Performance d'une athlète

Bac S 2015 Polynésie (ancien programme) · Exercice 1 **10 points** **Durée conseillée 1 h 40**

1.1 À partir de la définition du vecteur accélération $\vec{a}$, justifier qualitativement l'existence d'une accélération lors d'un mouvement circulaire.

Par définition, $\vec{a} = \dfrac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}$: l'accélération traduit la variation du vecteur vitesse, en valeur comme en direction.

Sur un cercle, $\vec{v}$ reste tangent à la trajectoire : sa direction change à chaque instant, même si sa valeur ne change pas. Le vecteur $\vec{v}$ varie donc au cours du temps.

$\dfrac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t} \neq \vec{0}$: tout mouvement circulaire possède une accélération.

PIÈGE
Écrire « la vitesse est constante donc $a = 0$ ». C'est le vecteur $\vec{v}$ qu'on dérive : seul un mouvement rectiligne uniforme a une accélération nulle.

1.2 En justifiant, choisir parmi les schémas 1 à 4 celui qui correspond à un mouvement circulaire accéléré, puis celui qui correspond à un mouvement circulaire uniforme.

Dans le repère de Frenet, pour un cercle de rayon R : $\vec{a} = \dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\vec{u}_T + \dfrac{v^2}{R}\vec{u}_N$, avec $\vec{u}_N$ dirigé vers le centre.

- La composante $\dfrac{v^2}{R}$ est positive : $\vec{a}$ pointe toujours vers l'intérieur du cercle. Le schéma 4 est impossible.
- Mouvement accéléré : $\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} > 0$, la composante tangentielle de $\vec{a}$ est dans le sens de $\vec{v}$. C'est le schéma 3.
- Mouvement uniforme : $\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = 0$, $\vec{a}$ est perpendiculaire à $\vec{v}$ et dirigé vers le centre. C'est le schéma 1.

Mouvement circulaire accéléré : schéma 3. Mouvement circulaire uniforme : schéma 1.

MÉTHODE
Regarder l'angle entre $\vec{a}$ et $\vec{v}$: aigu, le mouvement est accéléré ; droit, il est uniforme ; obtus, il est ralenti (schéma 2).

1.3 En appliquant la seconde loi de Newton, justifier que, pour le mouvement circulaire uniforme, le poids du boulet est négligeable devant la force exercée par le câble. Le candidat propose une valeur du rayon R.

Données utiles $v = 26\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$; $g = 9{,}8\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$

Système {boulet} de masse m, référentiel terrestre supposé galiléen.
Forces : le poids $\vec{P}$ et la force $\vec{F}$ exercée par le câble.

Seconde loi de Newton : $\vec{P} + \vec{F} = m\,\vec{a}$, avec, pour un mouvement circulaire uniforme, $a = \dfrac{v^2}{R}$.

Rayon proposé : $R = 2{,}0$ m (câble d'un peu plus d'un mètre prolongé par les bras tendus).

$a = \dfrac{26^2}{2{,}0} = 3{,}4 \times 10^2\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$, d'où $\dfrac{m\,a}{P} = \dfrac{v^2}{g\,R} = \dfrac{26^2}{9{,}8 \times 2{,}0} = 34.$

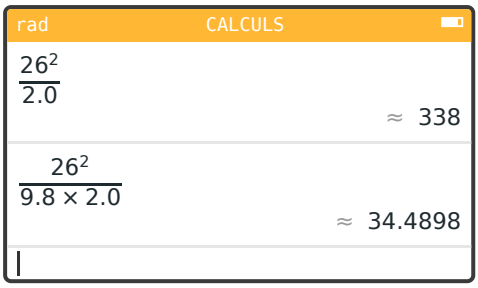
Le terme $m\,\vec{a}$ vaut 34 fois le poids : $\vec{F} = m\,\vec{a} - \vec{P} \approx m\,\vec{a}$.

$\dfrac{F}{P} \approx \dfrac{v^2}{g\,R} \approx 34$: le poids est négligeable devant la force exercée par le câble.

PIÈGE
Comparer F et P sans valeur chiffrée. « Négligeable » se justifie par un rapport, ici supérieur à 10.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme v et g. Toute valeur réaliste de R est acceptée : entre 1,5 m et 3 m, le rapport va de 46 à 23 et la conclusion ne change pas.

À LA CALCULATRICE



2.1 Montrer que les équations horaires du mouvement du boulet s'écrivent $x(t) = v_0 \cos(\alpha)\, t$ et $y(t) = -\frac{1}{2} g\, t^2 + v_0 \sin(\alpha)\, t + h$.

Système {boulet} de masse m constante, référentiel terrestre supposé galiléen. L'action de l'air étant négligée, la seule force est le poids $\vec{P} = m\,\vec{g}$ (chute libre).

Seconde loi de Newton : $m\,\vec{g} = m\,\vec{a}$, donc $\vec{a} = \vec{g}$, soit $a_x = 0$ et $a_y = -g$.

Comme $\vec{a} = \frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}$, on intègre : $v_x = C_1$ et $v_y = -g\,t + C_2$. À $t = 0$, $\vec{v}_0$ a pour coordonnées $v_0 \cos\alpha$ et $v_0 \sin\alpha$, donc

$$v_x(t) = v_0 \cos\alpha \qquad v_y(t) = -g\,t + v_0 \sin\alpha$$

Comme $\vec{v} = \frac{\mathrm{d}\overrightarrow{OM}}{\mathrm{d}t}$, on intègre encore : $x = v_0 \cos(\alpha)\, t + C_3$ et $y = -\frac{1}{2} g\, t^2 + v_0 \sin(\alpha)\, t + C_4$. À $t = 0$, le boulet est en $x = 0$ et $y = h$, donc $C_3 = 0$ et $C_4 = h$.

$$\boxed{x(t) = v_0 \cos(\alpha)\, t \text{ et } y(t) = -\frac{1}{2} g\, t^2 + v_0 \sin(\alpha)\, t + h}$$

PIÈGE
Oublier la constante h : à $t = 0$ le boulet n'est pas à l'origine du repère mais à la hauteur h au-dessus du sol.

MÉTHODE
Toujours le même enchaînement : système, référentiel, bilan des forces, seconde loi, puis deux intégrations successives, chaque constante étant fixée par une condition initiale.

2.2 En utilisant les données numériques du lancer, déterminer le classement que l'athlète aurait obtenu aux Jeux Olympiques de Londres de 2012.

Données utiles $y = \frac{-g\,x^2}{2\,v_0^2 \cos^2(\alpha)} + \tan(\alpha)\,x + h$; $v_0 = 26\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$; $\alpha = 45^\circ$; $h = 3{,}0$ m ; $g = 9{,}8\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$; tableau des résultats

Le boulet touche le sol quand $y = 0$: la longueur du lancer est la solution positive de

$$\frac{-g\,x^2}{2\,v_0^2 \cos^2(\alpha)} + \tan(\alpha)\,x + h = 0$$

Avec $\frac{g}{2\,v_0^2 \cos^2(\alpha)} = \frac{9{,}8}{2 \times 26^2 \times \cos^2(45^\circ)} = 1{,}45 \times 10^{-2}\ \mathrm{m^{-1}}$ et $\tan(45^\circ) = 1$:

$$-1{,}45 \times 10^{-2}\,x^2 + x + 3{,}0 = 0$$

Discriminant : $\Delta = 1^2 + 4 \times 1{,}45 \times 10^{-2} \times 3{,}0 = 1{,}174$.

Solutions : $x = \frac{-1 \pm \sqrt{\Delta}}{2 \times (-1{,}45 \times 10^{-2})}$, soit $x_1 = -2{,}9$ m (à rejeter, le boulet part vers les x positifs) et $x_2 = 71{,}9$ m.

Le lancer mesure donc environ 72 m : il se place entre 72,37 m (10e) et 71,13 m (11e).

$$\boxed{x \approx 72 \text{ m : l'athlète aurait été classée 11e.}}$$

PIÈGE
Arrondir le coefficient de x^2 trop tôt : le classement se joue à moins d'un mètre. Garder les valeurs en mémoire dans la calculatrice et n'arrondir qu'à la fin.

COMPRENDRE
Sans la hauteur h, la portée serait $\frac{v_0^2}{g} = 69$ m.
Lâcher le boulet à 3,0 m du sol fait gagner près de 3 m.

À LA CALCULATRICE

deg CALCULS

$$\frac{9.8}{2 \times 26^2 \times \cos(45°)^2} \approx 0.01449704$$

$$1 + 4 \times 0.01449704142 \times 3.0 \approx 1.173964$$

$$\frac{-1 - \sqrt{1.173964497}}{2 \times (-0.01449704142)} \approx 71.85937$$

$$\frac{-1 + \sqrt{1.173964497}}{2 \times (-0.01449704142)} \approx -2.879775$$

2.3 Parmi les courbes E_{P1}, E_{P2} et E_{P3} de l'annexe, choisir en justifiant celle qui représente l'énergie potentielle de pesanteur du boulet entre $t = 0$ et l'instant où il touche le sol.

Données utiles $m = 4{,}0$ kg ; $g = 9{,}8$ m · s^{-2} ; $h = 3{,}0$ m ; $x_2 = 71{,}9$ m (2.2)

Avec l'origine des énergies potentielles au sol : $E_P = m\,g\,y$.

À $t = 0$: $E_P(0) = m\,g\,h = 4{,}0 \times 9{,}8 \times 3{,}0 = 1{,}2 \times 10^2$ J. La courbe E_{P3}, qui part d'environ 220 J, est éliminée.

Le boulet touche le sol à la date t_F telle que $x(t_F) = x_2$:

$$t_F = \frac{x_2}{v_0 \cos(\alpha)} = \frac{71{,}9}{26 \times \cos(45^\circ)} = 3{,}9 \text{ s.}$$

La courbe E_{P1} s'annule vers 3,1 s : elle est éliminée. La courbe E_{P2} part de 120 J et s'annule vers 3,9 s.

La courbe qui convient est E_{P2}.

COMPRENDRE

Vérification par le sommet : $y_{max} = h + \frac{(v_0 \sin\alpha)^2}{2g} = 20$ m, soit $E_P = 7{,}9 \times 10^2$ J. C'est bien le maximum de E_{P2}.

À LA CALCULATRICE

deg CALCULS

$$4.0 \times 9.8 \times 3.0 \approx 117.6$$

$$\frac{71.86}{26 \times \cos(45°)} \approx 3.908669$$

2.4 En détaillant la démarche, représenter sur le graphe de l'annexe les courbes des énergies cinétique E_c et mécanique E_m du boulet entre $t = 0$ et l'instant où il touche le sol.

Données utiles $m = 4{,}0$ kg ; $v_0 = 26\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$; $E_P(0) = 118$ J et $t_F = 3{,}9$ s (2.3)

L'action de l'air est négligée : le boulet n'est soumis qu'à son poids, force conservative, donc l'énergie mécanique $E_m = E_c + E_P$ se conserve.

À $t = 0$: $E_c(0) = \dfrac{1}{2} m v_0^2 = \dfrac{1}{2} \times 4{,}0 \times 26^2 = 1{,}35 \times 10^3$ J, d'où $E_m = E_c(0) + E_P(0) = 1352 + 118 = 1{,}47 \times 10^3$ J, soit $1{,}5 \times 10^3$ J avec deux chiffres significatifs.

Courbe E_m : segment horizontal à 1470 J, de $t = 0$ à $t_F = 3{,}9$ s.

Courbe E_c : à chaque instant $E_c = E_m - E_P$, avec E_P lue sur E_{P2}. Trois points suffisent à la placer :

- $t = 0$: $E_c = 1{,}35 \times 10^3$ J ;
- sommet ($t \approx 1{,}9$ s, $E_P \approx 790$ J) : $E_c \approx 1470 - 790 = 6{,}8 \times 10^2$ J, valeur minimale ;
- sol ($t_F = 3{,}9$ s, $E_P = 0$) : $E_c = E_m = 1{,}47 \times 10^3$ J.

On relie ces points par un arc de parabole, symétrique de E_{P2} : quand E_P augmente, E_c diminue d'autant.

$E_m \approx 1{,}5 \times 10^3$ J constante ; $E_c = E_m - E_P$ passe de $1{,}35 \times 10^3$ J à un minimum de $6{,}8 \times 10^2$ J, puis remonte à $1{,}47 \times 10^3$ J au sol.

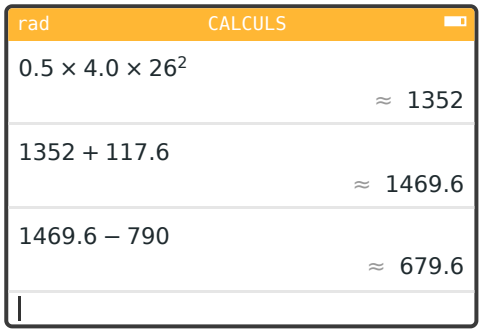
PIÈGE

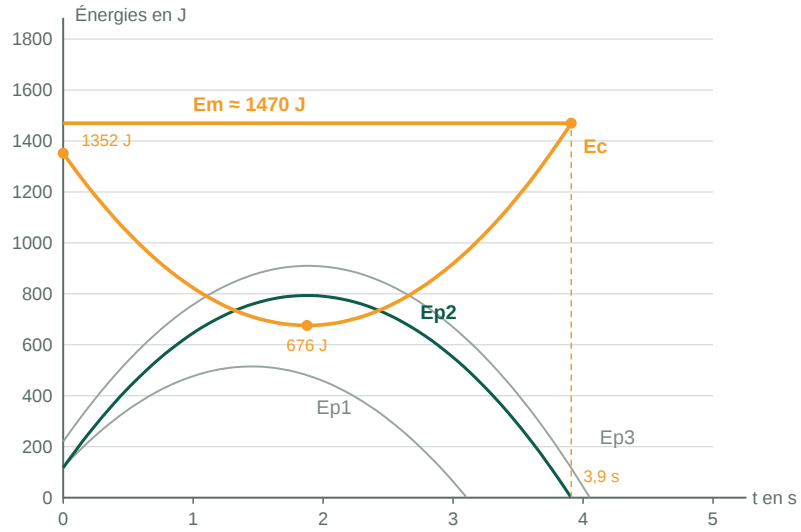
Faire descendre E_c jusqu'à zéro au sommet. Le boulet y garde sa vitesse horizontale $v_0 \cos\alpha$: $E_c = \dfrac{1}{2} m (v_0 \cos\alpha)^2 = 676$ J, en accord avec la lecture graphique.

COMPRENDRE

Au sol, E_c dépasse sa valeur initiale : le boulet arrive plus bas que son point de départ et a converti ses 118 J d'énergie potentielle initiale en énergie cinétique.

À LA CALCULATRICE





2.4 · Annexe complétée : E_m et E_c (en orange) tracées à partir de la courbe E_{P2}

3.1.1 a. Qu'est-ce qui est commun à tous les acides α-aminés ? b. Indiquer, en justifiant, ceux des acides α-aminés cités qui présentent des énantiomères. c. Représenter en Cram les deux énantiomères de la méthionine.

a. Tous possèdent un groupe carboxyle $-COOH$ et un groupe amino $-NH_2$ portés par le même atome de carbone, appelé carbone α.

b. Une molécule qui possède un seul atome de carbone asymétrique (lié à quatre atomes ou groupes d'atomes tous différents) est chirale : elle existe sous la forme de deux énantiomères.

- Glycine : le carbone α porte deux atomes H, il n'est pas asymétrique. Pas d'énantiomères.
- Arginine et méthionine : le carbone α est lié à H, $-NH_2$, $-COOH$ et à une chaîne carbonée, quatre groupes différents. Il est asymétrique, et c'est le seul de la molécule.

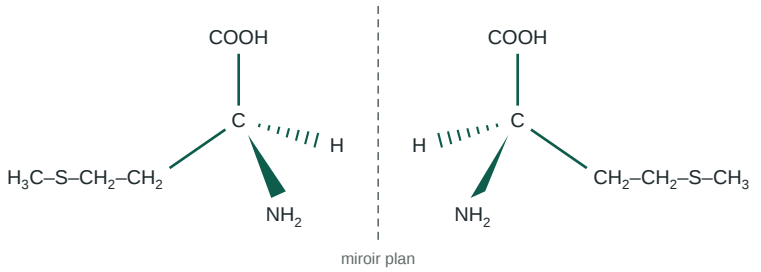
c. Voir la figure : les deux molécules sont images l'une de l'autre dans un miroir plan et ne sont pas superposables.

L'arginine et la méthionine présentent des énantiomères ; la glycine n'en présente pas.

PIÈGE
En formule topologique, les H portés par les carbones ne sont pas dessinés. Les rétablir avant de chercher un carbone asymétrique : le carbone α porte un H.

COMPRENDRE
Chiralité, carbone asymétrique, énantiomères et représentation de Cram figuraient au programme de Terminale S ; ils ne sont plus au programme actuel de la spécialité.

MÉTHODE
Pour dessiner l'énantiomère en Cram : tracer l'image dans un miroir, ou bien échanger deux des quatre groupes portés par le carbone asymétrique.



3.1.1 · Les deux énantiomères de la méthionine en représentation de Cram : coin plein vers l'avant, hachures vers l'arrière

3.1.2 Déterminer la catégorie de la réaction de déshydratation de la créatine.

Un seul réactif, la créatine, donne deux produits : la créatinine et une petite molécule, l'eau. Des atomes sont retirés à la molécule de départ sans être remplacés.

La déshydratation de la créatine est une réaction d'élimination.

COMPRENDRE
Trois catégories à reconnaître au bilan : substitution (deux réactifs, deux produits, un groupe en remplace un autre), addition (deux réactifs, un produit), élimination (un réactif, deux produits).

3.1.3 Déterminer la formule brute de la créatinine.

On compte les atomes sur la formule topologique de la créatinine, en rétablissant les H portés par les carbones :

- carbone : $C{=}NH$, $C{=}O$, CH_2 du cycle et CH_3 porté par l'azote, soit 4 C ;
- hydrogène : $3 + 2$ sur les carbones, $1 + 1$ sur les azotes, soit 7 H ;
- azote : 3 N ; oxygène : 1 O.

Vérification : créatine $C_4H_9N_3O_2$ moins H_2O.

Formule brute de la créatinine : $C_4H_7N_3O$

PIÈGE
Oublier le groupe méthyle : le trait qui part de l'azote du cycle et ne mène à aucune lettre représente un CH_3.

3.2.1 Déduire des résultats du dosage si le taux de créatinine dans le sang de l'athlète est dans l'encadrement attendu ou non.

Données utiles $A_1 = 0{,}00$; $A_2 = 0{,}71$; $A_3 = 0{,}62$; $C = 100\ \mu\text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$; valeurs attendues chez la femme : 4 à $12\ \text{mg} \cdot \text{L}^{-1}$; $C_4H_7N_3O$ (3.1.3) ; masses molaires atomiques

Le tube 1, sans créatinine, sert de blanc ($A_1 = 0$). L'absorbance est proportionnelle à la concentration en créatinine : $A = k\,C$. Les tubes 2 et 3 sont préparés avec les mêmes volumes, donc avec le même k :

$\dfrac{A_2}{C_2} = \dfrac{A_3}{C}$, soit $C_2 = C \times \dfrac{A_2}{A_3} = 100 \times \dfrac{0{,}71}{0{,}62} = 1{,}1 \times 10^2\ \mu\text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$.

Masse molaire : $M = 4 \times 12 + 7 \times 1 + 3 \times 14 + 16 = 113\ \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$.

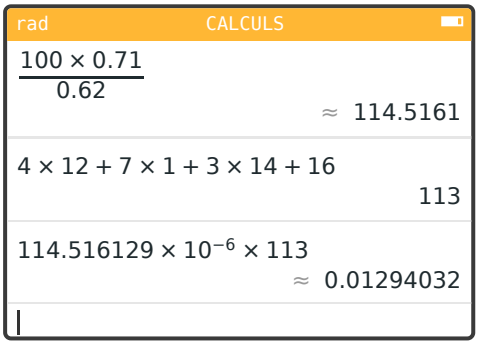
Concentration en masse : $t = C_2 \times M = 1{,}145 \times 10^{-4} \times 113 = 1{,}3 \times 10^{-2}\ \text{g} \cdot \text{L}^{-1}$.

$t = 13\ \text{mg} \cdot \text{L}^{-1}$, supérieur à $12\ \text{mg} \cdot \text{L}^{-1}$: le taux de créatinine de l'athlète est légèrement au-dessus de l'encadrement attendu.

PIÈGE
Comparer directement $115\ \mu\text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$ à $12\ \text{mg} \cdot \text{L}^{-1}$. Il faut passer en concentration en masse, avec deux conversions : µmol en mol, puis g en mg.

COMPRENDRE
Un seul étalon suffit ici parce que l'énoncé affirme la proportionnalité (loi de Beer-Lambert) et que le blanc donne $A = 0$: la droite d'étalonnage passe par l'origine.

À LA CALCULATRICE



3.2.2 Proposer une cause possible d'un taux anormalement élevé de créatinine dans le sang de l'athlète.

D'après le texte, le taux de créatinine dépend de la masse musculaire, et la créatinine provient de la déshydratation de la créatine dans le muscle en activité. Une lanceuse de marteau a une masse musculaire importante et s'entraîne intensément : elle transforme davantage de créatine en créatinine.

Cause possible : la forte masse musculaire de l'athlète (ou un apport supplémentaire de créatine par l'alimentation).

COMPRENDRE
Autre réponse recevable : des reins qui filtrent mal laissent la créatinine s'accumuler dans le sang. C'est pour cela que ce dosage sert en médecine à contrôler le fonctionnement rénal.