Super héros en danger ...

Bac S 2015 Amérique du Nord (ancien programme) · Exercice 1 **6 points** **Durée conseillée 1 h**

1.1 Pour la phase 1, donner la direction et le sens du vecteur accélération $\vec{a}_G$ du système. Que dire de l'accélération dans la phase 2 ? Justifier.

Phase 1 : le mouvement est rectiligne vertical et la vitesse augmente, de 0 à v_1. Le vecteur accélération $\vec{a}_G = \dfrac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}$ a donc la direction et le sens du vecteur vitesse.

Phase 2 : le mouvement est rectiligne et la vitesse garde la valeur v_1 : le vecteur vitesse est constant, sa dérivée est nulle.

Phase 1 : $\vec{a}_G$ est **vertical, dirigé vers le haut**. Phase 2 : $\vec{a}_G = \vec{0}$.

PIÈGE
Justifier la phase 2 par « la vitesse est constante » seulement. Il faut aussi la trajectoire rectiligne : en mouvement circulaire uniforme, l'accélération n'est pas nulle.

COMPRENDRE
Sur une trajectoire rectiligne, $\vec{a}$ est dans le sens de $\vec{v}$ si le mouvement accélère, en sens opposé s'il ralentit.

1.2.1 Juste après le décollage, la poussée $\vec{F}$ est l'une des forces s'exerçant sur le système M. Quelle est l'autre force ?

Les frottements de l'air sont négligés et le système ne touche plus le sol.

L'autre force est le **poids** $\vec{P}$ du système, vertical, dirigé vers le bas, de valeur $P = m_R\, g$.

1.2.2 Trois valeurs de la force de poussée sont proposées : A. 800 N ; B. 1200 N ; C. 1600 N. Justifier que seule la proposition C permet le décollage.

Données utiles $m_R = 120$ kg ; $g = 10\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$

Pour décoller, le système immobile doit acquérir une accélération dirigée vers le haut. D'après la deuxième loi de Newton, la somme $\vec{P} + \vec{F}$ doit être dirigée vers le haut : il faut $F > P$.

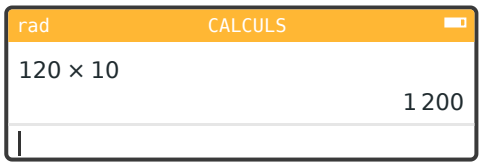
$P = m_R\, g = 120 \times 10 = 1{,}2 \times 10^3$ N

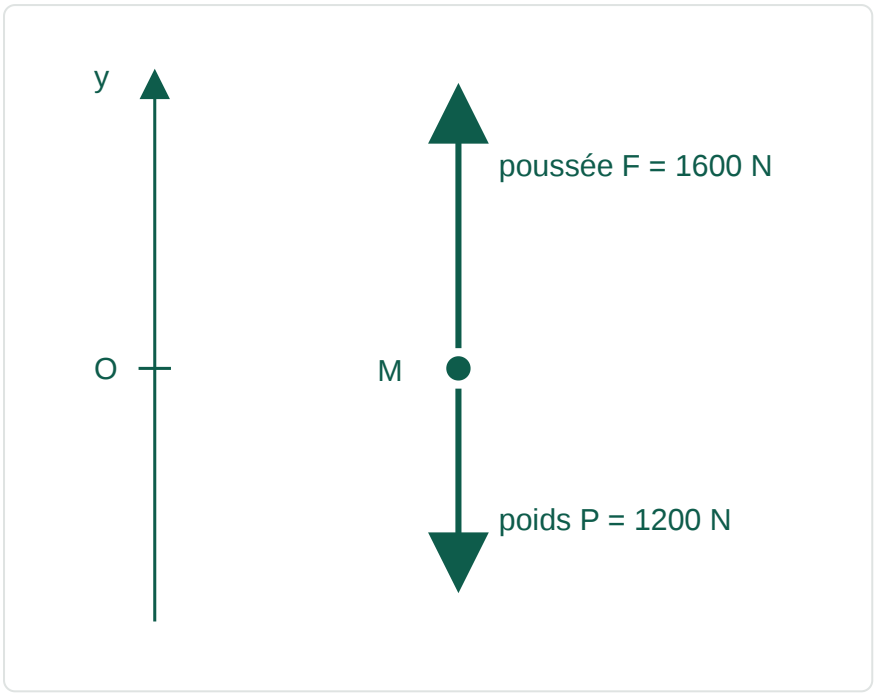
A : $800\ \mathrm{N} < P$, le système reste au sol. B : $1200\ \mathrm{N} = P$, les forces se compensent et le système reste immobile.

Seule C convient : $F = 1600\ \mathrm{N} > P = 1200\ \mathrm{N}$.

PIÈGE
Retenir aussi la proposition B. Avec $F = P$, la somme des forces est nulle : un système immobile le reste (principe d'inertie). L'inégalité doit être stricte.

À LA CALCULATRICE





1.2.2 · Forces sur le système M au décollage (proposition C)

1.2.3 En supposant que la force de poussée vaut 1600 N, montrer que la masse de fluide consommé durant la phase 1 est égale à 2,4 kg.

Données utiles $F = 1600$ N ; $V_f = 2 \times 10^3$ m · s^{-1} ; $\Delta t_1 = 3{,}0$ s ; $D_f = \dfrac{m_f}{\Delta t}$

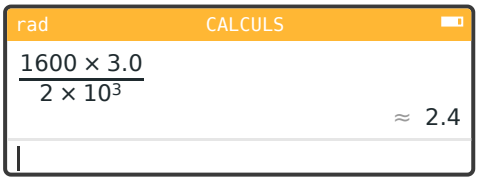
D'après le texte, la poussée est le produit du débit massique par la vitesse d'éjection : $F = D_f V_f = \dfrac{m_f}{\Delta t_1} V_f$.

D'où $m_f = \dfrac{F \, \Delta t_1}{V_f}$

$$m_f = \frac{1600 \times 3{,}0}{2 \times 10^3} = 2{,}4 \text{ kg}$$

$m_f = 2{,}4$ kg : c'est la valeur annoncée.

À LA CALCULATRICE



COMPRENDRE

V_f n'a qu'un chiffre significatif : en toute rigueur $m_f \approx 2$ kg. On garde 2,4 kg, valeur de l'énoncé. Cette masse est faible devant 120 kg : négliger la variation de masse est justifié.

COMPRENDRE

La propulsion par réaction s'explique par la conservation de la quantité de mouvement, notion de l'ancien programme, absente de la spécialité actuelle. Ici, l'expression de la poussée est fournie par le texte.

1.2.4 Après avoir déterminé l'accélération de Rocketeer en appliquant la seconde loi de Newton, estimer la valeur v_1 de sa vitesse à l'issue de la phase 1.

Données utiles $F = 1600$ N ; $m_R = 120$ kg ; $g = 10\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$; $\Delta t_1 = 3{,}0$ s

Système M, de masse m_R supposée constante ; référentiel terrestre supposé galiléen ; forces : $\vec{P}$ et $\vec{F}$.

Deuxième loi de Newton : $\vec{P} + \vec{F} = m_R\,\vec{a}_G$.

Projection sur l'axe vertical Oy orienté vers le haut : $-m_R\,g + F = m_R\,a_y$, donc

$$a_y = \frac{F}{m_R} - g = \frac{1600}{120} - 10 = 3{,}3\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$$

L'accélération est constante : $v_y(t) = a_y\,t + v_y(0)$, avec $v_y(0) = 0$ (départ immobile). À la fin de la phase 1 :

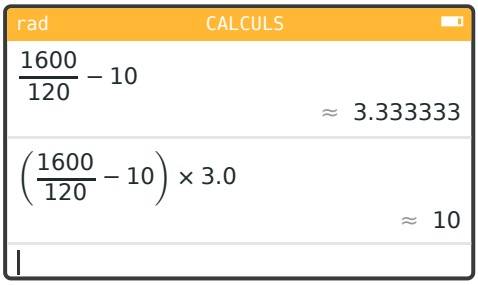
$$v_1 = a_y\,\Delta t_1 = \left(\frac{1600}{120} - 10\right) \times 3{,}0$$

$a_y = 3{,}3\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$ et $v_1 = 10\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$

PIÈGE
Oublier le poids et écrire $a = F/m_R$, ou se tromper de signe dans la projection : avec l'axe vers le haut, le poids compte pour $-m_R\,g$.

MÉTHODE
Système, référentiel, bilan des forces, deuxième loi de Newton, projection, puis primitive avec la condition initiale. Cette rédaction en six étapes vaut pour tout exercice de mécanique.

À LA CALCULATRICE



2.1 Parmi les quatre représentations de V_y en fonction du temps (A, B, C, D), laquelle est cohérente avec la situation ? Une justification qualitative est attendue.

Au début de la chute ($t = 0$), la vitesse de Rocketeer est nulle : les courbes C et D, qui partent de $80\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$, sont exclues.

Rocketeer tombe ensuite de plus en plus vite vers le bas, alors que l'axe Oy est orienté vers le haut : V_y est négative et sa valeur absolue augmente. La courbe B, où V_y est positive, est exclue.

La représentation cohérente est la **A**.

PIÈGE
Choisir B parce que « la vitesse augmente ». C'est la valeur de la vitesse qui augmente ; la coordonnée V_y est négative car le mouvement se fait dans le sens opposé à l'axe.

COMPRENDRE
Vérification possible : la droite A passe par $(4\ \text{s} ;\ -40\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1})$, soit une pente de $-10\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$, égale à $-g$.

2.2 Montrer que, lors de cette chute, la position de Rocketeer est donnée par l'équation horaire $y(t) = -5t^2 + 80$, avec t en seconde et y en mètre.

Données utiles $g = 10\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$; $y_0 = 80$ m ; vitesse nulle à $t = 0$

Système M de masse m ; référentiel terrestre supposé galiléen. Le jet-pack est en panne et les frottements sont négligés : seule force, le poids $\vec{P} = m\,\vec{g}$ (chute libre).

Deuxième loi de Newton : $m\,\vec{g} = m\,\vec{a}$, donc $\vec{a} = \vec{g}$.

Projection sur Oy orienté vers le haut : $a_y = -g$.

Comme $a_y = \dfrac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t}$: $v_y(t) = -g\,t + v_y(0)$, et $v_y(0) = 0$, donc $v_y(t) = -g\,t$.

Comme $v_y = \dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}$: $y(t) = -\dfrac{1}{2}\,g\,t^2 + y(0)$, et $y(0) = y_0$, donc $y(t) = -\dfrac{1}{2}\,g\,t^2 + y_0$.

Avec $g = 10\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$ et $y_0 = 80$ m :

$$\boxed{y(t) = -5\,t^2 + 80}$$

PIÈGE

Oublier les constantes d'intégration ou ne pas les justifier. Chaque primitive demande sa condition initiale : vitesse nulle, puis altitude y_0, à $t = 0$.

2.3 Quelle doit être la valeur minimale de la vitesse moyenne de Batman au volant de sa Batmobile pour sauver à temps Rocketeer ? Commenter.

Données utiles $y(t) = -5t^2 + 80$ (2.2) ; schéma de la voie d'accès avec son échelle (segment de 1 km)

Durée de la chute : Rocketeer atteint le sol quand $y(t_c) = 0$, soit $5\,t_c^2 = 80$, donc $t_c = \sqrt{\dfrac{80}{5}} = 4{,}0$ s.

Distance à parcourir : sur le schéma, la voie d'accès mesure 9,4 fois le segment représentant 1 km, donc $d = 9{,}4\ \text{km} = 9{,}4 \times 10^3$ m.

Batman doit parcourir d en une durée au plus égale à t_c :

$$v_{\min} = \frac{d}{t_c} = \frac{9{,}4 \times 10^3}{4{,}0} = 2{,}4 \times 10^3\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Cela représente environ $8{,}5 \times 10^3\ \text{km} \cdot \text{h}^{-1}$, près de sept fois la vitesse du son dans l'air (environ $340\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$). Aucun véhicule terrestre n'atteint une telle vitesse, encore moins en moyenne et départ arrêté : Batman ne peut pas arriver à temps.

$v_{\min} = 2{,}4 \times 10^3\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$: valeur irréaliste, le sauvetage est impossible.

PIÈGE
Laisser la distance en kilomètres avec une durée en secondes sans le dire, ou oublier le commentaire demandé : il rapporte des points.

MÉTHODE
Lecture d'échelle : mesurer à la règle le segment étalon et la longueur cherchée, puis faire le rapport. Le rapport reste le même quelle que soit la taille d'impression du sujet.

À LA CALCULATRICE

