une est maximale, l'autre est minimale, et leur somme est nulle (schéma).

Les interférences sont **destructives**.

MÉTHODE
Retard multiple entier de T ($\tau = k\,T$) : interférences constructives. Retard multiple impair de la demi-période : destructives. Même critère avec la différence de marche δ et λ.



1.4.4 · Deux ondes de même amplitude décalées d'une demi-période : elles s'annulent

1.4.5 Dans ce cas, le signal reçu par le capteur est-il maximal ou minimal ? Commenter.

Les deux ondes se compensent : l'intensité lumineuse reçue par la cellule photoélectrique est très faible.

Loin d'un bord d'alvéole, tout le spot se réfléchit sur une même surface (plat ou creux) : il n'y a pas de décalage et le signal est fort. Une chute du signal repère donc un passage plat-creux ou creux-plat, c'est-à-dire un bit « 1 » (document 4).

Le signal reçu est **minimal** : il marque le bord d'une alvéole.

COMPRENDRE
La profondeur $h_c = \frac{\lambda}{4}$ est choisie exprès : elle donne le contraste le plus fort entre signal fort et signal faible, donc une lecture fiable.

1.5 Déterminer la capacité totale théorique d'information (en Mo) que l'on peut enregistrer sur ce CD.

Données utiles durée d'un bit $t_b = 231{,}4$ ns ; 17 bits gravés par octet ; $V = 1{,}2\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$; $L = 5{,}84 \times 10^3$ m (1.2)

Longueur d'un bit sur la piste : $\ell = V\,t_b = 1{,}2 \times 231{,}4 \times 10^{-9} = 2{,}8 \times 10^{-7}$ m.

Longueur occupée par un octet : $17\,\ell = 17\,V\,t_b = 4{,}7 \times 10^{-6}$ m.

Nombre d'octets sur la piste :

$$N = \frac{L}{17\,V\,t_b} = \frac{5{,}84 \times 10^3}{17 \times 1{,}2 \times 231{,}4 \times 10^{-9}} = 1{,}2 \times 10^9 \text{ octets}$$

Avec $1\ \text{Mo} = 10^6$ octets :

$N \approx 1{,}2 \times 10^3$ Mo

PIÈGE
Diviser par 8 au lieu de 17 : sur le disque, un octet d'information occupe 17 bits gravés (14 de codage et 3 de synchronisation).

COMPRENDRE
La capacité réelle est de 700 Mo (document 3) : une partie de la piste sert à la correction d'erreurs et au repérage, pas aux données.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$1.2 \times 231.4 \times 10^{-9} \approx 2.7768 \times 10^{-7}$

$17 \times 1.2 \times 231.4 \times 10^{-9} \approx 4.72056 \times 10^{-6}$

$\dfrac{5841}{17 \times 1.2 \times 231.4 \times 10^{-9}} \approx 1.237353 \times 10^{9}$

2.1 Quelle doit être la profondeur d'un creux sur un disque Blu-ray ?

Données utiles Blu-ray : $\lambda = 261$ nm dans le polycarbonate

Le principe est le même que pour le CD : le retard doit valoir une demi-période, donc $2\,h_c = \dfrac{\lambda}{2}$ avec la longueur d'onde du laser Blu-ray dans le polycarbonate.

$h_c = \dfrac{\lambda}{4} = \dfrac{261}{4} = 65{,}3$ nm

$h_c = 65{,}3$ nm, soit environ $0{,}065\ \mu$m

PIÈGE

Prendre 405 nm : c'est la longueur d'onde dans l'air. L'aller-retour dans l'alvéole se fait dans le polycarbonate.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$\dfrac{261}{4} \approx 65.25$

2.2 Pourquoi ne peut-on pas lire un disque Blu-ray avec un lecteur de CD ?

Données utiles CD : $\lambda = 503$ nm, faisceau large de $2{,}1\ \mu$m ; Blu-ray : creux de 65,3 nm (2.1), pistes distantes de $0{,}3\ \mu$m

Deux raisons, tirées du document 3 :

- le faisceau d'un lecteur de CD est large de $2{,}1\ \mu$m, alors que les pistes du Blu-ray ne sont espacées que de $0{,}3\ \mu$m : le spot éclairerait environ sept pistes à la fois ;
- pour le laser du CD, un creux de Blu-ray donne un retard $\tau = \dfrac{2\,h_c}{v}$ avec $\dfrac{\tau}{T} = \dfrac{2\,h_c}{\lambda} = \dfrac{2 \times 65{,}3}{503} \approx 0{,}26$: environ un quart de période au lieu d'une demi-période, les interférences ne sont plus destructives.

Spot trop large et longueur d'onde inadaptée à la profondeur des creux : le signal ne distingue plus les creux des plats.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$\dfrac{2.1}{0.3} \approx 7$

$\dfrac{2 \times 65.25}{503} \approx 0.2594433$

2.3 En supposant le codage de l'information et la lecture d'un disque Blu-ray identiques à ceux d'un CD, déterminer la capacité de stockage qu'aurait un disque Blu-ray. Que peut-on en conclure ?

Données utiles Blu-ray : $L' = 27$ km, capacité réelle 25 Go ; longueur d'un octet $17\,V\,t_b = 4{,}72 \times 10^{-6}$ m (1.5)

Avec le même codage et la même lecture, un octet occupe la même longueur de piste : la capacité est proportionnelle à la longueur de la piste.

$$N' = \frac{L'}{17\,V\,t_b} = \frac{27 \times 10^3}{4{,}72 \times 10^{-6}} = 5{,}7 \times 10^9 \text{ octets}$$

Soit $5{,}7 \times 10^3$ Mo, c'est-à-dire $5{,}7$ Go : environ quatre fois moins que les 25 Go réels.

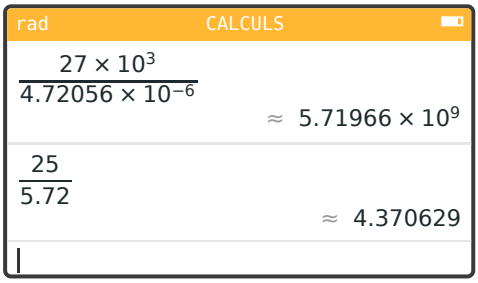
Conclusion : l'hypothèse est fausse. Sur un Blu-ray, les bits sont plus courts (alvéoles plus petites, lues par un spot plus fin) et le codage est différent de celui du CD.

$N' \approx 5{,}7$ Go, très inférieur à 25 Go : codage et lecture ne sont pas ceux d'un CD.

COMPRENDRE

Le stockage optique (lecture par laser, codage binaire) ne figure plus au programme de spécialité. Les interférences et le lien entre retard et période, eux, y sont toujours.

À LA CALCULATRICE



Spécialité : Isolation acoustique d'un réfectoire

Bac S 2014 Antilles-Guyane (ancien programme) · Exercice 4 **5 points** **Durée conseillée 50 min**

1 Pourquoi est-il nécessaire de diminuer le temps de réverbération de la salle du réfectoire ?

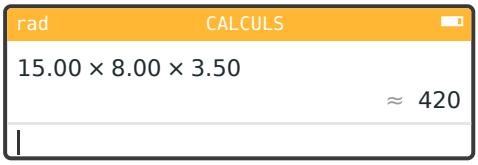
Données utiles $T_R = 2{,}0$ s ; salle de $15{,}00$ m $\times$ $8{,}00$ m, hauteur $3{,}50$ m ; document 1

Volume du réfectoire : $V = L \times \ell \times h = 15{,}00 \times 8{,}00 \times 3{,}50 = 420\ \text{m}^3$.

C'est une salle de restauration de volume supérieur à $250\ \text{m}^3$: l'arrêté (document 1) impose $T_R \leqslant 1{,}2$ s.

Le temps mesuré, $T_R = 2{,}0\ \text{s} > 1{,}2\ \text{s}$, dépasse la limite légale : il faut le diminuer.

À LA CALCULATRICE



PIÈGE
Répondre sans calculer le volume. Le document 1 donne deux lignes pour les salles de restauration : c'est $V > 250\ \text{m}^3$ qui désigne la bonne limite.

COMPRENDRE
Un temps de réverbération long signifie que les sons persistent et se superposent : le niveau sonore monte et les conversations deviennent difficiles à suivre.

2 Compléter le tableau de l'annexe en indiquant la surface des différentes structures de la salle et le matériau utilisé.

Données utiles document 3 : 6 fenêtres de $6{,}00\ \text{m}^2$; 2 portes en bois de $2{,}00$ m $\times$ $3{,}00$ m ; sol en carrelage ; murs et plafond en plâtre

Plafond et sol : $S = L \times \ell = 15{,}00 \times 8{,}00 = 120\ \text{m}^2$ chacun.

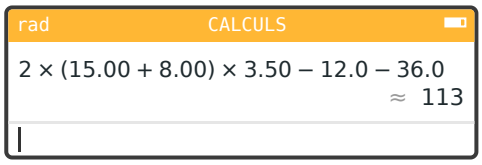
Portes : $S_{\text{portes}} = 2 \times 2{,}00 \times 3{,}00 = 12{,}0\ \text{m}^2$. Fenêtres : $S_{\text{fen}} = 6 \times 6{,}00 = 36{,}0\ \text{m}^2$.

Murs : les quatre parois ont pour aire totale $2 \times (L + \ell) \times h = 2 \times (15{,}00 + 8{,}00) \times 3{,}50 = 161\ \text{m}^2$, dont on retire les ouvertures :

$S_{\text{murs}} = 161 - 12{,}0 - 36{,}0 = 113\ \text{m}^2$ (tableau complété ci-dessous)

PIÈGE
Oublier de retrancher les portes et les fenêtres de la surface des murs, ou ne compter que deux murs sur quatre.

À LA CALCULATRICE



	Surface (m²)	Matériau
Plafond	15,00 × 8,00 = 120 m²	Plâtre
Sol	15,00 × 8,00 = 120 m²	Carrelage
Portes	2 × 2,00 × 3,00 = 12,0 m²	Bois
Fenêtres	6 × 6,00 = 36,0 m²	Verre
Murs (hors ouvertures)	161 − 12,0 − 36,0 = 113 m²	Plâtre

2 · Annexe à rendre avec la copie, complétée

3 Des plaques isolantes sont posées sur tout le plafond, sans modifier les murs ni le sol. Parmi les cinq isolants proposés, lequel serait-il judicieux de choisir ?

Données utiles $V = 420\ \text{m}^3$ (Q1) ; surfaces (Q2) ; α : plâtre 0,030, carrelage 0,020, bois 0,15, verre 0,18 ; $A_M = 12{,}5\ \text{m}^2$; isolants n°1 à n°5 : $\alpha = 0{,}15$; 0,25 ; 0,30 ; 0,50 ; 0,80 pour 20 ; 40 ; 70 ; 100 ; 180 € par m²

Objectif. Obtenir $T_R \leqslant 1{,}2$ s au moindre coût. D'après la formule de Sabine, $T_R = 0{,}16 \times \dfrac{V}{A}$: il faut augmenter A, donc le coefficient α_p du plafond.

Surface d'absorption minimale.

$$A_{\min} = 0{,}16 \times \frac{V}{T_{R,\max}} = 0{,}16 \times \frac{420}{1{,}2} = 56\ \text{m}^2$$

Ce qui ne change pas (sol, portes, fenêtres, murs, mobilier) : $A_0 = \alpha_{\text{sol}} S_{\text{sol}} + \alpha_{\text{bois}} S_{\text{portes}} + \alpha_{\text{verre}} S_{\text{fen}} + \alpha_{\text{plâtre}} S_{\text{murs}} + A_M$

$A_0 = 0{,}020 \times 120 + 0{,}15 \times 12{,}0 + 0{,}18 \times 36{,}0 + 0{,}030 \times 113 + 12{,}5 = 26{,}6\ \text{m}^2$

Coefficient minimal du plafond. $A = A_0 + \alpha_p \times S_{\text{plafond}} \geqslant A_{\min}$, soit

$$\alpha_p \geqslant \frac{A_{\min} - A_0}{S_{\text{plafond}}} = \frac{56 - 26{,}6}{120} = 0{,}245$$

Choix. L'isolant n°1 (0,15) est insuffisant ; les n°2 à n°5 conviennent. Le moins cher d'entre eux est le n°2 (40 € par m², soit $120 \times 40 = 4\,800$ €).

Vérification et regard critique. Avec le n°2 : $A = 26{,}6 + 0{,}25 \times 120 = 56{,}6\ \text{m}^2$ et $T_R = 0{,}16 \times \dfrac{420}{56{,}6} = 1{,}19$ s : la norme est respectée, mais de très peu. Le n°3 donnerait $T_R = 1{,}07$ s pour $120 \times 70 = 8\,400$ €, soit $3\,600$ € de plus.

Isolant n°2 : $\alpha = 0{,}25 \geqslant 0{,}245$, $T_R \approx 1{,}2$ s, le moins coûteux des isolants conformes.

PIÈGE
Arrondir trop tôt α_p à 0,25 : on ne sait plus si l'isolant n°2 suffit. Garder 0,245 ou vérifier directement T_R. Ne pas oublier A_M dans la somme.

COMPRENDRE
Avec le plafond actuel en plâtre, le modèle donne $A = 30{,}2\ \text{m}^2$ et $T_R = 2{,}2$ s, pour 2,0 s mesurés : la formule surestime un peu T_R, ce qui rassure sur la faible marge du n°2.

MÉTHODE
Résolution de problème : traduire l'objectif en inégalité ($T_R \leqslant 1{,}2$ s), isoler la seule grandeur modifiable (α_p), calculer sa valeur limite, puis départager les solutions avec le second critère (le prix).

À LA CALCULATRICE

