La nouvelle façon de se poser sur Mars

Bac S 2014 Centres étrangers (ancien programme) · Exercice 2 **6 points** **Durée conseillée 1 h**

1.1 Établir l'expression du travail du poids $W(\vec{P})$ de l'étage de descente entre A et B, en fonction de m, g, AB et de l'angle $\theta = (\vec{P}, \overrightarrow{AB})$.

Le champ de pesanteur est uniforme : le poids $\vec{P} = m\,\vec{g}$ est une force constante. Son travail entre A et B est le produit scalaire

$$W(\vec{P}) = \vec{P} \cdot \overrightarrow{AB} = P \times AB \times \cos\theta$$

$$\boxed{W(\vec{P}) = m\,g\,AB\,\cos\theta}$$

COMPRENDRE
Le travail d'une force constante ne dépend que des points de départ et d'arrivée : la trajectoire courbe de la figure 1 se remplace par le segment $[AB]$.

1.2 En s'appuyant sur un schéma, établir l'expression du travail du poids $W(\vec{P})$ en fonction notamment des altitudes z_A et z_B.

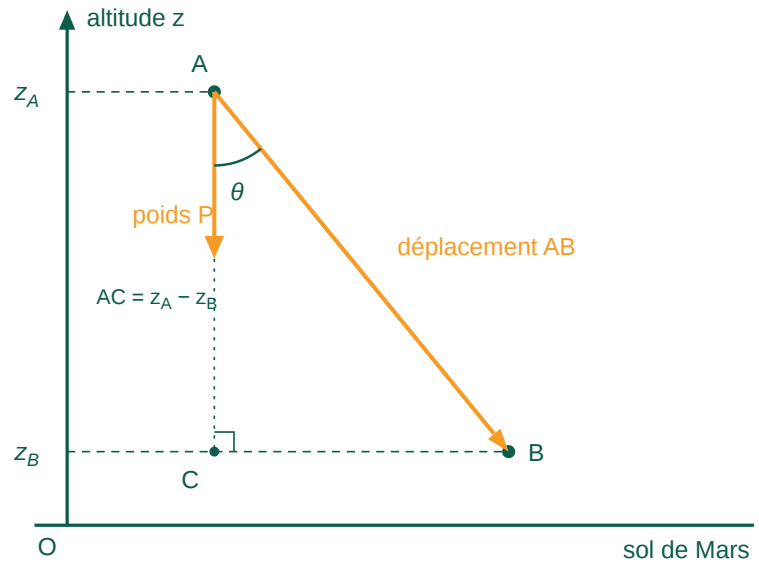
Soit C le point situé à la verticale de A, à l'altitude de B. Le triangle ABC est rectangle en C et l'angle en A vaut θ, car $\vec{P}$ est vertical :

$$\cos\theta = \frac{AC}{AB} \quad \text{donc} \quad AB\,\cos\theta = AC = z_A - z_B$$

En reportant dans l'expression de la question 1.1 :

$$\boxed{W(\vec{P}) = m\,g\,(z_A - z_B)}$$

PIÈGE
Écrire $z_B - z_A$: le signe du travail serait inversé. Vérification rapide : en descente, $z_A > z_B$ et le travail du poids doit être positif.



1.2 · Schéma : le poids, le déplacement AB et l'angle θ

1.3 Déterminer la valeur du travail du poids entre A et B et commenter son signe.

Données utiles $m = 2{,}0 \times 10^3$ kg ; $g = 3{,}7\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$; document 1 : $z_A = 2\ \text{km} = 2 \times 10^3$ m (allumage des moteurs) ; $z_B = 20$ m (début de la descente du robot)

$$W(\vec{P}) = m\,g\,(z_A - z_B) = 2{,}0 \times 10^3 \times 3{,}7 \times (2 \times 10^3 - 20) = 1{,}5 \times 10^7\ \text{J}$$

Ce travail est positif : le poids est une force motrice, il favorise le mouvement de descente.

$$\boxed{W(\vec{P}) \approx 1{,}5 \times 10^7\ \text{J} > 0 \text{ : travail moteur.}}$$

PIÈGE
Laisser z_A en kilomètres : les altitudes se soustraient en mètres pour obtenir des joules.

COMPRENDRE
Chiffres significatifs : m et g en ont deux, d'où deux chiffres au résultat. L'altitude « 2 kilomètres » n'en affiche qu'un : c'est surtout l'ordre de grandeur, 10^7 J, qui est fiable.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$2.0 \times 10^3 \times 3.7 \times (2000 - 20) \approx 1.4652 \times 10^7$

1.4.1 Déterminer la valeur de l'énergie mécanique E_m de l'étage de descente au point A et au point B.

Données utiles document 1 : $v_A = 100 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$; $v_B = 75 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1} = 0{,}75 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$; $z_A = 2 \times 10^3$ m ; $z_B = 20$ m

$E_m = E_c + E_{pp} = \frac{1}{2} m v^2 + m g z$, l'énergie potentielle de pesanteur étant choisie nulle au sol ($z = 0$).

$$E_m(A) = \frac{1}{2} \times 2{,}0 \times 10^3 \times 100^2 + 2{,}0 \times 10^3 \times 3{,}7 \times 2 \times 10^3 = 2{,}5 \times 10^7 \text{ J}$$

$$E_m(B) = \frac{1}{2} \times 2{,}0 \times 10^3 \times 0{,}75^2 + 2{,}0 \times 10^3 \times 3{,}7 \times 20 = 1{,}5 \times 10^5 \text{ J}$$

$E_m(A) \approx 2{,}5 \times 10^7$ J ; $E_m(B) \approx 1{,}5 \times 10^5$ J

PIÈGE
Garder $v_B = 75$: la vitesse est donnée en centimètres par seconde, il faut la convertir en $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$.

COMPRENDRE
En A, l'énergie cinétique ($1{,}0 \times 10^7$ J) et l'énergie potentielle ($1{,}5 \times 10^7$ J) sont comparables. En B, l'énergie cinétique (environ 560 J) est négligeable.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$0.5 \times 2.0 \times 10^3 \times 100^2 + 2.0 \times 10^3 \times 3.7 \times 2000 \approx 2.48 \times 10^7$

$0.5 \times 2.0 \times 10^3 \times 0.75^2 + 2.0 \times 10^3 \times 3.7 \times 20 \approx 148562.5$

1.4.2 L'énergie mécanique de l'étage de descente évolue-t-elle au cours du mouvement entre A et B ? Interpréter qualitativement ce résultat.

Données utiles $E_m(A) \approx 2{,}5 \times 10^7$ J ; $E_m(B) \approx 1{,}5 \times 10^5$ J (1.4.1)

$E_m(B) < E_m(A)$: l'énergie mécanique diminue fortement entre A et B, elle ne se conserve pas.

L'étage n'est donc pas soumis à son seul poids. Il subit des forces non conservatives opposées au mouvement : surtout la poussée des huit rétrofusées, dirigée vers le haut alors que l'engin descend, et, dans une moindre mesure, les frottements de l'atmosphère martienne, très ténue. Leur travail est résistant (négatif) : elles prélèvent de l'énergie mécanique à l'étage.

E_m diminue (elle est divisée par plus de 100) à cause du travail résistant de la poussée des moteurs et des frottements.

COMPRENDRE
La variation d'énergie mécanique est égale au travail des forces non conservatives : ici $E_m(B) - E_m(A) \approx -2{,}5 \times 10^7$ J. C'est ce freinage qui permet le « quasi-surplace ».

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$148\,562.5 - 24\,800\,000 \approx -2.465144 \times 10^7$

2 À partir des données du document 1 et en faisant différentes hypothèses, estimer la durée Δt de la descente du robot, entre le moment où la grue commence à le descendre et son atterrissage.

Données utiles document 1 : altitude de l'étage au début $H = 20$ m ; vitesse $v = 75\ \text{cm} \cdot \text{s}^{-1} = 0{,}75\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$; filins de longueur $L = 7{,}50$ m ; texte d'introduction : hauteur du rover $h = 2{,}2$ m

Hypothèses.

- Pendant toute cette phase, l'étage de descente (la grue) continue de descendre verticalement à vitesse constante $v = 0{,}75\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$: son mouvement est rectiligne uniforme.
- Quand le rover touche le sol, les filins sont entièrement déroulés et tendus, verticaux.
- L'altitude de 20 m est celle du bas de l'étage, sous lequel le rover est accroché.

Distance parcourue par l'étage. Au début, le bas de l'étage est à l'altitude H. Au moment où le rover se pose, il se trouve au-dessus du sol à la hauteur $L + h$ (filins plus rover). L'étage est donc descendu de

$$d = H - (L + h) = 20 - (7{,}50 + 2{,}2) = 10{,}3\ \text{m}$$

Durée. À vitesse constante, $v = \dfrac{d}{\Delta t}$, donc

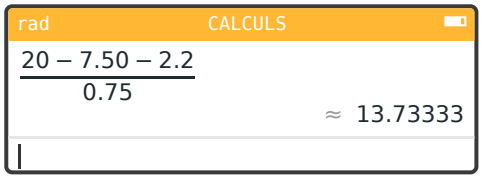
$$\Delta t = \frac{d}{v} = \frac{H - L - h}{v} = \frac{10{,}3}{0{,}75} = 14\ \text{s}$$

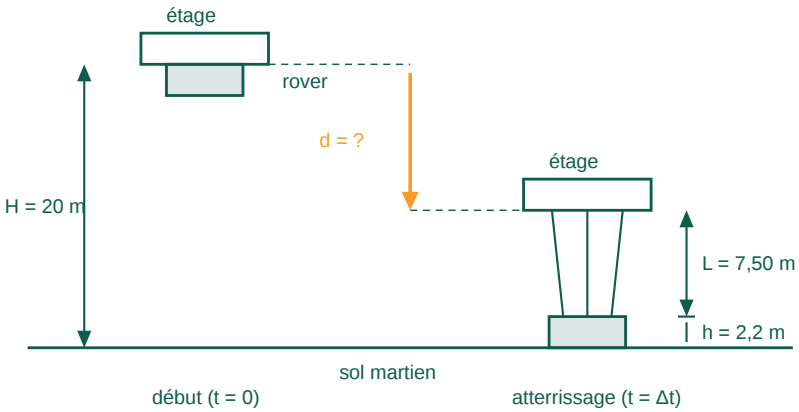
$\Delta t \approx 14$ s : la descente du robot dure une quinzaine de secondes.

COMPRENDRE
Sans tenir compte de la hauteur du rover, on trouverait $12{,}5 \div 0{,}75 \approx 17$ s : même ordre de grandeur. La vitesse de déroulement des filins n'intervient pas avec ces hypothèses.

MÉTHODE
Question ouverte : relever les données utiles, nommer chaque grandeur, faire un schéma des états initial et final, énoncer les hypothèses, puis calculer et conclure par une phrase. Une démarche cohérente est valorisée même avec d'autres hypothèses.

À LA CALCULATRICE





2 · Schéma : début de la descente du robot (à gauche) et atterrissage (à droite)

3.1 À partir du moment où les moteurs se coupent, l'étage de descente a un mouvement de chute libre. Justifier.

Un système est en chute libre s'il n'est soumis qu'à son poids.

Moteurs coupés, la force de poussée n'existe plus. L'atmosphère de Mars étant très ténue (pression inférieure à 1 % de celle de la Terre), les frottements et la poussée d'Archimède sont négligeables devant le poids.

L'étage n'est plus soumis qu'à son poids $\vec{P} = m\,\vec{g}$: son mouvement est une chute libre.

PIÈGE
Croire qu'une chute libre est forcément verticale ou sans vitesse initiale. Ici l'étage part avec une vitesse inclinée : la trajectoire est une parabole.

3.2 À l'aide de l'équation de la trajectoire, déterminer la valeur de la vitesse initiale V_0 minimale permettant d'écarter l'étage de descente d'au moins 150 m du lieu d'atterrissage du rover.

Données utiles $z(x) = -\dfrac{g\,x^2}{2\,v_0^2\cos^2\alpha} + x\tan\alpha + H$; $H = 50$ m ; $\alpha = 45^\circ$; $g = 3{,}7\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$; distance $x_S = 150$ m

L'origine O est au sol, à la verticale du point où les moteurs se coupent, donc au lieu d'atterrissage du rover. L'étage touche le sol quand $z = 0$. La vitesse est minimale lorsque l'impact a lieu exactement en $x_S = 150$ m :

$$-\frac{g\,x_S^2}{2\,v_0^2\cos^2\alpha} + x_S\tan\alpha + H = 0$$

$$v_0^2 = \frac{g\,x_S^2}{2\cos^2\alpha\,(x_S\tan\alpha + H)}$$

En ne gardant que la solution positive :

$$v_0 = \sqrt{\frac{3{,}7\times 150^2}{2\times\cos^2 45^\circ\times(150\times\tan 45^\circ + 50)}} = 20{,}4\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

Une vitesse plus grande envoie l'étage plus loin : il faut $v_0 \geqslant 20{,}4\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$.

V_0 minimale $\approx 20\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ (20,4 avant arrondi), soit environ $73\ \text{km}\cdot\text{h}^{-1}$.

PIÈGE
Calculatrice en radians : $\cos 45$ et $\tan 45$ deviennent faux. Vérifier le mode degré ; ici $\cos^2 45^\circ = 0{,}5$ et $\tan 45^\circ = 1$, le calcul se réduit à $\sqrt{3{,}7\times 150^2 \div 200}$.

COMPRENDRE
Arrondie à deux chiffres, la valeur 20 est juste en dessous du seuil : pour dépasser réellement 150 m, il faut viser $21\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$.

À LA CALCULATRICE

