Spécialité : Le projet AmpaCity

Bac S 2015 Amérique du Nord (ancien programme) · Exercice 4 **5 points** **Durée conseillée 50 min**

1 Estimer la durée qu'un câble traditionnel mettrait pour commencer à fondre s'il était parcouru par un courant de même intensité que celui du câble supraconducteur.

Données utiles $P = 40$ MW ; $U = 10$ kV ; $L = 1$ km ; cuivre : $\rho = 1{,}7 \times 10^{-8}\ \Omega \cdot \text{m}$, $\mu = 8{,}92 \times 10^{3}\ \text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$, $c = 390\ \text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$, $T_f = 1356$ K ; coupe du câble : diamètre extérieur 50 mm

Démarche. Le conducteur en cuivre s'échauffe par effet Joule. Il commence à fondre quand sa température atteint $T_f = 1356$ K. On cherche la durée Δt au bout de laquelle l'énergie dissipée $P_J\,\Delta t$ est égale à la variation d'énergie interne ΔU du cuivre.

Hypothèses. Seul le cuivre (1) conduit et s'échauffe ; toute l'énergie dissipée reste dans le cuivre (aucun transfert vers l'isolant ni vers l'air) ; température initiale $T_i = 20\ ^\circ\text{C} = 293$ K ; ρ et c indépendants de la température.

Intensité du courant. $P = U\,I$ donc $I = \dfrac{P}{U} = \dfrac{40 \times 10^{6}}{10 \times 10^{3}} = 4{,}0 \times 10^{3}$ A.

Rayon du conducteur. Sur la coupe, le diamètre du cuivre mesure environ $0{,}44$ fois la cote de 50 mm : $2r \approx 22$ mm, soit $r \approx 11\ \text{mm} = 11 \times 10^{-3}$ m.

Résistance du câble. Avec $S = \pi r^2$:

$$R = \frac{\rho\,L}{\pi r^2} = \frac{1{,}7 \times 10^{-8} \times 1 \times 10^{3}}{\pi \times (11 \times 10^{-3})^2} = 4{,}5 \times 10^{-2}\ \Omega$$

Puissance dissipée. $P_J = R\,I^2 = 4{,}5 \times 10^{-2} \times (4{,}0 \times 10^{3})^2 = 7{,}2 \times 10^{5}$ W.

Masse de cuivre. $m = \mu\,V = \mu\,L\,\pi r^2 = 8{,}92 \times 10^{3} \times 1 \times 10^{3} \times \pi \times (11 \times 10^{-3})^2 = 3{,}4 \times 10^{3}$ kg.

Énergie nécessaire. $\Delta U = m\,c\,(T_f - T_i) = 3{,}4 \times 10^{3} \times 390 \times (1356 - 293) = 1{,}4 \times 10^{9}$ J.

Durée. $\Delta U = P_J\,\Delta t$, donc, avec les valeurs non arrondies :

$$\Delta t = \frac{\Delta U}{R\,I^2} = \frac{1{,}4 \times 10^{9}}{7{,}2 \times 10^{5}} = 2{,}0 \times 10^{3}\ \text{s}$$

$\Delta t \approx 2{,}0 \times 10^{3}$ s, soit environ 33 min : le câble traditionnel commencerait à fondre au bout d'une demi-heure.

PIÈGE

Prendre 25 mm pour le rayon du cuivre : 50 mm est le diamètre du câble entier, gaines comprises. Autre oubli fréquent : convertir 1 km, 40 MW et les millimètres en unités SI.

COMPRENDRE

Deux chiffres significatifs, comme ρ, P et le rayon lu sur la photo. C'est une estimation : en réalité le câble cède de la chaleur à l'extérieur, mais ρ augmente avec la température ; l'ordre de grandeur reste la demi-heure.

MÉTHODE

Résolution de problème : 1) traduire la question en une égalité ($P_J\,\Delta t = \Delta U$) ; 2) lister les grandeurs manquantes ; 3) les tirer des documents ; 4) annoncer les hypothèses ; 5) calculer puis commenter le résultat.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$\dfrac{40 \times 10^{6}}{10 \times 10^{3}}$ ≈ 4000

$\dfrac{1.7 \times 10^{-8} \times 1 \times 10^{3}}{\pi \times (11 \times 10^{-3})^{2}}$ ≈ 0.04472122

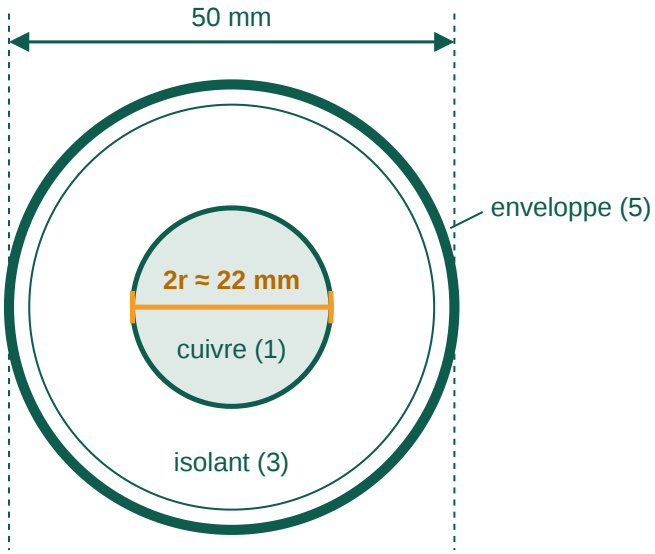
$0.04472122368 \times 4000^{2}$ ≈ 715539.6

$8.92 \times 10^{3} \times 1 \times 10^{3} \times \pi \times (11 \times 10^{-3})^{2}$ ≈ 3390.784

$3390.783783 \times 390 \times (1356 - 293)$ ≈ 1.405717×10^{9}

$\dfrac{1\,405\,717\,233}{715\,539.5789}$ ≈ 1964.556

$\dfrac{1964.555525}{60}$ ≈ 32.74259



1 · Coupe du câble : lecture du diamètre du conducteur en cuivre

2 Discuter de l'intérêt d'utiliser un composant siège du phénomène de supraconductivité dans le projet AmpaCity.

Données utiles $P_J = 7{,}2 \times 10^5$ W (question 1) ; $P = 40$ MW ; courbe résistance-température du supraconducteur

D'après la courbe, la résistance d'un supraconducteur est nulle tant que sa température reste inférieure à la température critique T_C. Alors $P_J = R\,I^2 = 0$: le câble ne s'échauffe pas et aucune énergie n'est dissipée par effet Joule pendant le transport.

Avec un câble en cuivre de même diamètre, la même intensité de $4{,}0 \times 10^3$ A est impossible à maintenir : le conducteur fondrait en une demi-heure environ, et il dissiperait $\dfrac{P_J}{P} = \dfrac{7{,}2 \times 10^5}{40 \times 10^6} \approx 1{,}8\ \%$ de la puissance transportée sur un seul kilomètre.

Le supraconducteur permet donc de transporter une forte puissance sous une tension modérée (10 kV) dans un câble de faible section, sans « pertes » en ligne.

Limite : il faut maintenir le câble à très basse température, en dessous de T_C, ce qui demande une installation de refroidissement qui consomme elle-même de l'énergie.

> Intérêt : résistance nulle sous T_C, donc pas d'effet Joule ; un câble de même diamètre transporte 40 MW sans s'échauffer ni perdre d'énergie, au prix d'un refroidissement permanent.

PIÈGE
Répondre sans s'appuyer sur la question 1 ni sur la courbe. « Discuter » attend un argument chiffré, l'exploitation du document sur T_C et au moins une limite.

COMPRENDRE
Pour limiter l'effet Joule, un réseau classique élève la tension, ce qui diminue I à puissance égale. Le supraconducteur évite une ligne à très haute tension en pleine ville.

À LA CALCULATRICE

