# Suivi du niveau de la mer par le satellite Saral

Bac S 2015 Amérique du Sud (ancien programme) · Exercice 3 **5 points** **Durée conseillée 50 min**

**1.1** Énoncer la seconde loi de Kepler appliquée au satellite Saral. Quelle précision apporte-t-elle sur son mouvement ?

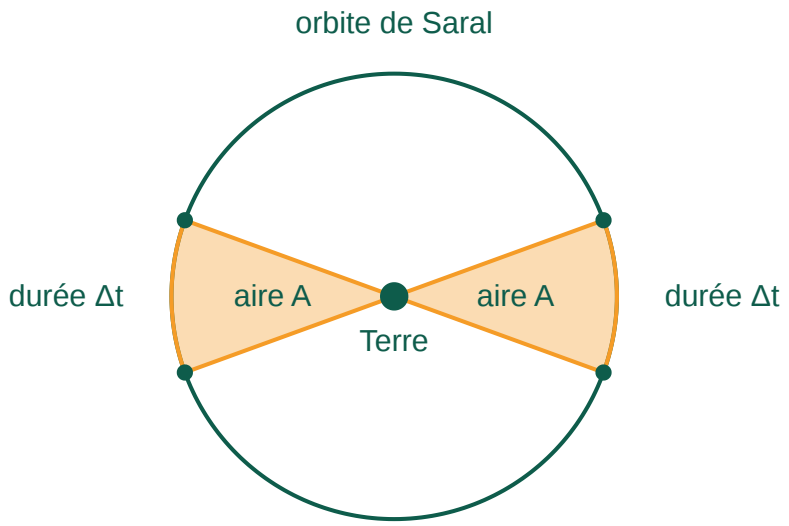
Loi des aires : le segment reliant le centre de la Terre au satellite Saral balaie des aires égales pendant des durées égales.

L'orbite de Saral est circulaire : le rayon $r = R_T + h$ est constant. Deux aires égales sont alors deux secteurs de même angle, donc deux arcs de même longueur. Saral parcourt des distances égales pendant des durées égales.

La valeur de la vitesse de Saral est constante : son mouvement circulaire est **uniforme**.

**PIÈGE**
Énoncer la loi sans conclure. La question en deux temps attend le mot « uniforme », justifié par le rayon constant de l'orbite.

**COMPRENDRE**
Sur une orbite elliptique, la même loi donne un satellite plus rapide près de la Terre et plus lent quand il s'en éloigne. Le cercle est le cas particulier où la vitesse garde la même valeur.




**1.1** · Loi des aires sur une orbite circulaire : aires égales, arcs égaux

**1.2** Montrer que la vitesse du satellite Saral s'écrit $v = \sqrt{\dfrac{G\,M_T}{R_T + h}}$, puis calculer sa valeur. Comparer avec les informations données. L'hypothèse d'une trajectoire circulaire est-elle cohérente ?

**Données utiles** $G = 6{,}67 \times 10^{-11}\ \text{m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$ ; $M_T = 5{,}98 \times 10^{24}$ kg ; $R_T = 6371$ km ; $h = 800$ km ; vitesse orbitale annoncée : $7{,}47\ \text{km} \cdot \text{s}^{-1}$

Système {Saral}, de masse $M_S$ constante ; référentiel géocentrique supposé galiléen. Seule force : l'attraction gravitationnelle de la Terre, dirigée vers le centre de la Terre :

$$\vec{F}_{T/S} = \frac{G\,M_S\,M_T}{(R_T + h)^2}\,\vec{n}$$

Deuxième loi de Newton : $\vec{F}_{T/S} = M_S\,\vec{a}$, donc $\vec{a} = \dfrac{G\,M_T}{(R_T + h)^2}\,\vec{n}$.

Or, pour un mouvement circulaire de rayon $r = R_T + h$ : $\vec{a} = \dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\,\vec{\tau} + \dfrac{v^2}{R_T + h}\,\vec{n}$.

Par identification selon $\vec{n}$ : $\dfrac{v^2}{R_T + h} = \dfrac{G\,M_T}{(R_T + h)^2}$, soit $v^2 = \dfrac{G\,M_T}{R_T + h}$ et

$$v = \sqrt{\frac{G\,M_T}{R_T + h}}$$

Application numérique, avec $R_T + h = 6371 + 800 = 7171\ \text{km} = 7{,}171 \times 10^6$ m :

$$v = \sqrt{\frac{6{,}67 \times 10^{-11} \times 5{,}98 \times 10^{24}}{7{,}171 \times 10^6}} = 7{,}46 \times 10^3\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Le texte annonce $7{,}47\ \text{km} \cdot \text{s}^{-1}$ : l'écart relatif est $\dfrac{7{,}47 - 7{,}46}{7{,}47} \approx 0{,}1\ \%$.

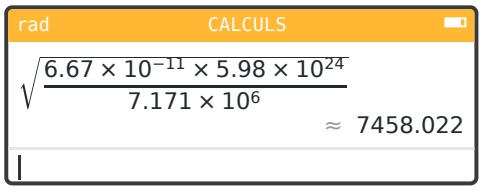
$v = 7{,}46\ \text{km} \cdot \text{s}^{-1}$, très proche des $7{,}47\ \text{km} \cdot \text{s}^{-1}$ annoncés : l'hypothèse d'une orbite circulaire est cohérente.

**PIÈGE**
Garder $R_T + h$ en kilomètres donne une vitesse fausse d'un facteur $\sqrt{1000}$. Autre erreur fréquente : utiliser $h$ seul comme rayon de l'orbite.

**COMPRENDRE**
Trois chiffres significatifs, comme $G$ et $M_T$, les données les moins précises. La masse $M_S$ se simplifie : la vitesse orbitale ne dépend pas de la masse du satellite.

**MÉTHODE**
Selon $\vec{\tau}$, l'identification donne $\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = 0$ : on retrouve par le calcul le mouvement uniforme de la question 1.1.

**À LA CALCULATRICE**




**1.3** Établir l'expression de la période de révolution $T_S$ du satellite Saral autour de la Terre. Calculer sa valeur et la comparer avec les informations données.

**Données utiles** $R_T + h = 7{,}171 \times 10^6$ m ; $v$ (1.2) ; période annoncée : 100,59 min

Le mouvement est circulaire uniforme : pendant une période $T_S$, Saral parcourt la circonférence $2\pi\,(R_T + h)$ à la vitesse $v$.

$$v = \frac{2\pi\,(R_T + h)}{T_S} \quad \text{donc} \quad T_S = \frac{2\pi\,(R_T + h)}{v} = 2\pi\sqrt{\frac{(R_T + h)^3}{G\,M_T}}$$

$$T_S = 2\pi\sqrt{\frac{(7{,}171 \times 10^6)^3}{6{,}67 \times 10^{-11} \times 5{,}98 \times 10^{24}}} = 6{,}04 \times 10^3\ \text{s}$$

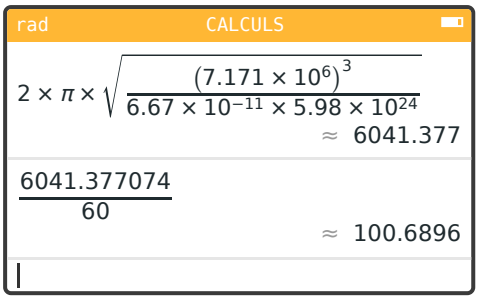
Soit $T_S = \dfrac{6{,}04 \times 10^3}{60} = 101$ min.

$T_S = 6{,}04 \times 10^3\ \text{s} \approx 101$ min, en accord avec les 100,59 min annoncées (écart d'environ $0{,}1\ \%$).

**PIÈGE**
Calculer $T_S$ avec la valeur arrondie de $v$ ajoute une erreur d'arrondi. L'expression en fonction de $G$, $M_T$ et $R_T + h$ évite ce défaut.

**COMPRENDRE**
Avec trois chiffres significatifs, le calcul donne 101 min : il ne peut pas départager 100,59 et 100,69 min. L'accord est donc bon à la précision des données.

**À LA CALCULATRICE**




## 2.1 Pourquoi les radars altimètres utilisent-ils les micro-ondes ?

D'après le spectre d'atténuation par l'atmosphère, l'atténuation est très faible dans le domaine des micro-ondes : elle reste inférieure à 1 dB, alors qu'elle atteint 100 à 1000 dB pour les ondes sub-millimétriques ou l'ultraviolet.

Le signal doit traverser deux fois l'atmosphère (aller, puis retour après réflexion sur la mer) et rester détectable.

> Les micro-ondes sont très peu absorbées par l'atmosphère : l'écho revient au satellite avec une intensité suffisante.

**MÉTHODE**

Pour une question « pourquoi » sur documents, citer le document utilisé et une valeur lue : ici, l'ordre de grandeur de l'atténuation en dB dans le domaine concerné.

## 2.2 Pourquoi Saral n'utilise-t-il qu'une seule bande de fréquence, contrairement aux autres satellites altimétriques ?

Les autres satellites émettent sur deux bandes à la fois (Ku et C, ou Ku et S) : la comparaison des deux signaux permet d'estimer le contenu en électrons de l'ionosphère, puis de corriger la distance altimétrique.

Saral utilise la bande Ka, dont la sensibilité aux perturbations ionosphériques est « très faible » d'après le tableau.

> En bande Ka, l'ionosphère perturbe très peu le signal : la correction par une seconde bande est inutile.

**PIÈGE**

Confondre les deux effets. L'atténuation (2.1) affaiblit le signal ; la perturbation ionosphérique (2.2) le ralentit et fausse la durée mesurée, donc la distance.

**2.3** Déterminer la valeur de la hauteur SSH qui repère le niveau de la mer Méditerranée à l'endroit de la mesure faite par Saral le 1er août 2013.

**Données utiles** $S = 813\,474$ m ; $\Delta t = 5{,}40296$ ms ; $c = 2{,}99792 \times 10^8$ m · s$^{-1}$

D'après la figure : $S = R + \text{SSH}$, donc $\text{SSH} = S - R$.

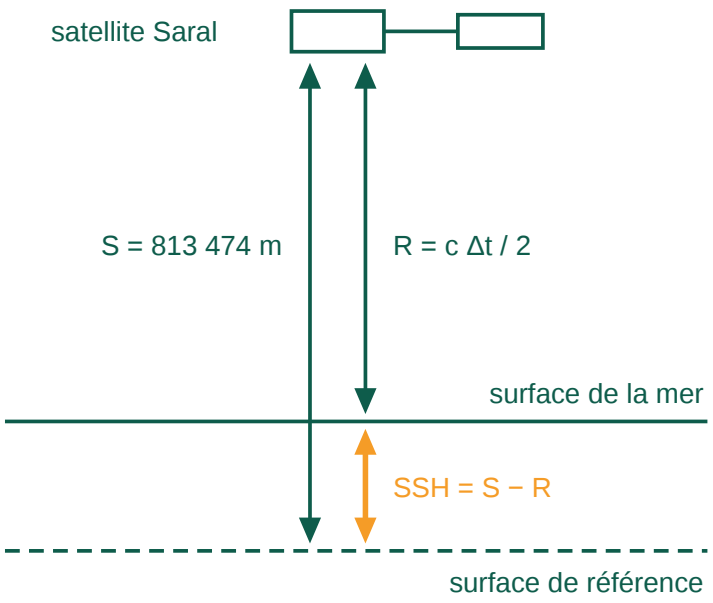
Pendant la durée $\Delta t$, l'onde fait un aller-retour entre le satellite et la mer : elle parcourt $2R$ à la célérité $c$.

$2R = c\,\Delta t$, donc $R = \dfrac{c\,\Delta t}{2}$.

$$R = \frac{2{,}99792 \times 10^8 \times 5{,}40296 \times 10^{-3}}{2} = 809\,882 \text{ m}$$

$$\text{SSH} = 813\,474 - 809\,882 = 3\,592 \text{ m}$$

$\text{SSH} = 3\,592$ m $\approx 3{,}59$ km au-dessus de la surface de référence.




**2.3** · Altitude S, distance altimétrique R et hauteur de mer SSH

**PIÈGE**
Oublier le facteur 2 de l'aller-retour, ou laisser $\Delta t$ en millisecondes. SSH n'est pas une profondeur : c'est la hauteur de la surface de la mer au-dessus de la surface de référence.

**COMPRENDRE**
$c$ et $\Delta t$ ont six chiffres significatifs : $R$ est connu au mètre près, la différence aussi. Une erreur d'une microseconde sur $\Delta t$ déplacerait $R$ de 150 m.

**COMPRENDRE**
La valeur découle des données du sujet. Les hauteurs de mer réellement mesurées par rapport à la surface de référence se comptent en dizaines de mètres, et non en kilomètres.

**À LA CALCULATRICE**

rad CALCULS

$\dfrac{2.99792 \times 10^8 \times 5.40296 \times 10^{-3}}{2} \approx 809882.1$

$813\,474 - \dfrac{2.99792 \times 10^8 \times 5.40296 \times 10^{-3}}{2} \approx 3591.908$