Construction d'une maison passive

Bac S 2015 Liban (ancien programme) · Exercice 1 **7 points** **Durée conseillée 1 h 10**

1.1 Déterminer, par analyse dimensionnelle, l'unité d'une résistance thermique.

Données utiles $R_{th} = \dfrac{e}{\lambda S}$ avec e en m, λ en $\mathrm{W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}}$ et S en $\mathrm{m^2}$

On remplace chaque grandeur par son unité dans $R_{th} = \dfrac{e}{\lambda S}$:

$$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}} \times \mathrm{m^2}} = \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{W \cdot K^{-1}} \cdot \mathrm{m}} = \frac{1}{\mathrm{W \cdot K^{-1}}} = \mathrm{K \cdot W^{-1}}$$

Une résistance thermique s'exprime en $\mathrm{K \cdot W^{-1}}$ (kelvin par watt).

COMPRENDRE
Vérification avec l'autre relation du sujet : $R_{th} = \dfrac{T_i - T_e}{\Phi}$ est un écart de température (K) divisé par un flux (W). On retrouve bien des $\mathrm{K \cdot W^{-1}}$.

1.2 Pour une surface donnée à isoler, expliquer dans quel sens doivent évoluer les caractéristiques d'une paroi pour augmenter l'isolation de l'habitation.

Pour un écart de température fixé, $\Phi = \dfrac{T_i - T_e}{R_{th}}$: le flux qui traverse la paroi est d'autant plus faible que R_{th} est grande. Mieux isoler, c'est donc augmenter $R_{th} = \dfrac{e}{\lambda S}$.

La surface S étant imposée, il reste deux caractéristiques :

- l'épaisseur e, au numérateur, qu'il faut **augmenter** ;
- la conductivité thermique λ, au dénominateur, qu'il faut **diminuer** en choisissant un matériau plus isolant.

Il faut une paroi plus épaisse (e plus grande) faite d'un matériau de conductivité thermique λ plus faible.

PIÈGE
Se contenter de « il faut augmenter R_{th} ». La question porte sur les caractéristiques de la paroi : il faut citer e et λ, avec le sens de variation de chacune.

1.3 Calculer la résistance thermique des murs extérieurs R_m, en précisant l'unité.

Données utiles $S = 85\ \mathrm{m^2}$; cinq couches (épaisseur en cm, λ en $\mathrm{W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}}$) : 1,5 et 0,50 ; 5,0 et 0,80 ; 6,0 et 0,040 ; 20 et 0,60 ; 2,5 et 1,05

Le mur est formé de cinq couches de même surface S : leurs résistances thermiques s'additionnent.

$$R_m = \frac{1}{S} \sum_i \frac{e_i}{\lambda_i}$$

Avec les épaisseurs converties en mètre :

$$\sum_i \frac{e_i}{\lambda_i} = \frac{1{,}5 \times 10^{-2}}{0{,}50} + \frac{5{,}0 \times 10^{-2}}{0{,}80} + \frac{6{,}0 \times 10^{-2}}{0{,}040} + \frac{20 \times 10^{-2}}{0{,}60} + \frac{2{,}5 \times 10^{-2}}{1{,}05}$$

La somme vaut $1{,}95\ \mathrm{m^2 \cdot K \cdot W^{-1}}$, d'où :

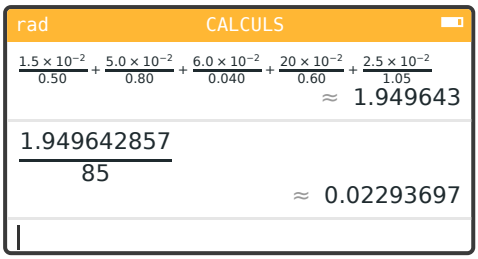
$$R_m = \frac{1{,}95}{85}$$

$R_m = 0{,}023\ \mathrm{K \cdot W^{-1}}$, soit $2{,}3 \times 10^{-2}\ \mathrm{K \cdot W^{-1}}$

PIÈGE
Laisser les épaisseurs en centimètre : le résultat serait cent fois trop grand. La formule exige e en mètre.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme les données du tableau. Le liège expansé (6,0 cm seulement) apporte à lui seul 1,5 sur le total de 1,95 : c'est lui le véritable isolant du mur.

À LA CALCULATRICE



1.4 Quelle épaisseur de laine de verre, utilisée seule, donnerait une résistance thermique identique à celle des combles ?

Données utiles $R_c = 0{,}053\ \text{K}\cdot\text{W}^{-1}$; $S = 79\ \text{m}^2$; $\lambda_{lv} = 0{,}038\ \text{W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$

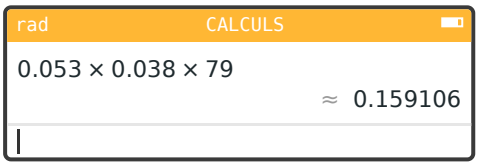
Pour une seule couche de laine de verre couvrant les combles : $R_c = \dfrac{e_{lv}}{\lambda_{lv}\,S}$, donc

$$e_{lv} = R_c\,\lambda_{lv}\,S = 0{,}053 \times 0{,}038 \times 79 = 0{,}16\ \text{m}$$

$e_{lv} = 0{,}16$ m, soit 16 cm de laine de verre.

COMPRENDRE
16 cm de laine de verre remplacent 21,3 cm de gypse et de chanvre : sa conductivité est plus faible, il en faut donc moins pour la même résistance.

À LA CALCULATRICE



1.5.1 Préciser le sens dans lequel s'effectuent les transferts thermiques.

Données utiles $T_i = 19\ ^\circ\text{C}$; air extérieur à $4\ ^\circ\text{C}$; sol à $10\ ^\circ\text{C}$

Un transfert thermique se fait spontanément du corps le plus chaud vers le corps le plus froid. L'intérieur de la maison (19 °C) est plus chaud que l'air extérieur (4 °C) et que le sol (10 °C).

Les transferts thermiques s'effectuent de l'intérieur de la maison vers l'extérieur : vers l'air à travers les murs, les vitres et les combles, vers le sol à travers le plancher.

1.5.2 Calculer Q_V ; en déduire la valeur de la chaleur fournie par le poêle à bois pendant une journée.

Données utiles vitres : $R_v = 0{,}10\ \text{K}\cdot\text{W}^{-1}$; $T_i = 19\ ^\circ\text{C}$; $T_e = 4\ ^\circ\text{C}$; $Q_m = 56$ MJ ; $Q_S = 37$ MJ ; $Q_C = 24$ MJ

Les deux expressions du flux à travers les vitres donnent $\dfrac{Q_V}{\Delta t} = \dfrac{T_i - T_e}{R_v}$, donc

$$Q_V = \frac{(T_i - T_e)\,\Delta t}{R_v}$$

Les vitres séparent l'intérieur de l'air extérieur : $T_e = 4\ ^\circ\text{C}$. Pour une journée, $\Delta t = 24 \times 3600 = 86\,400$ s.

$$Q_V = \frac{(19-4) \times 86\,400}{0{,}10} = 1{,}3 \times 10^7\ \text{J} = 13\ \text{MJ}$$

La température intérieure reste constante : l'énergie interne de la maison ne varie pas. Le poêle doit donc fournir exactement l'énergie perdue à travers toutes les parois.

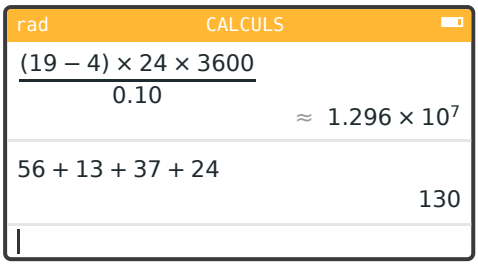
$$Q_{\text{poêle}} = Q_m + Q_V + Q_S + Q_C = 56 + 13 + 37 + 24 = 130\ \text{MJ}$$

$Q_V = 13$ MJ et $Q_{\text{poêle}} = 130$ MJ par jour, soit $1{,}3 \times 10^2$ MJ

PIÈGE
Prendre 10 °C comme température extérieure : c'est celle du sol, qui ne concerne que le plancher. Autre oubli fréquent : la durée, à convertir en secondes.

COMPRENDRE
Inutile de convertir les températures en kelvin : un écart de 15 °C vaut 15 K. Les vitres, 15 m² seulement, laissent passer autant d'énergie qu'un quart des murs.

À LA CALCULATRICE



1.6 Si la période de chauffage dure 100 jours par an, peut-on considérer la maison comme passive ?

Données utiles $Q_{\text{poêle}} = 130$ MJ par jour (Q1.5.2) ; surface habitable 68 m² ; 1 kWh = 3,6 MJ ; maison passive : moins de 15 kWh par m² habitable et par an

Énergie de chauffage sur une année : $Q_{an} = 100 \times 130 = 1{,}30 \times 10^4$ MJ.

En kilowattheure : $Q_{an} = \dfrac{1{,}30 \times 10^4}{3{,}6} = 3{,}6 \times 10^3$ kWh.

Rapportée à la surface habitable :

$$\frac{Q_{an}}{S_{hab}} = \frac{3{,}6 \times 10^3}{68} = 53 \text{ kWh par m}^2 \text{ et par an}$$

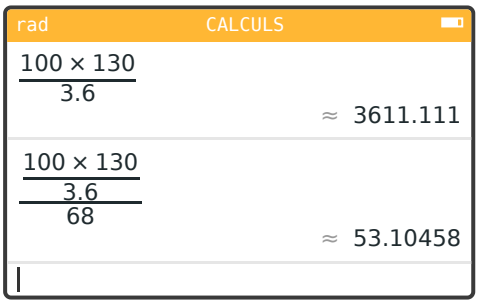
Or $53 > 15$.

Les besoins en chauffage valent environ 53 kWh par m² habitable et par an, plus de trois fois la limite de 15 : la maison n'est pas passive.

PIÈGE
Diviser par 70 m² (sol) ou par la surface des murs. La définition parle de surface habitable : 68 m².

COMPRENDRE
La maison reste très sobre : un bâtiment classique demande 250 à 300 kWh par m² et par an, soit environ cinq fois plus.

À LA CALCULATRICE



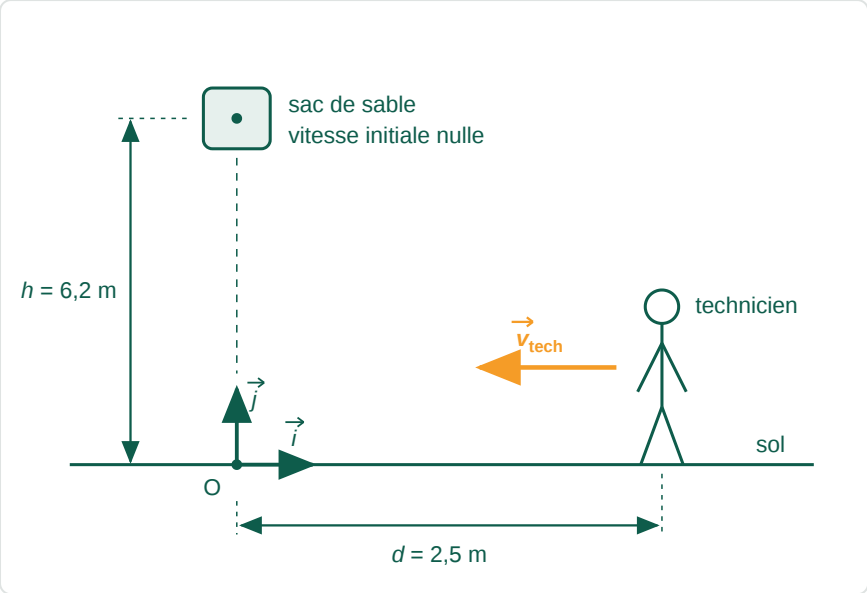
2.1 Faire un schéma de la situation initiale, sans souci d'échelle, avec le vecteur vitesse du technicien et les distances h et d.

Schéma ci-dessous, à l'instant $t = 0$ où le câble cède :

- le sac est sur l'axe vertical $(O, \vec{j})$, à la hauteur h au-dessus du point d'impact O, sans vitesse ;
- le technicien est au sol, à la distance d de O ;
- son vecteur vitesse $\vec{v}_{tech}$ est horizontal et dirigé vers O.

Schéma avec $h = 6{,}2$ m (vertical), $d = 2{,}5$ m (horizontal) et $\vec{v}_{tech}$ horizontal, pointé vers O.

PIÈGE
Dessiner $\vec{v}_{tech}$ vers la droite ou incliné. Le technicien marche vers le point d'impact : le vecteur est horizontal et pointe vers O.



2.1 · Situation initiale (t = 0), sans souci d'échelle

2.2 Montrer que, selon l'axe vertical, l'équation horaire du mouvement du centre du sac est $y_S = -4{,}9\,t^2 + 6{,}2$ (y_S en mètre, t en seconde).

Données utiles $g = 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$; $h = 6{,}2$ m ; vitesse initiale nulle

Système {sac de sable}, de masse m ; référentiel terrestre supposé galiléen ; chute libre : seule force, le poids $\vec{P} = m\,\vec{g}$.

Deuxième loi de Newton : $m\,\vec{a} = m\,\vec{g}$, donc $\vec{a} = \vec{g}$.

L'axe $(O, \vec{j})$ est orienté vers le haut et $\vec{g}$ vers le bas : $a_y = -g$.

Comme $a_y = \dfrac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t}$, une primitive donne $v_y = -g\,t + v_{0y}$. La vitesse initiale est nulle : $v_{0y} = 0$, donc $v_y = -g\,t$.

Comme $v_y = \dfrac{\mathrm{d}y_S}{\mathrm{d}t}$, une primitive donne $y_S = -\dfrac{1}{2}\,g\,t^2 + y_0$. À $t = 0$, le sac est à la hauteur h : $y_0 = h$.

$$y_S = -\frac{1}{2}\,g\,t^2 + h = -\frac{1}{2} \times 9{,}8 \times t^2 + 6{,}2$$

$y_S = -4{,}9\,t^2 + 6{,}2$: c'est bien l'équation attendue.

PIÈGE
Oublier le signe « − » : l'axe est orienté vers le haut, l'accélération vers le bas. Oublier aussi la constante $y_0 = h$ donnerait un sac partant du sol.

MÉTHODE
Toujours le même enchaînement : système, référentiel, bilan des forces, deuxième loi de Newton, projection sur l'axe, puis deux primitives successives. Chaque constante se détermine avec une condition initiale.

2.3 Cette situation entraîne-t-elle un risque d'accident corporel pour le technicien ?

Données utiles $y_S = -4{,}9\,t^2 + 6{,}2$ (Q2.2) ; $d = 2{,}5$ m ; $v_{tech} = 1{,}1\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$

Démarche : il y a un risque si le technicien se trouve au point O au moment où le sac y arrive. On calcule la durée de la chute, puis la distance parcourue par le technicien pendant cette durée.

Durée de la chute : le sac touche le sol quand $y_S = 0$.

$$-4{,}9\,t_c^2 + 6{,}2 = 0 \quad \text{donc} \quad t_c = \sqrt{\frac{6{,}2}{4{,}9}} = 1{,}1\ \text{s}$$

Le technicien avance à vitesse constante. Pendant la chute, il parcourt :

$$d_{tech} = v_{tech} \times t_c = 1{,}1 \times 1{,}12 = 1{,}2\ \text{m}$$

Or $1{,}2\ \text{m} < d = 2{,}5\ \text{m}$: quand le sac touche le sol, le technicien est encore à $2{,}5 - 1{,}2 = 1{,}3$ m du point d'impact.

Le sac tombe environ 1,3 m devant le technicien : il n'est pas touché, la situation n'entraîne pas d'accident corporel.

COMPRENDRE
Question ouverte : la démarche annoncée et rédigée compte autant que le résultat. La marge reste faible (1,3 m, alors que sac et technicien ne sont pas des points) : l'absence de choc ne signifie pas absence de danger.

MÉTHODE
Autre démarche possible : comparer les durées. Le technicien mettrait $\frac{d}{v_{tech}} = 2{,}3$ s pour atteindre O, soit le double de la durée de chute. La conclusion est la même.

À LA CALCULATRICE

