Collisions au LHC

Bac S 2014 Métropole (ancien programme) · Exercice 1 **6 points** **Durée conseillée 1 h**

1.1 En quoi l'observation du boson de Higgs permet-elle de compléter la théorie du modèle standard ?

D'après le document 1, le modèle standard décrit les particules élémentaires et leurs interactions, mais il n'explique pas pourquoi la plupart d'entre elles ont une masse.

Higgs, Brout et Englert ont proposé une explication : les particules acquièrent leur masse en interagissant avec un champ, le champ de Higgs, auquel est associée une particule, le boson de Higgs.

Observer ce boson valide cette hypothèse : le modèle standard est complété par l'explication de l'origine de la masse des particules.

MÉTHODE
Question sur documents : citer le manque (ce que le modèle n'explique pas), puis ce que l'observation apporte. Deux ou trois phrases reformulées suffisent, sans recopier le texte.

1.2 À quelle période de l'Univers l'observation du boson de Higgs nous ramène-t-elle ?

Le document 1 indique que le boson de Higgs était présent environ 10^{-10} s après le Big Bang, quand la température approchait 10^{15} °C.

L'observation nous ramène aux tout premiers instants de l'Univers, environ 10^{-10} s après le Big Bang.

2.1 Si la vitesse v d'un proton tend vers la célérité de la lumière, vers quelle limite tend son énergie cinétique ?

Données utiles $E_c = (\gamma - 1)\, m_p c^2$; $\gamma = \dfrac{1}{\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}}$

Si v tend vers c, alors $\dfrac{v^2}{c^2}$ tend vers 1 et $\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}$ tend vers 0 par valeurs positives : γ tend vers $+\infty$.

Comme $m_p c^2$ est une constante positive, $(\gamma - 1)\, m_p c^2$ tend aussi vers $+\infty$.

Quand $v \to c$, l'énergie cinétique du proton tend vers l'infini.

COMPRENDRE
Il faudrait une énergie infinie pour amener un proton à la vitesse c : une particule de masse non nulle ne peut pas l'atteindre.

COMPRENDRE
La relativité restreinte (facteur de Lorentz, dilatation des durées, énergie relativiste) était au programme de Terminale S. Elle ne figure plus au programme actuel de spécialité.

2.2 Vérifier que l'énergie cinétique d'un proton a été multipliée dans les proportions indiquées dans le Guide du LHC.

Données utiles $v_0 = 0{,}999\,997\,828\, c$; $v_1 = 0{,}999\,999\,991\, c$; le Guide annonce un facteur d'environ 15

Le facteur $m_p c^2$ se simplifie dans le rapport : $\dfrac{E_{c1}}{E_{c0}} = \dfrac{\gamma_1 - 1}{\gamma_0 - 1}$.

$$\gamma_0 = \frac{1}{\sqrt{1 - 0{,}999\,997\,828^2}} = 479{,}8 \qquad \gamma_1 = \frac{1}{\sqrt{1 - 0{,}999\,999\,991^2}} = 7\,454$$

$$\frac{E_{c1}}{E_{c0}} = \frac{7\,454 - 1}{479{,}8 - 1} = 15{,}6$$

$\dfrac{E_{c1}}{E_{c0}} \approx 15{,}6$: l'énergie cinétique est bien multipliée par environ 15, comme l'indique le Guide du LHC.

PIÈGE
Arrondir les vitesses : avec $v \approx c$, γ n'est plus défini. Tout se joue dans les dernières décimales, il faut saisir les neuf chiffres donnés.

COMPRENDRE
Le Guide dit « environ 15 » : l'ordre de grandeur du facteur suffit. La vitesse n'augmente que de 0,0002 % alors que l'énergie cinétique est multipliée par près de 16.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$\dfrac{1}{\sqrt{1-0.999997828^2}} \approx 479.7946$

$\dfrac{1}{\sqrt{1-0.999999991^2}} \approx 7453.56$

$\dfrac{7453.559961-1}{479.7945688-1} \approx 15.56526$

2.3 Donner l'expression de l'énergie totale d'un proton. Vérifier numériquement que l'énergie totale d'un proton du LHC est pratiquement égale à son énergie cinétique.

Données utiles $m_p = 1{,}672\,621 \times 10^{-27}$ kg ; $c = 299\,792\,458$ m · s^{-1} ; 1 eV $= 1{,}60 \times 10^{-19}$ J ; $E_c = 450$ GeV à l'entrée du LHC

$E_{\text{totale}} = E_c + E_m = (\gamma - 1)\, m_p c^2 + m_p c^2$, soit $E_{\text{totale}} = \gamma\, m_p c^2$.

Énergie de masse du proton :

$$E_m = m_p c^2 = 1{,}672\,621 \times 10^{-27} \times 299\,792\,458^2 = 1{,}50 \times 10^{-10}\ \text{J}$$

soit $E_m = \dfrac{1{,}50 \times 10^{-10}}{1{,}60 \times 10^{-19}} = 9{,}40 \times 10^{8}\ \text{eV} = 0{,}940\ \text{GeV}$.

À l'entrée du LHC, où le proton est le plus lent : $E_{\text{totale}} = 450 + 0{,}940 \approx 451$ GeV. L'écart avec E_c est de $\dfrac{0{,}940}{450} \approx 0{,}2\ \%$, et il est encore plus faible à pleine vitesse.

$E_{\text{totale}} = \gamma\, m_p c^2$; $E_m = 0{,}940$ GeV est négligeable devant $E_c = 450$ GeV, donc $E_{\text{totale}} \approx E_c$.

COMPRENDRE

Trois chiffres significatifs, comme la valeur de l'électronvolt, donnée la moins précise. Autre vérification possible : $\dfrac{E_c}{E_{\text{totale}}} = \dfrac{\gamma - 1}{\gamma}$, très proche de 1 puisque $\gamma_0 \approx 480$.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$1.672621 \times 10^{-27} \times 299\,792\,458^2 \approx 1.503277 \times 10^{-10}$

$\dfrac{1.672621 \times 10^{-27} \times 299\,792\,458^2}{1.60 \times 10^{-19}} \approx 9.39548 \times 10^{8}$

$\dfrac{0.940}{450} \approx 0.002088889$

3.1 Vérifier que l'énergie de collision entre deux protons lancés à pleine énergie en sens opposés vaut $E_{\text{collision}} = 14{,}0$ TeV.

Données utiles $\gamma_1 = 7\,453{,}56$ (2.2) ; $m_p c^2 = 1{,}503\,28 \times 10^{-10}$ J (2.3) ; $1\ \text{TeV} = 10^{12}$ eV

Énergie cinétique d'un proton à la vitesse v_1 :

$$E_{c1} = (\gamma_1 - 1)\, m_p c^2 = (7\,453{,}56 - 1) \times 1{,}503\,28 \times 10^{-10} = 1{,}12 \times 10^{-6}\ \text{J}$$

Les deux protons ont la même énergie cinétique : $E_{\text{collision}} = 2\,E_{c1} = 2{,}24 \times 10^{-6}$ J.

Conversion : $1\ \text{TeV} = 10^{12} \times 1{,}60 \times 10^{-19} = 1{,}60 \times 10^{-7}$ J, donc

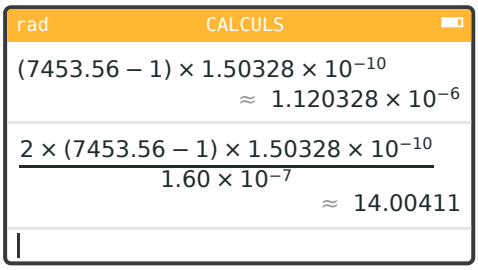
$$E_{\text{collision}} = \frac{2{,}24 \times 10^{-6}}{1{,}60 \times 10^{-7}} = 14{,}0\ \text{TeV}$$

$E_{\text{collision}} = 14{,}0$ TeV : c'est la valeur annoncée.

PIÈGE
Passer par le document 3 ($2 \times 15 \times 450$ GeV) donne 13,5 TeV : le facteur 15 est arrondi, on ne retrouve pas 14,0 TeV à trois chiffres significatifs.

MÉTHODE
Garder les valeurs non arrondies de γ_1 et de $m_p c^2$ en mémoire de la calculatrice et n'arrondir qu'à la fin.

À LA CALCULATRICE



3.2 Comparer l'énergie de l'ensemble des protons circulant simultanément dans le LHC avec l'énergie cinétique d'une rame de TGV lancée à pleine vitesse. Commenter.

Données utiles 7,00 TeV par proton ; 2 808 paquets de 110 milliards de protons ; $m_{\text{TGV}} = 444$ t ; $1\ \text{TeV} = 1{,}60 \times 10^{-7}$ J (3.1)

Nombre de protons : $N = 2\,808 \times 110 \times 10^9 = 3{,}09 \times 10^{14}$.

Énergie de l'ensemble des protons, $E_{\text{protons}} = N \times 7{,}00\ \text{TeV}$, convertie en joules :

$$E_{\text{protons}} = 3{,}09 \times 10^{14} \times 7{,}00 \times 1{,}60 \times 10^{-7} = 3{,}46 \times 10^{8}\ \text{J}$$

Un TGV roule à environ $320\ \text{km} \cdot \text{h}^{-1}$, soit un ordre de grandeur de $v \approx 10^2\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$. Avec $m_{\text{TGV}} = 444 \times 10^3$ kg :

$$E_{c,\text{TGV}} = \frac{1}{2}\, m_{\text{TGV}}\, v^2 = \frac{444 \times 10^3 \times (10^2)^2}{2} = 2 \times 10^9\ \text{J}$$

$\dfrac{E_{c,\text{TGV}}}{E_{\text{protons}}} \approx 6$: les deux énergies sont proches, à un ordre de grandeur près au plus.

Commentaire : la masse totale des protons est infime ($N\,m_p \approx 5 \times 10^{-13}$ kg), et pourtant leur énergie est comparable à celle d'un train de 444 tonnes. C'est la conséquence de leur vitesse très proche de c.

$E_{\text{protons}} = 3{,}46 \times 10^8$ J et $E_{c,\text{TGV}} \approx 2 \times 10^9$ J : l'énergie des protons vaut environ un sixième de celle d'un TGV à pleine vitesse.

PIÈGE
Laisser la masse en tonnes ou la vitesse en $\text{km} \cdot \text{h}^{-1}$. Oublier de multiplier par le nombre de paquets et par le nombre de protons par paquet.

COMPRENDRE
La vitesse du TGV est une estimation : le résultat se donne avec un seul chiffre significatif. Toute valeur entre 80 et $100\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ est acceptée, la conclusion ne change pas.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$2808 \times 110 \times 10^9 \times 7.00 \times 1.60 \times 10^{-7} \approx 3.459456 \times 10^8$

$0.5 \times 444 \times 10^3 \times 100^2 \approx 2.22 \times 10^9$

$\frac{2\,220\,000\,000}{345\,945\,600} \approx 6.417194$

$2808 \times 110 \times 10^9 \times 1.672621 \times 10^{-27} \approx 5.166392 \times 10^{-13}$

4.1 Dans quel référentiel la durée de vie propre du méson B est-elle définie ?

La durée propre sépare deux événements qui ont lieu au même endroit dans le référentiel considéré. La création et la désintégration du méson B se produisent au même point dans le référentiel où il est immobile.

La durée de vie propre ΔT_0 est définie dans le référentiel lié au méson B (son référentiel propre).

4.2 Calculer la durée de vie ΔT du méson B mesurée dans le référentiel du laboratoire, en supposant sa vitesse pratiquement égale à c. Montrer que cette hypothèse est justifiée.

Données utiles $d = 1{,}0$ cm ; $\Delta T_0 = 1{,}5 \times 10^{-12}$ s ; $c = 299\,792\,458$ m · s^{-1} ; $\Delta T = \gamma\,\Delta T_0$

Dans le référentiel du laboratoire, le méson parcourt d à la vitesse $v \approx c$ pendant sa durée de vie :

$$\Delta T = \frac{d}{c} = \frac{1{,}0 \times 10^{-2}}{299\,792\,458} = 3{,}3 \times 10^{-11}\ \text{s}$$

On en déduit le facteur de Lorentz : $\gamma = \dfrac{\Delta T}{\Delta T_0} = \dfrac{3{,}3 \times 10^{-11}}{1{,}5 \times 10^{-12}} = 22.$

Or $\gamma = \dfrac{1}{\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}}$, donc $\dfrac{v}{c} = \sqrt{1 - \dfrac{1}{\gamma^2}} = \sqrt{1 - \dfrac{1}{22^2}} = 0{,}999.$

La vitesse du méson diffère de c de 0,1 % seulement : l'hypothèse $v \approx c$ est justifiée.

$\Delta T = 3{,}3 \times 10^{-11}$ s ; $\gamma = 22$ donne $v = 0{,}999\,c$, ce qui valide l'hypothèse.

PIÈGE

Laisser d en centimètres. Se contenter de constater $\Delta T > \Delta T_0$ ne suffit pas : cette inégalité est vraie à toute vitesse, il faut remonter à v.

COMPRENDRE

Sans dilatation des durées, le méson ne parcourrait que $c\,\Delta T_0 \approx 0{,}45$ mm. Le centimètre mesuré par le VELO est une preuve directe de l'effet relativiste.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$\frac{1.0 \times 10^{-2}}{299\,792\,458} \approx 3.335641 \times 10^{-11}$

$\frac{3.335640952 \times 10^{-11}}{1.5 \times 10^{-12}} \approx 22.23761$

$\sqrt{1 - \frac{1}{22^2}} \approx 0.9989664$