Des atomes froids pour mesurer le temps

Bac S 2015 Métropole rattrapage (ancien programme) · Exercice 2 **11 points** **Durée conseillée 1 h 50**

1.1 Montrer que la vitesse de recul de l'atome après absorption d'un photon s'écrit $V_{rec} = \dfrac{h}{\lambda M}$, puis calculer sa valeur.

Données utiles $h = 6{,}63 \times 10^{-34}$ J · s ; $M = 2{,}207 \times 10^{-25}$ kg ; $\lambda = 852$ nm $= 852 \times 10^{-9}$ m

Système {atome + photon}, étudié dans le référentiel du laboratoire.
Sa quantité de mouvement se conserve : $\vec{p}_{\text{avant}} = \vec{p}_{\text{après}}$.

Avant l'absorption, l'atome est immobile : seul le photon possède une quantité de mouvement, $\vec{p}$, de valeur $\dfrac{h}{\lambda}$.

Après l'absorption, le photon a disparu : seul l'atome possède une quantité de mouvement, $M\vec{V}_{rec}$.

Donc $\vec{p} = M\vec{V}_{rec}$: l'atome part dans la direction et le sens du photon et, en valeur, $\dfrac{h}{\lambda} = M V_{rec}$, d'où $V_{rec} = \dfrac{h}{\lambda M}$.

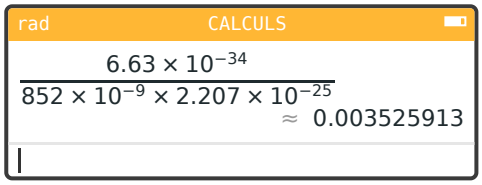
$$V_{rec} = \frac{6{,}63 \times 10^{-34}}{852 \times 10^{-9} \times 2{,}207 \times 10^{-25}}$$

$V_{rec} = \dfrac{h}{\lambda M} = 3{,}53 \times 10^{-3}$ m · s^{-1}, soit environ $3{,}5$ mm · s^{-1}.

PIÈGE
Laisser λ en nanomètres : il faut 852×10^{-9} m. Mettre aussi des parenthèses autour du dénominateur à la calculatrice.

COMPRENDRE
Trois chiffres significatifs, comme h et λ, les données les moins précises. La quantité de mouvement et sa conservation ne figurent plus au programme actuel de spécialité.

À LA CALCULATRICE



1.2.1 Interpréter la relation $\dfrac{h}{\lambda} - MV = -MV'$ en justifiant ses termes et ses signes. Exprimer V' en fonction de V et V_{rec}, puis conclure sur l'effet de l'absorption d'un photon.

Données utiles $V_{rec} = \dfrac{h}{\lambda M}$ (1.1)

On projette la conservation de la quantité de mouvement sur un axe horizontal orienté vers la droite, dans le sens de propagation du photon (figure 4).

- $+\dfrac{h}{\lambda}$: quantité de mouvement du photon avant absorption, dirigée vers la droite, donc comptée positivement.
- $-MV$: quantité de mouvement de l'atome avant absorption ; il se déplace vers la gauche, à la rencontre du photon, d'où le signe moins.
- $-MV'$: quantité de mouvement de l'atome après absorption ; il se déplace encore vers la gauche. Le photon, absorbé, n'apparaît plus.

Le membre de gauche est donc la quantité de mouvement du système avant l'absorption, celui de droite après.

Comme $\dfrac{h}{\lambda} = M V_{rec}$: $\quad M V_{rec} - MV = -MV'$, et en divisant par $-M$:

$V' = V - V_{rec}$: $V' < V$, l'absorption d'un photon venant en sens inverse ralentit l'atome.

PIÈGE
V et V' sont des valeurs de vitesse, positives. Les signes moins traduisent seulement le sens du mouvement par rapport à l'axe choisi : précise toujours cet axe avant de projeter.

COMPRENDRE
Chaque photon absorbé n'enlève que $3{,}5$ mm · s^{-1} : il faut un très grand nombre d'absorptions successives pour freiner un atome.

1.2.2 Calculer l'ordre de grandeur de l'accélération subie par l'atome lors de l'absorption d'un photon. Le comparer à l'accélération de l'atome en chute libre.

Données utiles $V_{rec} = 3{,}53 \times 10^{-3}\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ (1.1) ; $\Delta t = 30\ \text{ns} = 30 \times 10^{-9}\ \text{s}$; $g = 9{,}8\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$

Le mouvement est rectiligne : la valeur de l'accélération est la variation de la vitesse divisée par la durée de cette variation.

D'après 1.2.1, la vitesse varie de $V - V' = V_{rec}$ pendant Δt :

$$a = \frac{V_{rec}}{\Delta t} = \frac{3{,}53 \times 10^{-3}}{30 \times 10^{-9}} = 1{,}2 \times 10^{5}\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$$

L'ordre de grandeur est $10^{5}\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$.

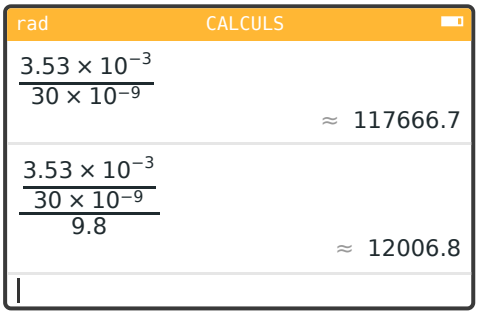
En chute libre, l'accélération de l'atome vaut $g = 9{,}8\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$, d'ordre de grandeur $10\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$.

$a \approx 10^{5}\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$, soit environ 10^{4} fois l'accélération de chute libre : la pesanteur est négligeable pendant l'absorption.

PIÈGE
Oublier la conversion $30\ \text{ns} = 30 \times 10^{-9}$ s, ou s'arrêter au calcul de a : la question demande aussi une comparaison chiffrée avec g.

MÉTHODE
Pour comparer deux grandeurs de même nature, on calcule leur rapport. Un ordre de grandeur est la puissance de dix la plus proche de la valeur.

À LA CALCULATRICE



1.3.1 Quel phénomène explique que l'atome perçoive deux fréquences différentes ? Comparer chacune des deux fréquences perçues à la fréquence ν.

Il s'agit de l'effet Doppler : la fréquence perçue par un récepteur diffère de la fréquence émise lorsque la source et le récepteur sont en mouvement l'un par rapport à l'autre.

L'atome se rapproche du laser de gauche : il perçoit ce faisceau à une fréquence supérieure à ν.

L'atome s'éloigne du laser de droite : il perçoit ce faisceau à une fréquence inférieure à ν.

Effet Doppler : $\nu_{\text{gauche, perçue}} > \nu > \nu_{\text{droite, perçue}}$.

COMPRENDRE
Même situation qu'une sirène : le son paraît plus aigu quand le véhicule approche, plus grave quand il s'éloigne. Ici l'atome joue le rôle du récepteur en mouvement.

1.3.2 Indiquer le photon (gauche ou droite) que l'atome en mouvement doit absorber pour être ralenti dans la situation de la figure 5.

L'atome se déplace vers la gauche. D'après 1.2.1, il est ralenti s'il absorbe un photon qui se propage en sens inverse de son mouvement, donc vers la droite : c'est le photon émis par le laser de gauche.

L'atome doit absorber le photon venant du laser de gauche.

PIÈGE
Ne pas confondre le côté d'où vient le photon et son sens de propagation : le photon « de gauche » se déplace vers la droite. Un photon du laser de droite pousserait l'atome et l'accélérerait.

1.3.3 Choisir, en justifiant, la proposition qui convient : pour ralentir efficacement les atomes, ν est (a) égale à ν_{12}, (b) légèrement inférieure à ν_{12}, (c) légèrement supérieure à ν_{12}.

Pour être ralenti, l'atome doit absorber de préférence les photons du laser de gauche (1.3.2). La probabilité d'absorption est maximale quand la fréquence perçue est proche de ν_{12}.

Or la fréquence perçue du laser de gauche est supérieure à ν (1.3.1). Pour qu'elle soit voisine de ν_{12}, il faut régler ν un peu en dessous de ν_{12}.

La fréquence perçue du laser de droite est alors encore plus basse que ν, donc plus éloignée de ν_{12} : ces photons, qui accéléreraient l'atome, sont peu absorbés.

Proposition b : ν est légèrement inférieure à ν_{12}.

COMPRENDRE
Le réglage agit dans les deux sens : un atome qui part vers la droite voit le laser de droite décalé vers ν_{12}. Quel que soit son sens, l'atome absorbe surtout les photons qui le freinent.

2.1 Justifier le terme « micro-ondes » attribué à la cavité.

Données utiles fréquence de la transition hyperfine : $\nu = 9193\ \text{MHz} = 9193 \times 10^6\ \text{Hz}$; micro-ondes : $2 \times 10^{-3}\ \text{m} \leqslant \lambda \leqslant 3 \times 10^{-1}\ \text{m}$; $c = 3{,}00 \times 10^8\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ (valeur à connaître)

Le rayonnement de la cavité a la fréquence de la transition hyperfine. Sa longueur d'onde dans le vide est :

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{3{,}00 \times 10^8}{9193 \times 10^6} = 3{,}26 \times 10^{-2}\ \text{m}$$

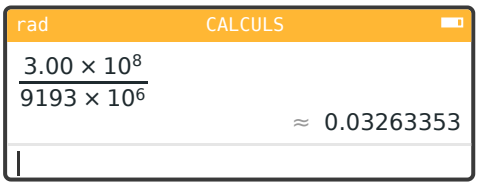
Cette valeur est comprise entre 2×10^{-3} m et 3×10^{-1} m.

$\lambda = 3{,}26 \times 10^{-2}$ m (environ 3,3 cm) : le rayonnement appartient au domaine des micro-ondes.

PIÈGE
Utiliser $\lambda = 852$ nm : c'est la longueur d'onde des lasers de refroidissement (proche infrarouge), pas celle du rayonnement de la cavité.

COMPRENDRE
La célérité c n'est pas rappelée dans les données du sujet : sa valeur est à connaître.

À LA CALCULATRICE



2.2 Montrer que la date à laquelle le nuage atteint le sommet de la fontaine est $t_{max} = \dfrac{V_0}{g}$. En déduire que la hauteur de la fontaine est $H = \dfrac{V_0^2}{2g}$.

Données utiles à $t = 0$: $z = 0$ et vitesse $\vec{V_0}$ verticale vers le haut ; axe Oz vertical orienté vers le haut (figure 6)

Système {nuage d'atomes}, de masse m ; référentiel du laboratoire, supposé galiléen. L'enceinte est sous vide et les lasers sont éteints : la seule force est le poids $\vec{P} = m\,\vec{g}$ (chute libre).

Deuxième loi de Newton : $m\,\vec{g} = m\,\vec{a}$, donc $\vec{a} = \vec{g}$. Sur l'axe Oz orienté vers le haut : $a_z = -g$.

Comme $a_z = \dfrac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t}$, on obtient par intégration $v_z = -g\,t + C_1$. À $t = 0$, $v_z = V_0$, donc $C_1 = V_0$:

$$v_z(t) = -g\,t + V_0$$

Comme $v_z = \dfrac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}$, on obtient $z = -\dfrac{1}{2}\,g\,t^2 + V_0\,t + C_2$. À $t = 0$, $z = 0$, donc $C_2 = 0$:

$$z(t) = -\frac{1}{2}\,g\,t^2 + V_0\,t$$

Au sommet, la vitesse s'annule : $-g\,t_{max} + V_0 = 0$, d'où $t_{max} = \dfrac{V_0}{g}$.

La hauteur est l'altitude atteinte à cette date :

$$H = z(t_{max}) = -\frac{1}{2}\,g\,\frac{V_0^2}{g^2} + V_0\,\frac{V_0}{g} = -\frac{V_0^2}{2g} + \frac{V_0^2}{g}$$

$t_{max} = \dfrac{V_0}{g}$ et $H = \dfrac{V_0^2}{2g}$, expressions attendues.

PIÈGE
Écrire $a_z = +g$ alors que l'axe est orienté vers le haut, ou utiliser $v = \dfrac{d}{t}$: la vitesse n'est pas constante.

MÉTHODE
Chute libre : système, référentiel, bilan des forces, deuxième loi de Newton, projection, puis deux intégrations en fixant chaque constante par les conditions initiales. Le sommet se traduit par $v_z = 0$.

2.3 Calculer les valeurs de t_{max} et de H, puis vérifier leur cohérence avec le texte introductif.

Données utiles $V_0 = 5{,}0\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$; $g = 9{,}8\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$; texte : fontaine haute de un mètre, durée entre les deux passages de l'ordre de la seconde

$$t_{max} = \frac{V_0}{g} = \frac{5{,}0}{9{,}8} = 0{,}51\ \mathrm{s} \qquad H = \frac{V_0^2}{2g} = \frac{5{,}0^2}{2 \times 9{,}8} = 1{,}3\ \mathrm{m}$$

La hauteur trouvée est bien de l'ordre du mètre.

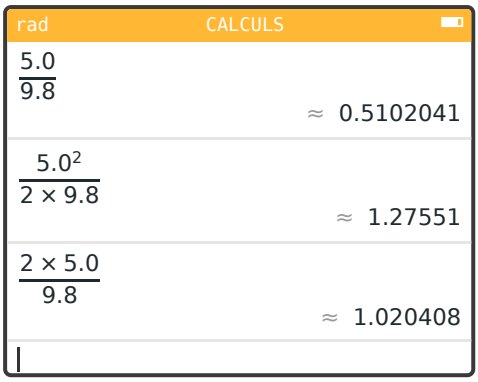
La descente dure autant que la montée. La cavité étant située près du point de lancement, la durée séparant les deux passages est proche de $2\,t_{max} = 1{,}0$ s : elle est bien de l'ordre de la seconde.

$t_{max} = 0{,}51$ s et $H = 1{,}3$ m : valeurs cohérentes avec le texte (fontaine d'un mètre, environ une seconde entre les deux passages).

PIÈGE
Comparer directement t_{max} à la seconde du texte : celui-ci parle de la durée entre les deux passages dans la cavité, soit la montée et la descente.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme V_0 et g.

À LA CALCULATRICE



2.4 Dans quel but des expériences de refroidissement d'atomes ont-elles été menées en gravité réduite, lors de vols paraboliques ? Justifier.

D'après le texte, l'horloge est d'autant plus précise que la durée séparant les deux passages dans la cavité est grande.

Cette durée est de l'ordre de $2\,t_{max} = \dfrac{2V_0}{g}$. En gravité réduite, la pesanteur apparente est beaucoup plus faible : pour une même vitesse de lancement, les atomes ralentissent moins et mettent bien plus longtemps à revenir. On peut aussi les lancer très lentement sans qu'ils retombent aussitôt.

But : allonger la durée entre les deux passages dans la cavité, donc améliorer la précision de l'horloge atomique, en vue d'horloges embarquées dans l'espace.

COMPRENDRE

Sur Terre, doubler cette durée impose de doubler V_0, donc de quadrupler la hauteur $H = \dfrac{V_0^2}{2g}$. La gravité réduite évite un dispositif de très grande taille.