Les débuts de l'électron en physique

Bac S 2014 Liban (ancien programme) · Exercice 2 **9 points** **Durée conseillée 1 h 30**

1.1 Sur l'annexe, représenter sans souci d'échelle, en justifiant, la force $\vec{F}_e$ en un point de la trajectoire et le champ $\vec{E}$ en un point situé entre les plaques.

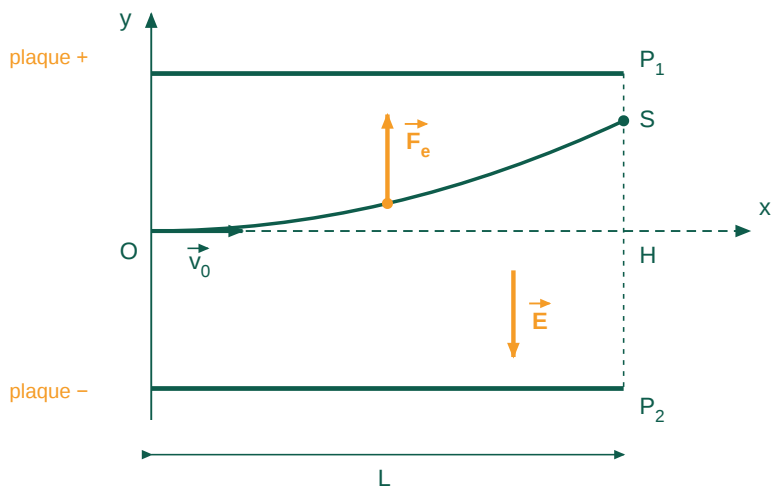
Sens de $\vec{F}_e$: l'électron n'est soumis qu'à cette force et sa trajectoire s'incurve vers la plaque P₁. La force est donc verticale (comme le champ, perpendiculaire aux plaques) et dirigée vers P₁, c'est-à-dire vers le haut.

Sens de $\vec{E}$: $\vec{F}_e = q\,\vec{E} = -e\,\vec{E}$ avec $-e < 0$. Le champ a la même direction que la force mais le sens opposé : il est vertical et dirigé vers P₂, vers le bas.

$\vec{F}_e$: verticale, vers P₁ ; $\vec{E}$: vertical, vers P₂.

PIÈGE
Tracer $\vec{F}_e$ tangente à la trajectoire : c'est la vitesse qui est tangente. La force garde ici la même direction et le même sens en tout point.

COMPRENDRE
Un champ électrique pointe vers la plaque chargée négativement : P₂ est donc la plaque négative et P₁ la plaque positive, celle qui attire l'électron.



1.1 · Annexe complétée : la force est vers P_1, le champ vers P_2

1.2 En utilisant la deuxième loi de Newton, déterminer les équations horaires $x(t)$ et $y(t)$ du mouvement de l'électron.

Système {électron}, de masse m_e constante ; référentiel terrestre supposé galiléen ; seule force : $\vec{F}_e = -e\,\vec{E}$.

Deuxième loi de Newton : $m_e\,\vec{a} = -e\,\vec{E}$, donc $\vec{a} = -\dfrac{e}{m_e}\,\vec{E}$. Comme $\vec{E} = -E\,\vec{j}$ (Q1.1) :

$$a_x = 0 \qquad a_y = \frac{e\,E}{m_e}$$

On intègre, avec $\vec{v}(0) = v_0\,\vec{i}$: $\quad v_x = v_0 \qquad v_y = \dfrac{e\,E}{m_e}\,t$

On intègre encore, l'électron étant en O à $t = 0$:

$$x(t) = v_0\,t \qquad y(t) = \frac{e\,E}{2\,m_e}\,t^2$$

PIÈGE
Oublier le signe de la charge. Ici $q = -e$ et $E_y = -E$: les deux signes « moins » se compensent et a_y est positive, en accord avec la déviation vers le haut.

MÉTHODE
Toujours le même enchaînement : système, référentiel, forces, deuxième loi, projection de $\vec{a}$, puis deux intégrations en fixant chaque constante par les conditions initiales (vitesse puis position à $t = 0$).

1.3 Vérifier que la trajectoire de l'électron a pour équation $y = \dfrac{e\,E}{2\,m_e\,v_0^2}\,x^2$.

De $x = v_0\,t$ on tire $t = \dfrac{x}{v_0}$, que l'on reporte dans $y(t)$:

$$y = \frac{e\,E}{2\,m_e}\left(\frac{x}{v_0}\right)^2$$

$y = \dfrac{e\,E}{2\,m_e\,v_0^2}\,x^2$: c'est l'équation attendue (arc de parabole).

1.4 À la sortie des plaques, la déviation verticale vaut $SH = y_S$. Déterminer la valeur du rapport e/m_e dans cette expérience. Conclure.

Données utiles $y_S = 2{,}0 \times 10^{-2}$ m ; $L = 9{,}0 \times 10^{-2}$ m ; $v_0 = 2{,}4 \times 10^{7}$ m · s^{-1} ; $E = 1{,}6 \times 10^{4}$ V · m^{-1} ; valeurs admises : $m_e = 9{,}1093826 \times 10^{-31}$ kg, $e = 1{,}602176565 \times 10^{-19}$ C

Le point S, d'abscisse $x_S = L$, appartient à la trajectoire : $y_S = \dfrac{e\,E}{2\,m_e\,v_0^2}\,L^2$, d'où

$$\frac{e}{m_e} = \frac{2\,y_S\,v_0^2}{E\,L^2} = \frac{2 \times 2{,}0 \times 10^{-2} \times (2{,}4 \times 10^{7})^2}{1{,}6 \times 10^{4} \times (9{,}0 \times 10^{-2})^2} = 1{,}8 \times 10^{11}\ \text{C} \cdot \text{kg}^{-1}$$

Avec les valeurs admises : $\dfrac{e}{m_e} = \dfrac{1{,}602176565 \times 10^{-19}}{9{,}1093826 \times 10^{-31}} = 1{,}76 \times 10^{11}\ \text{C} \cdot \text{kg}^{-1}$.

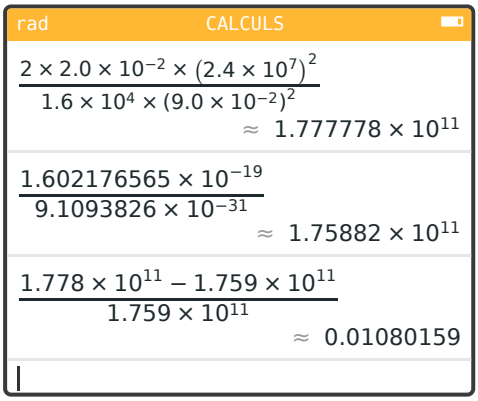
L'écart relatif est d'environ 1 % : à la précision des mesures (deux chiffres significatifs), les deux valeurs s'accordent.

$\dfrac{e}{m_e} = 1{,}8 \times 10^{11}\ \text{C} \cdot \text{kg}^{-1}$, en accord avec la valeur admise.

PIÈGE
Oublier le carré sur v_0 ou sur L, ou conclure sans comparer à la valeur admise : « Conclure » attend cette comparaison chiffrée.

COMPRENDRE
Les données ont deux chiffres significatifs : le résultat aussi. Cette expérience ne donne que le rapport e/m_e ; ni e ni m_e ne peuvent en être tirés séparément.

À LA CALCULATRICE



2.1.1 En l'absence de champ électrique, écrire la relation vectorielle entre la force de frottement et le poids lorsque la vitesse constante v_1 est atteinte. En déduire l'expression de v_1 en fonction de η, r, m et g.

Dans le référentiel du laboratoire supposé galiléen, la gouttelette a un mouvement rectiligne uniforme. D'après le principe d'inertie, les forces se compensent :

$$\vec{P} + \vec{f} = \vec{0} \quad \text{soit} \quad \vec{f} = -\vec{P}$$

Les deux forces ont donc la même norme : $6\,\pi\,\eta\,r\,v_1 = m\,g$.

$v_1 = \dfrac{m\,g}{6\,\pi\,\eta\,r}$

COMPRENDRE
Vitesse constante sur une droite signifie accélération nulle : la somme des forces est nulle. Cela ne veut pas dire qu'aucune force n'agit.

2.1.2 Sachant que $v_1 = \frac{2}{9}\frac{\rho g r^2}{\eta}$, déterminer le rayon r de la gouttelette qui parcourt une distance d pendant la durée Δt.

Données utiles $d = 2{,}11$ mm ; $\Delta t = 10{,}0$ s ; $\rho = 890\ \text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$; $g = 9{,}8\ \text{N}\cdot\text{kg}^{-1}$; $\eta = 1{,}8\times10^{-5}\ \text{kg}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{s}^{-1}$

La vitesse est constante : $v_1 = \frac{d}{\Delta t} = \frac{2{,}11\times10^{-3}}{10{,}0} = 2{,}11\times10^{-4}\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$.

On isole r : $r = \sqrt{\frac{9\,\eta\,v_1}{2\,\rho\,g}}$

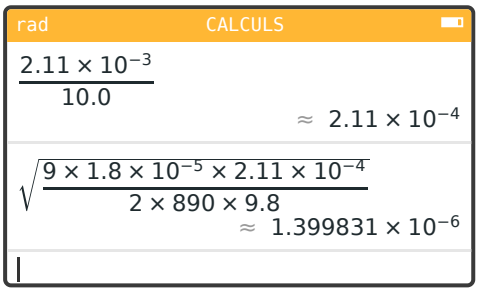
$$r = \sqrt{\frac{9\times1{,}8\times10^{-5}\times2{,}11\times10^{-4}}{2\times890\times9{,}8}} = 1{,}4\times10^{-6}\ \text{m}$$

$r = 1{,}4\times10^{-6}\ \text{m} = 1{,}4\ \mu\text{m}$

PIÈGE
Laisser la distance en millimètres, ou oublier la racine carrée. Le résultat se limite à deux chiffres significatifs, comme g et η.

COMPRENDRE
Ce rayon est cohérent avec ceux du document 3 (de 1,2 à 1,6 µm) : trop petit pour être mesuré directement au microscope, d'où le passage par la vitesse de chute.

À LA CALCULATRICE



2.1.3 La gouttelette ne doit pas être trop rapide pour faciliter la mesure au microscope. Est-il préférable de sélectionner une grosse ou une petite gouttelette ?

D'après $v_1 = \frac{2}{9}\frac{\rho g r^2}{\eta}$, avec ρ, g et η fixés, la vitesse de chute est proportionnelle à r^2 : plus le rayon est petit, plus la gouttelette tombe lentement.

Il est préférable de choisir une petite gouttelette.

2.2.1 Les gouttelettes n°2 et n°5 ont la même vitesse de descente v_1 mais des vitesses de remontée v_2 différentes. Déterminer sans calcul le rayon de la gouttelette n°5 en justifiant. Pourquoi leurs vitesses de remontée sont-elles différentes ?

La vitesse de descente $v_1 = \frac{2}{9}\frac{\rho g r^2}{\eta}$ ne dépend que du rayon, les autres grandeurs étant les mêmes pour toutes les gouttelettes. Même vitesse v_1, donc même rayon : $r_5 = r_2$.

D'après $q = -\frac{6\,\pi\,\eta\,r\,(v_1 + v_2)}{E}$, deux gouttelettes de même rayon et de même v_1, placées dans le même champ, n'ont des vitesses v_2 différentes que si leurs charges sont différentes. C'est le cas dans le document 3 : $-8{,}0\times10^{-19}$ C pour la n°2 et $-9{,}6\times10^{-19}$ C pour la n°5.

$r_5 = 1{,}3\ \mu\text{m}$; les vitesses de remontée diffèrent parce que les charges diffèrent.

COMPRENDRE
La gouttelette n°5, plus chargée en valeur absolue, subit une force électrique plus grande : elle remonte plus vite (2,53 contre 1,81, en $10^{-4}\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$).

2.2.2 Montrer, à partir du document 3, que la charge des gouttelettes est quantifiée, c'est-à-dire multiple d'une même charge élémentaire égale à $1{,}6 \times 10^{-19}$ C.

Données utiles charges q du document 3 ; $e = 1{,}6 \times 10^{-19}$ C

On calcule le rapport $\frac{|q|}{e}$ pour chaque gouttelette :

- n°1 : $\frac{6{,}4 \times 10^{-19}}{1{,}6 \times 10^{-19}} = 4{,}0$
- n°2 : $\frac{8{,}0 \times 10^{-19}}{1{,}6 \times 10^{-19}} = 5{,}0$
- n°3 et n°5 : $\frac{9{,}6 \times 10^{-19}}{1{,}6 \times 10^{-19}} = 6{,}0$
- n°4 : $\frac{1{,}6 \times 10^{-18}}{1{,}6 \times 10^{-19}} = 10$

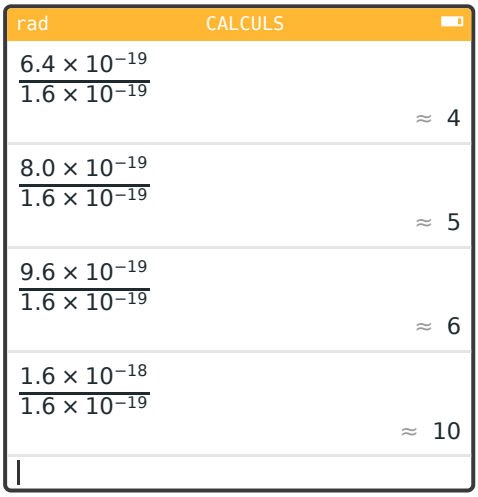
Chaque rapport est un nombre entier n : toutes les charges s'écrivent $q = -n\,e$.

$|q| = n\,e$ avec $n = 4$; 5 ; 6 ; 10 ; 6 : la charge est quantifiée.

PIÈGE
Se contenter d'un seul rapport, ou oublier la n°4 dont la charge est donnée en 10^{-18} C. Il faut traiter toutes les gouttelettes pour conclure.

COMPRENDRE
Une gouttelette porte un nombre entier d'électrons excédentaires (ici 4, 5, 6 ou 10) : aucune charge n'est une fraction de e.

À LA CALCULATRICE



2.3 En quoi le protocole de l'expérience effectuée par Millikan diffère-t-il de celui réalisé au laboratoire par J.J. Thomson ?

Thomson étudie un faisceau d'électrons en mouvement : il mesure sa déviation dans un champ électrique de valeur fixée, le poids n'intervenant pas. Il n'obtient que le rapport e/m_e.

Millikan étudie des gouttelettes d'huile chargées : il augmente le champ électrique jusqu'à les immobiliser, la force électrique compensant alors le poids. Cet équilibre lui donne la charge elle-même.

Thomson : déviation d'un faisceau d'électrons, champ fixé, rapport e/m_e. Millikan : gouttelettes immobilisées par un champ ajusté, charge e.

COMPRENDRE
L'expérience du document 2 diffère aussi de celle de Millikan : la gouttelette n'y est pas immobilisée, on mesure deux vitesses constantes, v_1 sans champ puis v_2 avec champ.

3.1 Quelle information sur la nature de l'électron l'expérience de diffraction donne-t-elle ?

La diffraction est un phénomène caractéristique des ondes. Un faisceau d'électrons qui se diffracte sur un cristal se comporte donc comme une onde.

L'électron, connu comme particule, possède aussi un caractère ondulatoire.

3.2 Calculer la longueur d'onde λ associée (onde de matière) à un électron de vitesse v.

Données utiles $v = 4{,}4 \times 10^{6}\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$; $h = 6{,}63 \times 10^{-34}$ J·s ; $m_e = 9{,}1093826 \times 10^{-31}$ kg

Relation de de Broglie : $\lambda = \dfrac{h}{p}$, avec la quantité de mouvement $p = m_e\, v$.

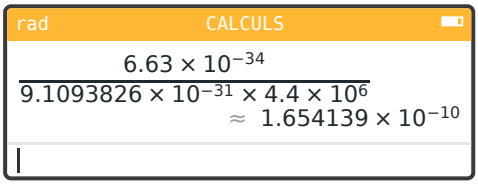
$$\lambda = \frac{h}{m_e\, v} = \frac{6{,}63 \times 10^{-34}}{9{,}1093826 \times 10^{-31} \times 4{,}4 \times 10^{6}} = 1{,}7 \times 10^{-10}\ \text{m}$$

$\lambda = 1{,}7 \times 10^{-10}$ m

PIÈGE
Deux chiffres significatifs seulement, ceux de la vitesse : la masse donnée avec huit chiffres ne rend pas le résultat plus précis.

COMPRENDRE
La relation de de Broglie, les ondes de matière et la quantité de mouvement ne figurent plus au programme actuel de spécialité de Terminale. Cette question relève de l'ancien programme.

À LA CALCULATRICE



3.3 Quel est l'ordre de grandeur de la distance entre les atomes dans un solide ? Commenter cette valeur.

Données utiles $\lambda = 1{,}7 \times 10^{-10}$ m (Q3.2)

Dans un solide, les atomes sont au contact : la distance entre deux atomes voisins est de l'ordre de la taille d'un atome, soit 10^{-10} m.

Cette distance est comparable à la longueur d'onde trouvée pour les électrons (Q3.2). Or la diffraction est nette lorsque la taille de l'obstacle ou de l'ouverture est voisine de la longueur d'onde : un cristal convient donc pour diffracter ces électrons.

Distance entre atomes : environ 10^{-10} m, comme λ ; la diffraction par le cristal est donc observable.

COMPRENDRE
Des électrons beaucoup plus rapides auraient une longueur d'onde bien plus petite que la distance entre atomes : la diffraction deviendrait difficile à observer.