Le saut de Félix Baumgartner

Bac S 2015 Amérique du Sud (ancien programme) · Exercice 1 **5 points** **Durée conseillée 50 min**

1.1 Donner, en fonction de G, R_T, H, m et M_T, l'expression de la force d'attraction gravitationnelle exercée par la Terre sur Félix Baumgartner à l'altitude H.

Félix Baumgartner se trouve à la distance $R_T + H$ du centre de la Terre. La force est dirigée vers le centre de la Terre et sa valeur est :

$$F = \frac{G\,M_T\,m}{(R_T+H)^2}$$

PIÈGE
Écrire H^2 ou R_T^2 au dénominateur : la distance à prendre est celle qui sépare les centres des deux corps, soit $R_T + H$.

1.2 En assimilant le poids P à cette force, déduire l'expression de l'intensité de la pesanteur g. Reste-t-elle constante au cours de la chute ? Justifier quantitativement.

Données utiles $G = 6{,}67 \times 10^{-11}\ \text{m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$; $M_T = 5{,}98 \times 10^{24}$ kg ; $R_T = 6380$ km ; altitude de départ $H_0 = 39\,045$ m

$P = F$ s'écrit $m\,g = \dfrac{G\,M_T\,m}{(R_T+H)^2}$, d'où $g = \dfrac{G\,M_T}{(R_T+H)^2}$.

g dépend de l'altitude H : elle augmente quand H diminue. Aux deux extrémités de la chute :

Au départ ($H_0 = 39\,045$ m) : $g = \dfrac{6{,}67 \times 10^{-11} \times 5{,}98 \times 10^{24}}{(6{,}380 \times 10^6 + 39\,045)^2} = 9{,}68\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$

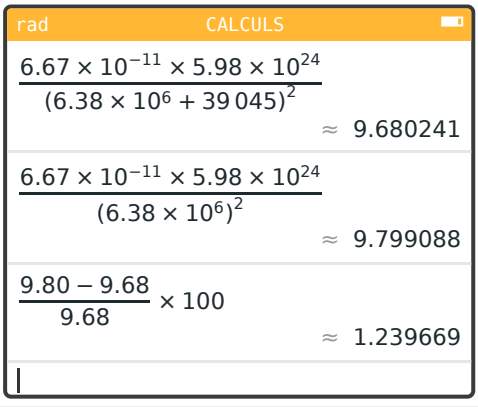
Au sol ($H = 0$) : $g = \dfrac{6{,}67 \times 10^{-11} \times 5{,}98 \times 10^{24}}{(6{,}380 \times 10^6)^2} = 9{,}80\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$

$g = \dfrac{G\,M_T}{(R_T+H)^2}$ n'est pas constante : elle passe de $9{,}68$ à $9{,}80\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$, soit une hausse d'environ 1,2 % seulement.

PIÈGE
Laisser R_T en kilomètres alors que H_0 est en mètres. « Justifier quantitativement » exige deux valeurs calculées : une phrase sans nombre ne rapporte pas tous les points.

COMPRENDRE
Trois chiffres significatifs, comme G et M_T. L'écart étant très faible, prendre ensuite une valeur unique ($9{,}71\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$) pour la première phase est une approximation raisonnable.

À LA CALCULATRICE



2.1 Établir l'expression de l'accélération a_y de Félix Baumgartner dans le modèle de la chute libre. De quel type de mouvement s'agit-il ?

Système {Félix Baumgartner et son équipement}, de masse m constante ; référentiel terrestre supposé galiléen.

Choix du repère : axe Oy vertical orienté vers le haut, origine O au niveau du sol.

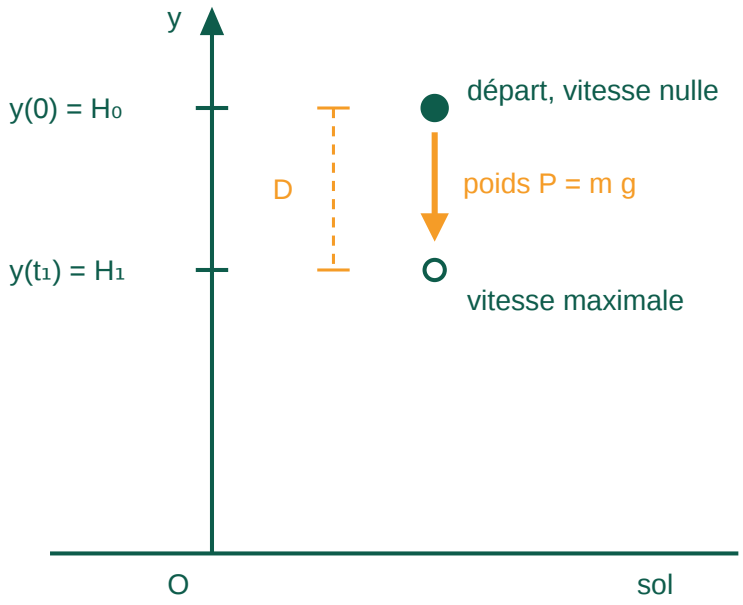
En chute libre, la seule force est le poids $\vec{P} = m\,\vec{g}$.

Deuxième loi de Newton : $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\,\vec{a}$, soit $m\,\vec{g} = m\,\vec{a}$, donc $\vec{a} = \vec{g}$.

Le vecteur $\vec{g}$ est vertical et dirigé vers le bas ; en projection sur Oy :

$a_y = -g$: l'accélération est constante et la vitesse initiale est nulle, le mouvement est **rectiligne uniformément accéléré**.

PIÈGE
Le sujet ne donne pas le sens de l'axe : il faut l'annoncer. Avec un axe orienté vers le bas on aurait $a_y = +g$; les deux choix sont acceptés s'ils sont suivis jusqu'au bout.



2.1 · Repère choisi : axe Oy vers le haut, origine au sol

2.2 Établir l'équation horaire du mouvement $y = f(t)$.

Données utiles vitesse initiale nulle ; altitude initiale $H_0 = 39\,045$ m ; $a_y = -g$ (2.1)

$a_y = \dfrac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t} = -g$: par intégration, $v_y(t) = -g\,t + C_1$.

À $t = 0$, la vitesse est nulle : $C_1 = 0$, donc $v_y(t) = -g\,t$.

$v_y = \dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}$: par intégration, $y(t) = -\dfrac{1}{2}\,g\,t^2 + C_2$.

À $t = 0$, $y(0) = H_0$: $C_2 = H_0$.

$$y(t) = -\frac{1}{2}\,g\,t^2 + H_0$$

MÉTHODE
Chaque intégration fait apparaître une constante, fixée par une condition initiale : la vitesse à $t = 0$ pour la première, la position à $t = 0$ pour la seconde.

2.3 En déduire la date t_1 correspondant au record de vitesse.

Données utiles $v_1 = 1342\ \text{km}\cdot\text{h}^{-1}$; $g = 9{,}71\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$; $v_y(t) = -g\,t$ (2.2)

La valeur de la vitesse est $v(t) = |v_y(t)| = g\,t$. À la date t_1 : $v_1 = g\,t_1$, donc $t_1 = \dfrac{v_1}{g}$.

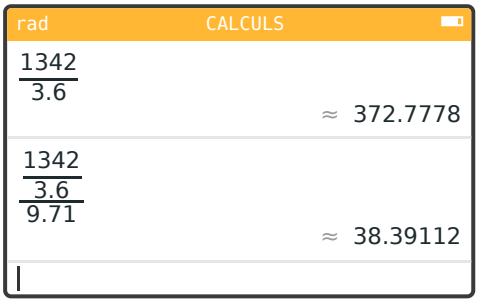
Conversion : $v_1 = \dfrac{1342}{3{,}6} = 372{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$.

$$t_1 = \frac{372{,}8}{9{,}71}$$

$t_1 = 38{,}4\ \text{s}$

PIÈGE
Garder la vitesse en $\text{km}\cdot\text{h}^{-1}$: on trouverait 138 s. La division par 3,6 est indispensable avant tout calcul avec g en $\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$.

À LA CALCULATRICE



2.4 Quelle distance Félix Baumgartner a-t-il parcourue lorsqu'il atteint cette vitesse maximale ? Quelle est alors son altitude H_1 ?

Données utiles $t_1 = 38{,}4$ s (2.3) ; $g = 9{,}71\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$; $H_0 = 39\,045$ m

Distance parcourue : $D = y(0) - y(t_1) = H_0 - \left(-\dfrac{1}{2}\,g\,t_1^2 + H_0\right) = \dfrac{1}{2}\,g\,t_1^2$

$$D = \frac{1}{2} \times 9{,}71 \times 38{,}39^2 = 7{,}16 \times 10^3\ \text{m}$$

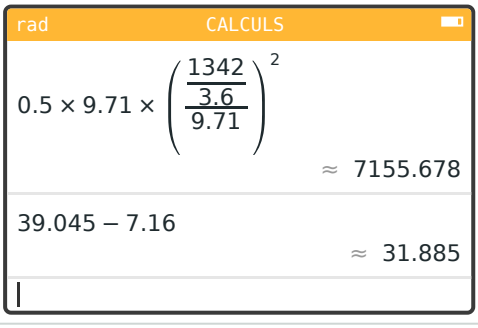
Altitude atteinte : $H_1 = H_0 - D = 39{,}045 - 7{,}16 = 31{,}89\ \text{km}$

$D = 7{,}16\ \text{km}$ et $H_1 = 31{,}89\ \text{km}$

PIÈGE
Confondre la distance parcourue D et l'ordonnée $y(t_1)$: avec l'origine au sol, $y(t_1)$ est directement l'altitude H_1.

COMPRENDRE
On calcule avec la valeur non arrondie de t_1 gardée en mémoire. Pour la soustraction, c'est la décimale la moins précise qui compte : D est connue à 0,01 km près, H_1 aussi.

À LA CALCULATRICE



3.1 Proposer un argument qui justifie l'utilisation précédente du modèle de chute libre.

Entre 39 km et 32 km d'altitude, Félix Baumgartner est dans la stratosphère (de 10 à 50 km). D'après le tableau, la masse volumique de l'air y est comprise entre $0{,}1$ et $10^{-3}\ \text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$: elle est de 10 à 1000 fois plus faible que près du sol (environ $1\ \text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$).

L'air est très raréfié : son action est négligeable devant le poids, surtout au début du saut où la vitesse est faible. Le modèle de la chute libre est alors acceptable.

MÉTHODE
Un argument se construit sur le document : citer la zone traversée et les valeurs de masse volumique lues dans le tableau, puis conclure sur la force négligée.

3.2 En réalité, la distance parcourue lorsqu'il atteint sa vitesse maximale est supérieure à celle calculée en 2.4. Proposer un autre argument qui permette d'invalider le modèle de la chute libre.

Données utiles durée de la première phase : 4 min 20 s, soit 260 s ; $v_{\text{max}} = 1342\ \text{km}\cdot\text{h}^{-1}$

D'après les données, l'effet de l'air est d'autant plus important que la vitesse est grande. Or la vitesse devient très élevée (jusqu'à $1342\ \text{km}\cdot\text{h}^{-1}$) et l'air est de plus en plus dense à mesure que l'altitude diminue : l'action de l'air n'est plus négligeable.

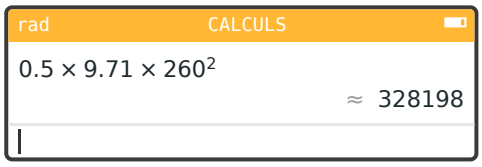
Cette force s'oppose au mouvement : l'accélération est plus petite que g, il faut plus de temps, donc plus de distance, pour atteindre la vitesse maximale.

Autre indice : en chute libre, $v = g\,t$ augmenterait sans cesse pendant les 260 s de la première phase et il n'existerait pas de vitesse maximale.

L'existence d'une vitesse maximale et la distance réelle plus grande montrent que l'action de l'air n'est pas négligeable : le modèle de la chute libre ne décrit pas toute la première phase.

COMPRENDRE
Avec le modèle, la distance parcourue en 260 s serait $\frac{1}{2}\,g\,t^2 \approx 328$ km, bien plus que les 39 km disponibles : le modèle ne peut pas rester valable longtemps.

À LA CALCULATRICE



4 Lors de la première phase de la chute, l'énergie mécanique se conserve-t-elle ? Argumenter en identifiant les formes d'énergie mises en jeu et leurs variations.

Formes d'énergie : l'énergie cinétique $E_c = \frac{1}{2}\,m\,v^2$, l'énergie potentielle de pesanteur $E_{pp} = m\,g\,y$, et leur somme, l'énergie mécanique $E_m = E_c + E_{pp}$.

Variations : l'altitude diminue, donc E_{pp} diminue ; tant que la vitesse augmente, E_c augmente.

Dans la réalité, la force exercée par l'air n'est pas négligeable (3.2). Elle est opposée au déplacement : son travail est négatif. Comme cette force n'est pas conservative, $\Delta E_m = W(\vec{f}) < 0$.

L'énergie mécanique ne se conserve pas : elle diminue. E_c augmente moins que E_{pp} ne diminue ; la différence est dissipée par transfert thermique (échauffement de l'air et de l'équipement).

PIÈGE
Répondre seulement « non, à cause des frottements ». La question demande de nommer les formes d'énergie, de donner le sens de variation de chacune et de dire ce que devient l'énergie perdue.

COMPRENDRE
Dans le modèle de la chute libre, seul le poids travaille et E_m se conserverait. C'est la distance réelle plus grande qu'en 2.4 qui trahit la perte : l'énergie potentielle cédée dépasse l'énergie cinétique gagnée.