Des cinémomètres

Bac S 2015 Antilles-Guyane (ancien programme) · Exercice 3 **5 points** **Durée conseillée 50 min**

1.1 Expliquer en quelques lignes en quoi consiste l'effet Doppler.

Lorsqu'un émetteur d'ondes et un récepteur sont en mouvement l'un par rapport à l'autre, la fréquence f_R de l'onde reçue diffère de la fréquence f_E de l'onde émise : c'est l'effet Doppler.

- S'ils se rapprochent : $f_R > f_E$.
- S'ils s'éloignent : $f_R < f_E$.

L'écart entre les deux fréquences augmente avec la vitesse relative de l'émetteur par rapport au récepteur. Le phénomène concerne les ondes sonores comme les ondes électromagnétiques.

Effet Doppler : décalage entre la fréquence émise et la fréquence reçue, dû au mouvement relatif de l'émetteur et du récepteur.

PIÈGE
Parler seulement d'un « son plus aigu ou plus grave » ne suffit pas : il faut nommer la grandeur qui change (la fréquence reçue) et la cause (le mouvement relatif).

1.2 À partir de la figure des ondes réfléchies par la cible C, déterminer si le cinémomètre est situé au point A ou au point B.

La cible C renvoie les ondes : elle se comporte comme un émetteur en mouvement, et le cinémomètre comme un récepteur immobile.

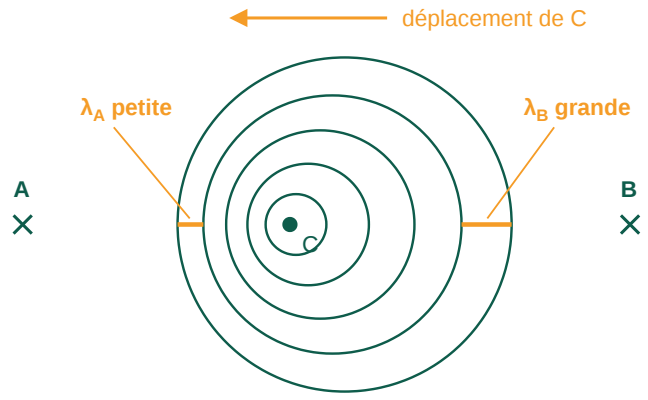
Sur la figure, les fronts d'onde sont plus resserrés du côté de A que du côté de B : $\lambda_A < \lambda_B$.

Les ondes ont la même célérité c dans toutes les directions et $f = \dfrac{c}{\lambda}$, donc $f_A > f_B$: la fréquence reçue est la plus grande en A. D'après l'effet Doppler, C se rapproche de A et s'éloigne de B.

Or la cible s'approche du cinémomètre.

Le cinémomètre Doppler est situé au point A.

MÉTHODE
Sur un schéma de fronts d'onde, la distance entre deux cercles consécutifs est la longueur d'onde perçue. Fronts resserrés : source qui approche. Fronts écartés : source qui s'éloigne.



1.2 · Fronts d'onde réfléchis par la cible C : longueurs d'onde perçues en A et en B

1.3.1 Lors d'un service au tennis, l'appareil mesure la fréquence Doppler f_D. Calculer la valeur de la vitesse de la balle.

Données utiles $f_D = 7416$ Hz ; $f_0 = 24{,}125$ GHz ; $c = 3{,}00 \times 10^8\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$; $f_D = \dfrac{2 f_0 v_r}{c}$

$$f_D = \frac{2 f_0\, v_r}{c} \text{ donc } v_r = \frac{f_D\, c}{2 f_0}$$

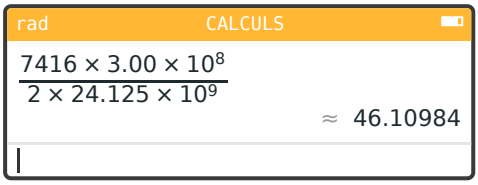
$$v_r = \frac{7416 \times 3{,}00 \times 10^8}{2 \times 24{,}125 \times 10^9}$$

$$\boxed{v_r = 46{,}1\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}}$$

PIÈGE
Laisser f_0 en gigahertz : $1\ \text{GHz} = 10^9$ Hz. Oublier le facteur 2 de l'aller-retour de l'onde double la vitesse trouvée.

COMPRENDRE
Trois chiffres significatifs : c'est la précision de la donnée la moins précise, $c = 3{,}00 \times 10^8\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$.

À LA CALCULATRICE



1.3.2 Ce résultat est-il cohérent avec la vitesse affichée sur la photographie prise lors de ce service ?

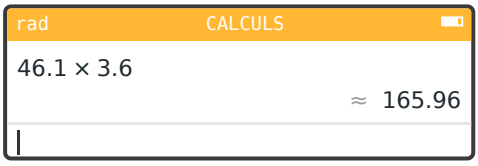
Données utiles affichage : 166 km/h ; $v_r = 46{,}1\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ (1.3.1)

$1\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1} = 3{,}6\ \text{km} \cdot \text{h}^{-1}$, donc $v_r = 46{,}1 \times 3{,}6 = 166\ \text{km} \cdot \text{h}^{-1}$.

$\boxed{v_r = 166\ \text{km} \cdot \text{h}^{-1}}$: le résultat est cohérent avec la valeur affichée (166 km/h).

MÉTHODE
Pour passer des $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ aux $\text{km} \cdot \text{h}^{-1}$, on multiplie par 3,6 (3600 s dans une heure, 1000 m dans un kilomètre).

À LA CALCULATRICE



2.1 Expliquer le principe de l'émission stimulée et donner les principales propriétés du laser.

Émission stimulée : un atome se trouve dans un état excité d'énergie E_2. Un photon incident dont l'énergie vaut exactement $h\nu = E_2 - E_1$ provoque la désexcitation de l'atome vers le niveau E_1, avec émission d'un second photon.

Le photon émis est identique au photon incident : même fréquence, même direction, même sens de propagation et même phase. Un photon en donne deux : la lumière est amplifiée.

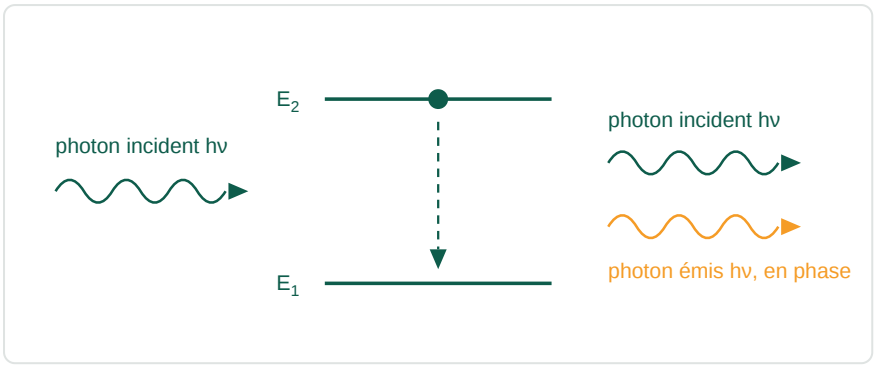
Propriétés du faisceau laser :

- monochromatique (une seule fréquence) ;
- très directif (faisceau peu divergent) ;
- cohérent (ondes en phase) ;
- énergie concentrée dans l'espace, et dans le temps pour un laser à impulsions.

$\boxed{\text{Un photon d'énergie } h\nu = E_2 - E_1 \text{ déclenche l'émission d'un photon identique ; le laser est monochromatique, directif, cohérent et concentre l'énergie.}}$

PIÈGE
Confondre avec l'émission spontanée, qui se produit sans photon incident et dans une direction quelconque. Ici, l'atome doit déjà être excité avant l'arrivée du photon.

COMPRENDRE
Le laser et l'émission stimulée figuraient au programme de Terminale S. Ils ne sont plus au programme actuel de spécialité ; le photon et les niveaux d'énergie, eux, y sont toujours.



2.1 · Émission stimulée : le photon incident déclenche l'émission d'un photon identique

2.2 À quel domaine spectral appartient l'onde électromagnétique utilisée dans le radar laser étudié ?

Données utiles $\lambda = 904$ nm

Le domaine visible s'étend de 400 nm à 800 nm environ. Ici $\lambda = 904\ \text{nm} > 800\ \text{nm}$.

L'onde appartient au domaine de l'infrarouge.

COMPRENDRE
Le faisceau de ce cinémomètre est donc invisible à l'œil nu.

2.3.1 Évaluer le résultat de la série de 10 mesures de vitesse, avec son incertitude pour un niveau de confiance de 95 %, sous la forme $v = \bar{v} \pm u_V$.

Données utiles v (en $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$) : 3,4 ; 3,8 ; 3,9 ; 3,7 ; 3,6 ; 3,7 ; 3,5 ; 3,8 ; 3,7 ; 3,6 ; $U_x = 2 \times \frac{s_{n-1}}{\sqrt{N}}$

Avec le mode statistique de la calculatrice, pour $N = 10$ valeurs :

- moyenne : $\bar{v} = 3{,}67\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$;
- écart-type expérimental : $s_{n-1} = 0{,}149\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$.

Incertitude : $u_V = 2 \times \frac{s_{n-1}}{\sqrt{N}} = 2 \times \frac{0{,}149}{\sqrt{10}} = 0{,}094\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$

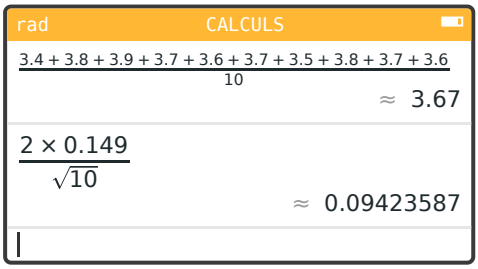
On garde un seul chiffre significatif, arrondi par excès : $u_V = 0{,}1\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$. La moyenne s'arrondit alors au dixième, comme l'incertitude.

$v = (3{,}7 \pm 0{,}1)\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$

PIÈGE
Lire sur la calculatrice l'écart-type σ_n (0,142) au lieu de s_{n-1} (0,149), noté s_x ou σ_{n-1} selon le modèle. Écrire $3{,}67 \pm 0{,}1$ est aussi une faute : même dernier rang pour les deux nombres.

COMPRENDRE
Dans le programme actuel, l'incertitude-type d'une série de mesures est $u = \frac{s_{n-1}}{\sqrt{N}}$; le facteur 2 de ce sujet l'élargit à un niveau de confiance de 95 %.

À LA CALCULATRICE



2.3.2 On souhaite une incertitude relative inférieure ou égale à 3 %. Cette condition est-elle vérifiée pour le résultat précédent ?

Données utiles $\bar{v} = 3{,}7\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ et $u_V = 0{,}1\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ (2.3.1)

Incertitude relative : $\frac{u_V}{\bar{v}} = \frac{0{,}1}{3{,}7} = 0{,}027$, soit 2,7 %.

$\frac{u_V}{\bar{v}} = 2{,}7\ \% \leqslant 3\ \%$: la condition est vérifiée.

COMPRENDRE
L'incertitude relative compare l'incertitude à la valeur mesurée ; elle n'a pas d'unité et s'exprime en pourcentage.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$\frac{0.1}{3.7}$

≈ 0.02702703

2.4.1 Pour deux impulsions successives émises par le cinémomètre laser, montrer que la vitesse de la cible s'écrit $v = c\,\frac{\tau - \tau'}{2T}$.

On note d la distance laser-cible lors de la première impulsion et d' lors de la deuxième. La cible est très lente devant la lumière : on néglige son déplacement pendant un aller-retour.

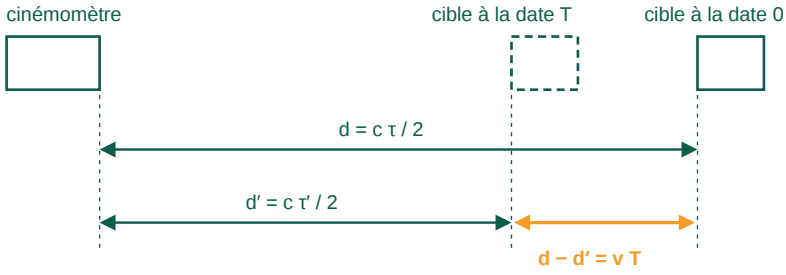
Chaque impulsion parcourt un aller-retour à la célérité c :

$$2d = c\tau \quad \text{et} \quad 2d' = c\tau' \qquad \text{soit} \qquad d = \frac{c\tau}{2} \quad \text{et} \quad d' = \frac{c\tau'}{2}$$

Entre les deux impulsions, pendant la durée T, la cible qui s'approche parcourt la distance $d - d'$:

$$v = \frac{d - d'}{T} = \frac{\frac{c\tau}{2} - \frac{c\tau'}{2}}{T}$$

$v = c\,\frac{\tau - \tau'}{2T}$: on retrouve l'expression attendue.



2.4.1 · Positions de la cible lors des deux impulsions

PIÈGE
Écrire $d = c\tau$: la durée τ est celle d'un aller-retour, la lumière parcourt $2d$. C'est l'origine du 2 au dénominateur.

COMPRENDRE
Pour une cible qui s'éloigne, $\tau' > \tau$ et l'expression donne une vitesse négative : d'où la valeur absolue $|\tau - \tau'|$ à la question suivante.

2.4.2 Dans le cas de la question 2.3, montrer, en raisonnant sur les ordres de grandeur, qu'il est techniquement très difficile de mesurer la différence de durées $|\tau - \tau'|$.

Données utiles $v \approx 3{,}7\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ (2.3.1) ; $T = 100\ \mu\text{s}$; $c = 3{,}00 \times 10^{8}\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$

D'après 2.4.1 : $|\tau - \tau'| = \dfrac{2vT}{c}$

Ordres de grandeur : $v \sim 1\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$; $T = 10^{-4}\ \text{s}$; $c \sim 10^{8}\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$, d'où $|\tau - \tau'| \sim \dfrac{1 \times 10^{-4}}{10^{8}} = 10^{-12}\ \text{s}$.

Calcul : $|\tau - \tau'| = \dfrac{2 \times 3{,}7 \times 100 \times 10^{-6}}{3{,}00 \times 10^{8}} = 2{,}5 \times 10^{-12}\ \text{s}$

L'écart à mesurer est de l'ordre de la picoseconde. Il faudrait un compteur de temps capable de distinguer deux durées à 10^{-12} s près, ce qui est extrêmement difficile à réaliser.

$|\tau - \tau'| \approx 2{,}5 \times 10^{-12}$ s, de l'ordre de 10^{-12} s : durée trop brève pour être mesurée facilement.

PIÈGE

Oublier de convertir T : $100\ \mu\text{s} = 1{,}00 \times 10^{-4}$ s. S'arrêter au calcul ne suffit pas : il faut conclure sur la difficulté de la mesure.

COMPRENDRE

En 10^{-12} s, la lumière ne parcourt que 0,3 mm. La cible, trop lente, ne se déplace que de 0,37 mm entre deux impulsions séparées de $100\ \mu\text{s}$.

À LA CALCULATRICE

