Spécialité : Le capodastre

Bac S 2015 Antilles-Guyane (ancien programme) · Exercice 4 **5 points** **Durée conseillée 50 min**

Q Question préalable. Déterminer les paramètres physiques de la corde dont dépend sa fréquence de vibration et préciser lesquels restent fixes lors de l'utilisation d'un capodastre.

Données utiles document 4 : $f = \dfrac{1}{2L}\sqrt{\dfrac{T}{\mu}}$

D'après le document 4, la fréquence fondamentale f d'une corde dépend de trois paramètres : sa longueur L, sa tension T et sa masse linéique μ.

Le capodastre plaque la corde sur le manche : il raccourcit la partie qui vibre, sans changer la corde ni la tension réglée par le guitariste.

f dépend de L, T et μ. Avec un capodastre, T et μ restent fixes ; seule la longueur L change (elle diminue).

COMPRENDRE
Comme f est inversement proportionnelle à L, raccourcir la corde augmente la fréquence : le son est plus aigu, ce qu'annonce le texte d'introduction.

COMPRENDRE
Hauteur d'un son, gamme et corde vibrante relevaient de l'enseignement de spécialité d'avant 2021 ; elles ne figurent plus au programme actuel. La démarche (exploiter des documents, mesurer à l'échelle) reste un bon entraînement.

P Problème. Montrer que lorsqu'on place le capodastre à la troisième case, la corde n°1 joue à vide trois demi-tons au-dessus du son joué sans capodastre.

Données utiles corde n°1 : note Mi_3, $T = 74{,}85$ N, $\mu = 0{,}419\ \text{g}\cdot\text{m}^{-1}$; $f(\text{Mi}_3) = 329{,}63$ Hz ; un demi-ton : fréquence multipliée par $1{,}059$; échelle du document 1 : double flèche de 20 cm

1. Fréquence attendue. Sans capodastre, la corde n°1 joue à vide le Mi_3 (document 2), de fréquence $f_0 = 329{,}63$ Hz (document 3). Monter d'un demi-ton multiplie la fréquence par $1{,}059$; pour trois demi-tons :

$f_{\text{att}} = 1{,}059^3 \times f_0 = 1{,}059^3 \times 329{,}63 = 391{,}5$ Hz.

2. Longueur de la corde avec le capodastre. Placé dans la troisième case, le capodastre appuie la corde sur la troisième frette : la corde vibre entre cette frette et le chevalet. Sur le document 1 (imprimé au format du sujet), cette distance mesure $18{,}4$ cm et la double flèche de 20 cm mesure $6{,}8$ cm :

$L = \dfrac{18{,}4 \times 20}{6{,}8} = 54{,}1$ cm, soit $0{,}541$ m (54 cm avec deux chiffres significatifs).

3. Fréquence jouée avec le capodastre. La tension et la masse linéique sont inchangées, avec $\mu = 0{,}419 \times 10^{-3}\ \text{kg}\cdot\text{m}^{-1}$:

$$f = \frac{1}{2L}\sqrt{\frac{T}{\mu}} = \frac{1}{2 \times 0{,}541}\sqrt{\frac{74{,}85}{0{,}419 \times 10^{-3}}} = 3{,}9 \times 10^2\ \text{Hz}$$

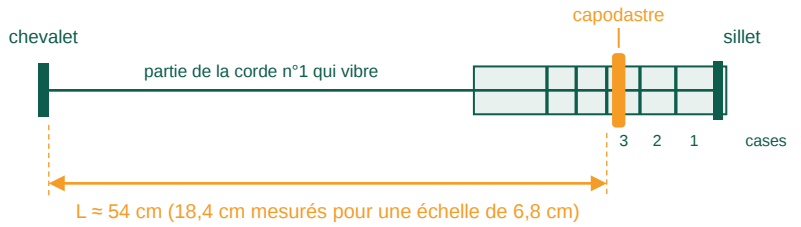
4. Comparaison. Le calcul donne environ 391 Hz pour $391{,}5$ Hz attendus : l'écart est de $0{,}2\ \%$, bien inférieur à l'incertitude de la mesure sur la photographie (1 mm sur $6{,}8$ cm, soit environ $1{,}5\ \%$). Deux demi-tons donneraient 370 Hz et quatre demi-tons 415 Hz : seule la valeur de trois demi-tons convient.

Avec le capodastre à la troisième case, $f \approx 3{,}9 \times 10^2$ Hz, valeur attendue $1{,}059^3 \times 329{,}63 = 391{,}5$ Hz : la corde n°1 joue bien trois demi-tons au-dessus du Mi_3 (c'est un Sol_3).

PIÈGE
Laisser μ en $\text{g}\cdot\text{m}^{-1}$: la fréquence serait divisée par $\sqrt{1000}$, soit environ 12 Hz. Dans la relation, μ est en $\text{kg}\cdot\text{m}^{-1}$, T en newtons et L en mètres.

COMPRENDRE
L'échelle n'a que deux chiffres significatifs ($6{,}8$ cm) : L et f aussi. Les longueurs mesurées dépendent de l'impression ; seul leur rapport compte. Le tableau confirme : Sol_3 à $392{,}00$ Hz, trois demi-tons après Mi (fa, fa dièse, sol).

MÉTHODE
Résolution de problème : écrire ce qu'on cherche (ici une fréquence à comparer à une valeur attendue), relever dans chaque document la donnée utile, calculer, puis conclure par une comparaison chiffrée tenant compte de la précision des mesures.



P · Longueur de corde qui vibre avec le capodastre à la troisième case (schéma, d'après le document 1)

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$1.059^3 \times 329.63 \approx 391.4845$

$\frac{18.4 \times 20}{6.8} \approx 54.11765$

$\frac{1}{2 \times 0.541} \times \sqrt{\frac{74.85}{0.419 \times 10^{-3}}} \approx 390.6264$

$1.059^2 \times 329.63 \approx 369.6738$

$1.059^4 \times 329.63 \approx 414.5821$