Corrigé complet — Bac S 2016 Nouvelle-Calédonie rattrapage (ancien programme)

Physique-chimie, enseignement de spécialité **20 points** **3 h 30**

Ex 1	**Des électrons pour voir le monde** Pouvoir de résolution · Diffraction · Force électrique et poids · Relation de de Broglie · Quantité de mouvement et énergie cinétique · Ordres de grandeur	5 pts	50 min	7 questions	p. 2
Ex 2	**Tomographie par émission de positons** Substitution et flèches courbes · Carbone asymétrique · Dilution et activité · Mouvement dans un champ électrique uniforme · Travail de la force électrique · Cyclotron	10 pts	1 h 40	14 questions	p. 5
Ex 3	**Spécialité : Un trésor dans nos égouts** Électrolyse à anode soluble · Demi-équations d'oxydoréduction · Charge électrique et constante de Faraday · Quantité de matière · Densité de courant · Résolution de problème	5 pts	50 min	3 questions	p. 10

Comment s'en servir. Fais d'abord le sujet en temps limité, puis corrige-toi exercice par exercice. À gauche de chaque question, sur les carreaux : ce qu'il faut écrire sur ta copie. À droite : les pièges, ce qu'il faut comprendre et les méthodes.

Des électrons pour voir le monde

Bac S 2016 Nouvelle-Calédonie rattrapage (ancien programme) · Exercice 1 **5 points** **Durée conseillée 50 min**

1 À l'aide du texte introductif, indiquer l'ordre de grandeur de la dimension des plus petits détails que l'on peut distinguer avec un microscope optique.

Données utiles texte : deux points sont distingués si leur distance dépasse la moitié de la longueur d'onde du rayonnement incident

Le microscope optique travaille en lumière visible, dont les longueurs d'onde dans le vide vont de $400\ \text{nm}$ à $800\ \text{nm}$ environ.

Le plus petit détail visible a pour taille $d_{\text{opt}} = \dfrac{\lambda}{2}$, soit entre $200\ \text{nm}$ et $400\ \text{nm}$.

Ordre de grandeur : $d_{\text{opt}} \sim 10^{-7}\ \text{m}$ (quelques centaines de nanomètres).

COMPRENDRE
Les limites du visible ne sont pas rappelées dans l'énoncé : elles sont à connaître. Un ordre de grandeur est une puissance de dix, pas un encadrement.

2.1 Montrer que, dans les conditions de fonctionnement du MEB, le poids de l'électron est négligeable devant la force électrique.

Données utiles $m = 9{,}1 \times 10^{-31}\ \text{kg}$; $e = 1{,}60 \times 10^{-19}\ \text{C}$; $g = 9{,}8\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$; $E = 10{,}0\ \text{kV} \cdot \text{m}^{-1} = 10{,}0 \times 10^{3}\ \text{V} \cdot \text{m}^{-1}$

Poids de l'électron : $P = m\,g$. Force électrique : $\overrightarrow{F_e} = -e\,\overrightarrow{E}$, de valeur $F_e = e\,E$.

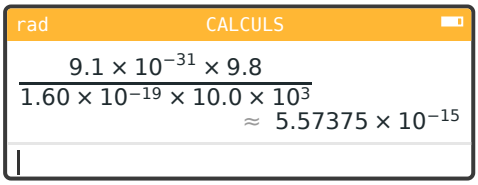
$$\frac{P}{F_e} = \frac{m\,g}{e\,E} = \frac{9{,}1 \times 10^{-31} \times 9{,}8}{1{,}60 \times 10^{-19} \times 10{,}0 \times 10^{3}} = 5{,}6 \times 10^{-15}$$

$\dfrac{P}{F_e} = 5{,}6 \times 10^{-15} \ll 1$: le poids est négligeable devant la force électrique.

PIÈGE
Laisser E en $\text{kV} \cdot \text{m}^{-1}$: il faut $1{,}00 \times 10^{4}\ \text{V} \cdot \text{m}^{-1}$. Comparer deux forces, c'est calculer leur rapport, pas seulement donner deux valeurs.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme m et g, les données les moins précises. Séparément : $P = 8{,}9 \times 10^{-30}\ \text{N}$ et $F_e = 1{,}60 \times 10^{-15}\ \text{N}$.

À LA CALCULATRICE



2.2 Quel phénomène évoqué dans le texte introductif illustre le comportement ondulatoire des électrons ?

Le texte indique que le faisceau, y compris le faisceau d'électrons du MEB, subit une diffraction qui limite le pouvoir de résolution. Or la diffraction est caractéristique des ondes.

La **diffraction** du faisceau d'électrons illustre leur comportement ondulatoire.

2.3 Exprimer la quantité de mouvement p d'un électron en fonction de la longueur d'onde de de Broglie λ, puis montrer que $\lambda = \dfrac{h}{\sqrt{2\,m\,E_c}}$.

Relation de de Broglie : $p = \dfrac{h}{\lambda}$, donc $\lambda = \dfrac{h}{p}$.

Pour un électron de masse m et de vitesse v : $p = m\,v$ et $E_c = \dfrac{1}{2}\,m\,v^2$.

Alors $p^2 = m^2v^2 = 2\,m \times \dfrac{1}{2}\,m\,v^2 = 2\,m\,E_c$, soit $p = \sqrt{2\,m\,E_c}$.

$$p = \frac{h}{\lambda} \text{ et } \lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2\,m\,E_c}}$$

COMPRENDRE
La relation de de Broglie et les ondes de matière figuraient au programme de Terminale S ; elles ne sont plus au programme actuel de spécialité.

MÉTHODE
Pour relier p et E_c sans faire apparaître v, calculer p^2 : on obtient $p^2 = 2\,m\,E_c$. C'est plus court que d'isoler v puis de le remplacer.

2.4 Comparer la taille des plus petits détails observables avec ce MEB à celle des détails observés avec un microscope optique.

Données utiles $h = 6{,}63 \times 10^{-34}$ J · s ; $m = 9{,}1 \times 10^{-31}$ kg ; $E_c = 1{,}6 \times 10^{-15}$ J ; MEB : distance minimale d'environ $50\,\lambda$; $d_{\text{opt}} \approx 2 \times 10^{-7}$ m au mieux (Q1)

Plus petit détail observable au MEB : $d_{\text{MEB}} = 50\,\lambda = \dfrac{50\,h}{\sqrt{2\,m\,E_c}}$

$$d_{\text{MEB}} = \frac{50 \times 6{,}63 \times 10^{-34}}{\sqrt{2 \times 9{,}1 \times 10^{-31} \times 1{,}6 \times 10^{-15}}} = 6{,}1 \times 10^{-10}\ \text{m}$$

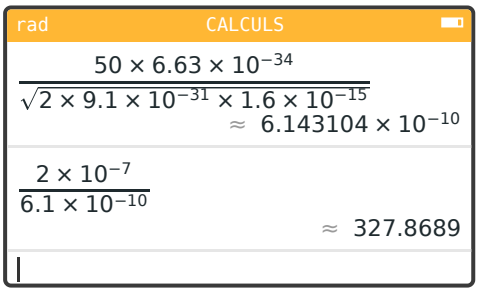
Comparaison avec le microscope optique : $\dfrac{d_{\text{opt}}}{d_{\text{MEB}}} = \dfrac{2 \times 10^{-7}}{6{,}1 \times 10^{-10}} \approx 3 \times 10^2$

$d_{\text{MEB}} = 6{,}1 \times 10^{-10}$ m, soit environ $0{,}6$ nm : des détails plusieurs centaines de fois plus petits qu'au microscope optique.

PIÈGE
Oublier le facteur 50 et annoncer $\lambda = 1{,}2 \times 10^{-11}$ m comme taille du plus petit détail. « Comparer » demande un rapport chiffré.

COMPRENDRE
En ordres de grandeur : 10^{-9} m pour le MEB contre 10^{-7} m pour l'optique, soit un facteur 100. Les deux formulations sont acceptées.

À LA CALCULATRICE



2.5 Pourquoi faut-il un MEB et non un microscope optique pour observer les détails de la surface des bactéries représentés sur la photo ?

Données utiles figure 1 : segment d'échelle de 200 nm ; $d_{\text{opt}} \geq 200$ nm (Q1) ; $d_{\text{MEB}} \approx 0{,}6$ nm (Q2.4)

D'après l'échelle de la figure 1, une bactérie mesure environ $2\ \mu$m de long, mais les reliefs de sa surface sont nettement plus petits que le segment de 200 nm : quelques dizaines de nanomètres.

Ces détails sont plus petits que la limite du microscope optique (200 nm au mieux) et bien plus grands que celle du MEB (0,6 nm).

Le microscope optique montrerait les bactéries mais pas les détails de leur surface, trop fins pour lui ; seul le MEB les distingue.

MÉTHODE
Pour justifier le choix d'un instrument, estimer la taille de l'objet avec l'échelle du document, puis la comparer à la limite de résolution de chaque instrument.

2.6 Indiquer un paramètre expérimental que l'on peut modifier pour améliorer le pouvoir de résolution du MEB.

Améliorer la résolution, c'est diminuer $d_{\text{MEB}} = 50\,\lambda$, donc diminuer $\lambda = \dfrac{h}{\sqrt{2\,m\,E_c}}$: il faut augmenter l'énergie cinétique E_c des électrons.

Cette énergie est fournie par la force électrique pendant l'accélération : elle croît avec la valeur E du champ.

> On augmente la valeur E du champ électrique accélérateur (ou la distance d'accélération d_1).

COMPRENDRE

Le travail de la force électrique sur la distance d_1 vaut $e\,E\,d_1 = 1{,}6 \times 10^{-15}$ J : c'est exactement l'énergie cinétique donnée par l'énoncé.

Tomographie par émission de positons

Bac S 2016 Nouvelle-Calédonie rattrapage (ancien programme) · Exercice 2 **10 points** **Durée conseillée 1 h 40**

1.1 L'étape 1 est-elle une addition, une élimination ou une substitution ? Justifier.

Au cours de l'étape 1, le groupe $-\mathrm{O}-\mathrm{Tf}$ porté par un atome de carbone du composé A est remplacé par un atome de fluor 18. Un groupe d'atomes prend la place d'un autre, sans création ni disparition de liaison multiple.

L'étape 1 est une **substitution**.

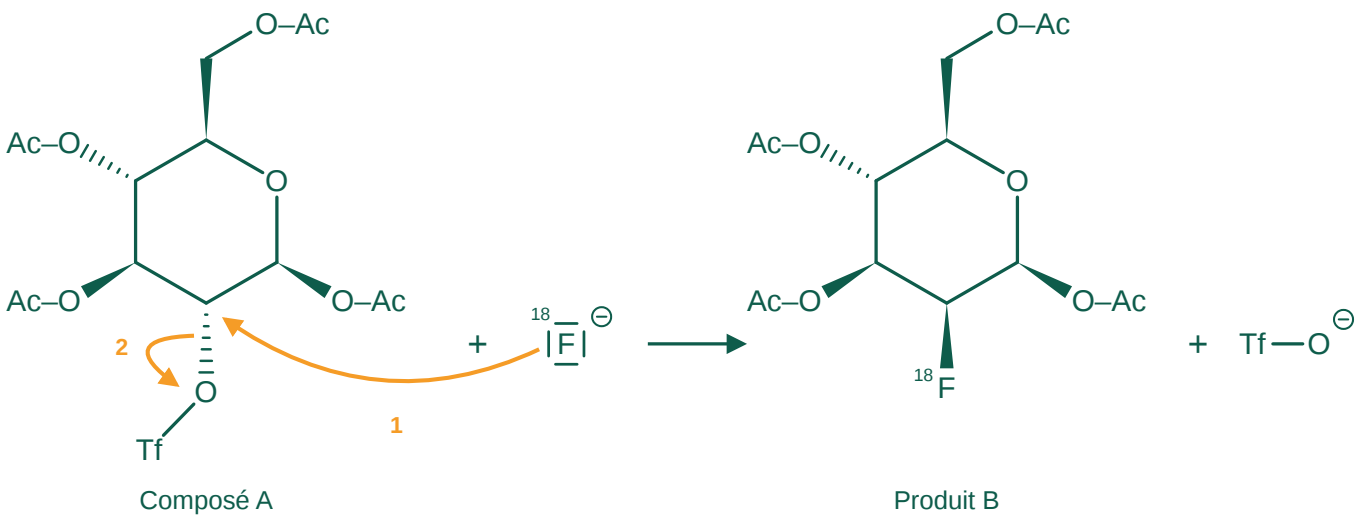
MÉTHODE
Compter réactifs et produits : addition, deux réactifs donnent un produit ; élimination, un réactif donne deux produits ; substitution, deux réactifs donnent deux produits par échange d'un groupe.

1.2 À l'aide des flèches courbes, représenter sur la figure A de l'annexe la formation et la rupture de liaisons de l'étape 1.

Flèche 1 : elle part d'un doublet non liant de l'ion fluorure F^- (site donneur) et pointe vers l'atome de carbone lié au groupe $-\mathrm{O}-\mathrm{Tf}$ (site accepteur) : la liaison $\mathrm{C}-\mathrm{F}$ se forme.

Flèche 2 : elle part du doublet de la liaison $\mathrm{C}-\mathrm{O}$ et pointe vers l'atome d'oxygène du groupe $-\mathrm{O}-\mathrm{Tf}$: la liaison $\mathrm{C}-\mathrm{O}$ se rompt et l'oxygène emporte le doublet.

Deux flèches courbes : doublet de F^- vers C, puis liaison $\mathrm{C}-\mathrm{O}$ vers O (figure A).



1.2 · Figure A complétée : flèches courbes de l'étape 1 en orange

1.3 Indiquer par un astérisque, sur la figure B de l'annexe, le ou les atomes de carbone asymétriques de la molécule de FDG.

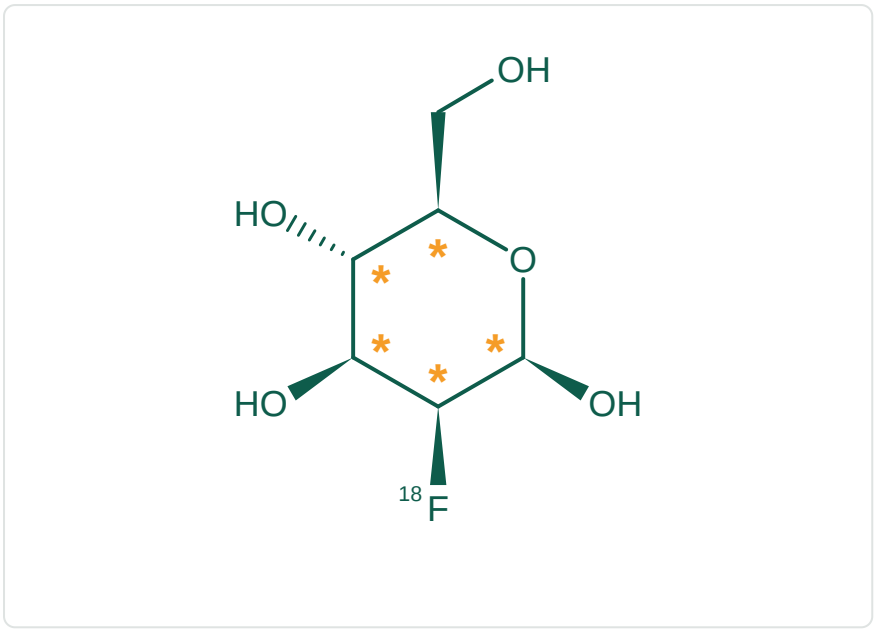
Un atome de carbone asymétrique est un carbone tétraédrique lié à quatre atomes ou groupes d'atomes tous différents.

Les cinq atomes de carbone du cycle répondent à cette définition. Le carbone du groupe $-\mathrm{CH_2OH}$ porte deux atomes d'hydrogène : il n'est pas asymétrique.

Le FDG possède **5 atomes de carbone asymétriques** (figure B).

PIÈGE
En formule topologique, les atomes d'hydrogène ne sont pas dessinés. Chaque carbone du cycle porte un H en plus du substituant visible, et les deux côtés du cycle ne sont pas équivalents.

COMPRENDRE
Le carbone asymétrique n'est plus exigible dans le programme actuel de spécialité de Terminale ; la définition donnée ici suffit pour répondre.



1.3 · Figure B complétée : les cinq atomes de carbone asymétriques du FDG

2.1 Déterminer la concentration molaire de FDG de la solution contenue dans le flacon.

Données utiles $C_0 = 5{,}0 \times 10^{-8}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$; $V_0 = 2{,}5\ \text{mL}$; $V_f = 15\ \text{mL}$

Lors d'une dilution, la quantité de matière de soluté se conserve : $C_0\,V_0 = C_f\,V_f$, d'où

$$C_f = \frac{C_0\,V_0}{V_f} = \frac{5{,}0 \times 10^{-8} \times 2{,}5}{15}$$

$C_f = 8{,}3 \times 10^{-9}\ \text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme les données les moins précises. Les deux volumes peuvent rester en mL : seul leur rapport intervient.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$\frac{5.0 \times 10^{-8} \times 2.5}{15} \approx 8.333333 \times 10^{-9}$

2.2 Vérifier que le flacon préparé précédemment respecte les consignes de sécurité.

Données utiles $A_{max} = 1{,}0 \times 10^{10}$ Bq ; $A = \lambda \times N$; $\lambda = 1{,}05 \times 10^{-4}\ \text{s}^{-1}$; $N_A = 6{,}02 \times 10^{23}\ \text{mol}^{-1}$

Le flacon contient tout le FDG prélevé : $n = C_0\,V_0$, soit un nombre de molécules $N = n\,N_A = C_0\,V_0\,N_A$.

$A = \lambda\,C_0\,V_0\,N_A = 1{,}05 \times 10^{-4} \times 5{,}0 \times 10^{-8} \times 2{,}5 \times 10^{-3} \times 6{,}02 \times 10^{23}$

$A = 7{,}9 \times 10^{9}\ \text{Bq} < A_{max} = 1{,}0 \times 10^{10}\ \text{Bq}$: le flacon respecte les consignes de sécurité.

PIÈGE
Laisser le volume en mL : la concentration est en $\text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$, il faut $V_0 = 2{,}5 \times 10^{-3}$ L. Le calcul avec C_f et $V_f = 15 \times 10^{-3}$ L donne le même résultat.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$1.05 \times 10^{-4} \times 5.0 \times 10^{-8} \times 2.5 \times 10^{-3} \times 6.02 \times 10^{23} \approx 7.90125 \times 10^{9}$

2.3 Estimer le nombre de patients adultes à qui l'on pourra injecter la dose recommandée avec un flacon.

Données utiles $A = 7{,}9 \times 10^9$ Bq ; dose recommandée : $3{,}7\ \text{MBq} \cdot \text{kg}^{-1}$

Donnée manquante : la masse d'un adulte, estimée à $m \approx 70$ kg.

Activité à injecter à un patient : $A_1 = 3{,}7 \times 10^6 \times 70 = 2{,}6 \times 10^8$ Bq.

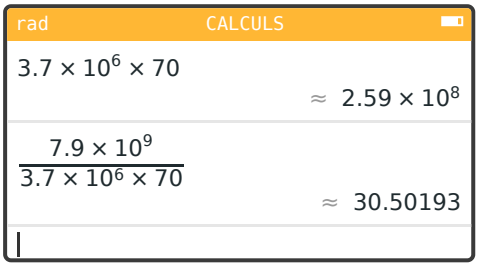
Nombre de patients : $\dfrac{A}{A_1} = \dfrac{7{,}9 \times 10^9}{3{,}7 \times 10^6 \times 70} \approx 30{,}5$

Un flacon permet de traiter environ **30 patients** adultes.

PIÈGE
Oublier la conversion $1\ \text{MBq} = 10^6$ Bq, ou arrondir à 31 : le flacon ne contient pas de quoi faire une 31e injection complète.

COMPRENDRE
C'est une estimation : toute masse entre 60 et 80 kg est acceptée si elle est annoncée. L'activité décroît aussi au cours du temps, ce que ce calcul néglige.

À LA CALCULATRICE



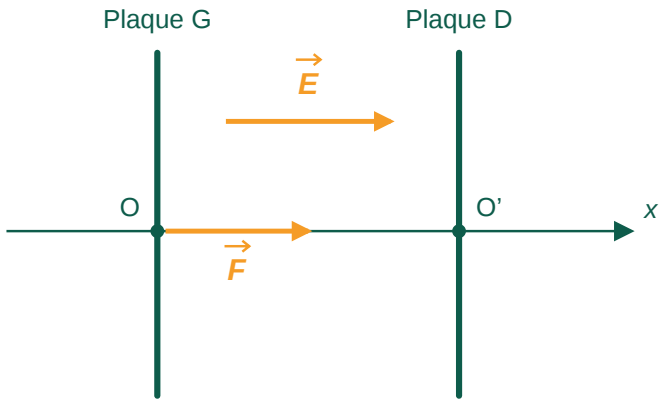
3.1 Sachant que le proton doit être accéléré, représenter sur l'annexe la force électrique $\vec{F}$ exercée sur le proton en O et un vecteur champ électrique $\vec{E}$ entre les plaques. Justifier.

Le proton part de O sans vitesse et doit être accéléré vers O' : la force électrique $\vec{F}$ est donc perpendiculaire aux plaques et dirigée de O vers O' (sens de l'axe Ox).

Or $\vec{F} = q\,\vec{E} = e\,\vec{E}$ avec $e > 0$: $\vec{E}$ a la même direction et le même sens que $\vec{F}$.

$\vec{F}$ et $\vec{E}$ sont horizontaux, orientés de la plaque G vers la plaque D (annexe).

PIÈGE
Dessiner $\vec{E}$ en sens inverse de $\vec{F}$: ce serait le cas pour un électron, de charge négative. Le point d'application de $\vec{F}$ est O.



3.1 · Annexe complétée : force et champ électriques entre les plaques

3.2 Établir l'expression du vecteur accélération $\vec{a}$ du proton entre O et O' en fonction de $\vec{E}$.

Système : {proton}, de masse m_p constante ; référentiel du laboratoire, supposé galiléen. Seule force prise en compte : la force électrique $\vec{F} = e\,\vec{E}$ (poids négligé).

Deuxième loi de Newton : $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m_p\,\vec{a}$, soit $e\,\vec{E} = m_p\,\vec{a}$.

$$\vec{a} = \frac{e}{m_p}\,\vec{E}$$

COMPRENDRE
Le champ étant uniforme, $\vec{a}$ est un vecteur constant : le mouvement entre les plaques est rectiligne uniformément accéléré.

3.3 Montrer que l'abscisse du proton sur son trajet OO' est donnée par $x(t) = \dfrac{e\,|U|}{2\,m_p\,d}\,t^2$.

Données utiles $E = \dfrac{|U|}{d}$; à $t = 0$: proton en O, sans vitesse initiale

$\vec{E}$ est orienté selon Ox : en projection, $a_x = \dfrac{e\,E}{m_p}$.

Comme $a_x = \dfrac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}$, par intégration : $v_x(t) = \dfrac{e\,E}{m_p}\,t + C_1$. À $t = 0$, $v_x(0) = 0$ donc $C_1 = 0$.

Comme $v_x = \dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$, par intégration : $x(t) = \dfrac{e\,E}{2\,m_p}\,t^2 + C_2$. À $t = 0$, $x(0) = 0$ donc $C_2 = 0$.

Avec $E = \dfrac{|U|}{d}$:

$$x(t) = \frac{e\,|U|}{2\,m_p\,d}\,t^2$$, ce qui est la relation attendue.

MÉTHODE
Accélération, puis vitesse, puis position : deux intégrations successives, et à chaque fois une constante fixée par les conditions initiales, à écrire explicitement même lorsqu'elle est nulle.

3.4 En déduire la valeur de la durée Δt_1 mise par le proton pour aller de O à O'.

Données utiles $d = 2$ mm ; $U = 30$ kV ; $m_p = 1{,}67 \times 10^{-27}$ kg ; $e = 1{,}6 \times 10^{-19}$ C

Le proton atteint O' lorsque $x(\Delta t_1) = d$: $\quad d = \dfrac{e\,|U|}{2\,m_p\,d}\,\Delta t_1^2$, d'où

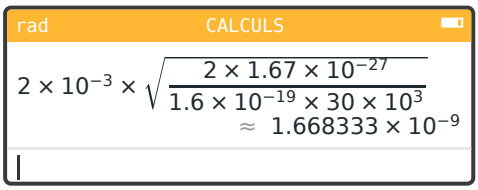
$$\Delta t_1 = d\sqrt{\frac{2\,m_p}{e\,|U|}} = 2 \times 10^{-3} \times \sqrt{\frac{2 \times 1{,}67 \times 10^{-27}}{1{,}6 \times 10^{-19} \times 30 \times 10^{3}}}$$

$$\Delta t_1 = 1{,}7 \times 10^{-9}\ \text{s} \approx 2\ \text{ns}$$

PIÈGE
Oublier que d apparaît deux fois (dans $x = d$ et dans E) : il sort de la racine. Convertir d en m et U en V.

COMPRENDRE
$d = 2$ mm n'a qu'un chiffre significatif : le résultat s'arrondit à 2 ns, valeur reprise par l'énoncé à la question 3.7.

À LA CALCULATRICE



3.5 Le mouvement du proton entre O' et A' est circulaire uniforme. En déduire la relation entre la vitesse v, le rayon R de la trajectoire et la durée Δt_2 du demi-tour.

Entre O' et A', le proton parcourt un demi-cercle de rayon R, de longueur πR, à vitesse de valeur constante v :

$$v = \frac{\pi\,R}{\Delta t_2}$$

PIÈGE
Écrire $2\pi R$: c'est la longueur d'un tour complet, alors que le proton ne fait qu'un demi-tour dans le dee.

3.6 Montrer que $\Delta t_2 = \dfrac{\pi\, m_p}{e\, B}$. En déduire que tous les demi-tours suivants ont la même durée.

Données utiles $R = \dfrac{m_p\, v}{e\, B}$; $v = \dfrac{\pi R}{\Delta t_2}$ (3.5)

D'après 3.5 : $\Delta t_2 = \dfrac{\pi\, R}{v}$. En remplaçant R par $\dfrac{m_p\, v}{e\, B}$:

$$\Delta t_2 = \frac{\pi}{v} \times \frac{m_p\, v}{e\, B} = \frac{\pi\, m_p}{e\, B}$$

Cette durée ne dépend ni de v ni de R, seulement de m_p, e et B, qui restent constants.

$\Delta t_2 = \dfrac{\pi\, m_p}{e\, B}$: tous les demi-tours ont la même durée, quelle que soit la vitesse du proton.

COMPRENDRE
À chaque passage le proton va plus vite, mais le rayon grandit dans la même proportion : le demi-cercle est plus long et la durée ne change pas.

COMPRENDRE
Le mouvement dans un champ magnétique n'est plus au programme de spécialité : la relation donnant R est fournie, elle n'est pas à démontrer.

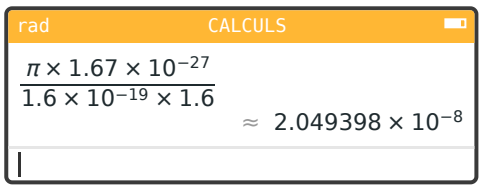
3.7 En considérant que Δt_1 est de l'ordre de 2 ns, montrer que la durée Δt_2 d'un demi-tour est environ dix fois plus grande.

Données utiles $B = 1{,}6$ T ; $m_p = 1{,}67 \times 10^{-27}$ kg ; $e = 1{,}6 \times 10^{-19}$ C

$$\Delta t_2 = \frac{\pi\, m_p}{e\, B} = \frac{\pi \times 1{,}67 \times 10^{-27}}{1{,}6 \times 10^{-19} \times 1{,}6} = 2{,}0 \times 10^{-8}\ \text{s} = 20\ \text{ns}$$

$\dfrac{\Delta t_2}{\Delta t_1} = \dfrac{20}{2} = 10$: un demi-tour dure environ dix fois plus longtemps qu'une phase d'accélération.

À LA CALCULATRICE



3.8 Évaluer le nombre de tours que doit faire le proton pour atteindre 16 MeV, puis la durée nécessaire pour qu'il sorte du cyclotron. Comparer avec la valeur du texte.

Données utiles $U = 30$ kV ; $E_c = 16$ MeV ; $\Delta t_2 = 2{,}0 \times 10^{-8}$ s (3.7) ; Δt_1 négligeable

Travail de la force électrique, constante, sur le trajet OO' : $W = \vec{F} \cdot \overrightarrow{OO'} = e\, E\, d = e\, |U|$.

À chaque passage entre les dees, le proton gagne donc $\Delta E_c = e\, |U| = 30$ keV $= 3{,}0 \times 10^4$ eV.

Parti sans vitesse, il doit effectuer $\dfrac{16 \times 10^6}{3{,}0 \times 10^4} \approx 533$ passages. Un tour comporte deux passages : $N \approx 267$ tours.

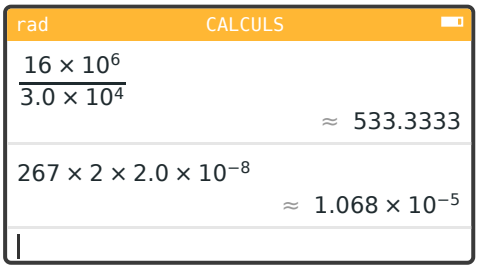
Un tour dure $2\,\Delta t_1 + 2\,\Delta t_2 \approx 2\,\Delta t_2$, donc $\Delta t = N \times 2\,\Delta t_2 = 267 \times 2 \times 2{,}0 \times 10^{-8} = 1{,}1 \times 10^{-5}$ s.

$N \approx 2{,}7 \times 10^2$ tours et $\Delta t \approx 11\ \mu$s : en accord avec la « dizaine de microsecondes » du texte.

PIÈGE
Compter un seul gain d'énergie par tour : le proton traverse deux fois l'espace entre les dees à chaque tour, et le champ est inversé entre-temps.

MÉTHODE
Une charge e accélérée sous une tension de 30 kV gagne 30 keV : rester en électronvolts évite toute conversion en joules.

À LA CALCULATRICE



Spécialité : Un trésor dans nos égouts

Bac S 2016 Nouvelle-Calédonie rattrapage (ancien programme) · Exercice 3 **5 points** **Durée conseillée 50 min**

1 Écrire l'équation de la réaction se produisant à l'anode de l'électrolyseur et celle se produisant à la cathode.

Données utiles couple $\mathrm{Au^{3+}(aq)\ /\ Au(s)}$

À l'anode (or à purifier), siège d'une oxydation, le métal passe en solution :

$$\mathrm{Au(s) \longrightarrow Au^{3+}(aq) + 3\,e^-}$$

À la cathode (or pur), siège d'une réduction, les ions or se déposent sous forme de métal :

Anode : $\mathrm{Au(s) \longrightarrow Au^{3+}(aq) + 3\,e^-}$; cathode : $\mathrm{Au^{3+}(aq) + 3\,e^- \longrightarrow Au(s)}$

PIÈGE
Inverser les deux électrodes. L'oxydation a toujours lieu à l'anode, la réduction à la cathode ; dans un électrolyseur, l'anode est reliée à la borne $+$ du générateur.

COMPRENDRE
L'électrolyse est toujours au programme de spécialité (transformation forcée par un générateur). Ici le bilan chimique est nul : l'or est simplement transporté de l'anode vers la cathode, les impuretés restant à l'écart.

2 Estimer la masse de boue moyenne produite par un Équivalent-habitant en France en un an.

Données utiles un Équivalent-habitant génère environ 60 g de boue par jour

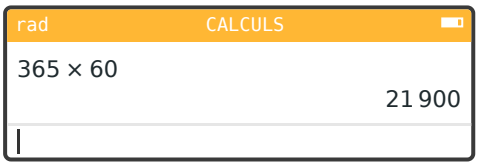
Une année compte 365 jours :

$$m_1 = 365 \times 60 = 2{,}2 \times 10^4\ \mathrm{g}$$

$m_1 \approx 22\ \mathrm{kg}$ de boue par Équivalent-habitant et par an

COMPRENDRE
La donnée « 60 g » a deux chiffres significatifs : le résultat s'écrit avec deux chiffres. On garde $21\,900$ g dans la suite pour ne pas cumuler les arrondis.

À LA CALCULATRICE



3 Établir la relation donnant la quantité de matière d'électrons échangés pendant la durée Δt en fonction de I, F et Δt. Problème : tout l'or extrait en un an des boues françaises forme une unique anode rectangulaire, affinée en deux semaines environ ; quel est l'ordre de grandeur de la surface de cette plaque ?

Données utiles $I = \dfrac{Q}{\Delta t}$; 79 millions d'Eh ; $m_1 = 21\,900$ g (Q2) ; 0,3 g d'or à purifier par tonne de boue ; 98,5 % d'or pur ; $M(\text{Au}) = 197\ \text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$; $F = 9{,}65 \times 10^4\ \text{C}\cdot\text{mol}^{-1}$; $J = \dfrac{I}{S} = 600\ \text{A}\cdot\text{m}^{-2}$; Δt = 2 semaines

Question 3. La charge échangée pendant Δt vaut $Q = I\,\Delta t$. Elle est portée par n_e moles d'électrons, chaque mole portant la charge F : $Q = n_e\,F$. En égalant les deux expressions :

$$n_e = \frac{I\,\Delta t}{F}$$

Problème — démarche. La surface active vérifie $S = \dfrac{I}{J}$. L'intensité I se déduit de la quantité d'électrons, elle-même liée à la quantité d'or à transférer, que l'on calcule à partir de la masse de boues.

1. Masse de boues produites en un an.

$$m_{\text{boues}} = 79 \times 10^6 \times 21\,900 = 1{,}73 \times 10^{12}\ \text{g} = 1{,}73 \times 10^6\ \text{t}$$

2. Masse d'or pur. Chaque tonne de boue contient 0,3 g d'or à purifier, dont 98,5 % d'or pur :

$$m(\text{Au}) = 1{,}73 \times 10^6 \times 0{,}3 \times 0{,}985 = 5{,}11 \times 10^5\ \text{g}$$

soit environ 511 kg d'or pur (519 kg d'or à purifier).

3. Quantité d'électrons. D'après les demi-équations (Q1), le transfert d'un atome d'or met en jeu trois électrons :

$$n_e = 3\,n(\text{Au}) = \frac{3\,m(\text{Au})}{M(\text{Au})} = \frac{3 \times 5{,}11 \times 10^5}{197} = 7{,}79 \times 10^3\ \text{mol}$$

4. Intensité du courant. $\Delta t = 14 \times 24 \times 3600 = 1{,}21 \times 10^6$ s. D'après la relation de la question 3 :

$$I = \frac{n_e\,F}{\Delta t} = \frac{7{,}79 \times 10^3 \times 9{,}65 \times 10^4}{1{,}21 \times 10^6} = 6{,}2 \times 10^2\ \text{A}$$

5. Surface de la plaque.

$$S = \frac{I}{J} = \frac{6{,}2 \times 10^2}{600} = 1{,}0\ \text{m}^2$$

Regard critique. Une plaque d'environ 1 m de côté est réaliste pour une cuve industrielle ; l'intensité, plusieurs centaines d'ampères, dépasse de loin celles du laboratoire. La donnée « 0,3 g » n'ayant qu'un chiffre significatif, seul l'ordre de grandeur a un sens.

$n_e = \dfrac{I\,\Delta t}{F}$; problème : $S \approx 1\ \text{m}^2$, la surface de la plaque est de l'ordre du mètre carré.

PIÈGE
Oublier le facteur 3 entre électrons et or, ou diviser par 10^3 au lieu de 10^6 en passant des grammes aux tonnes : la surface serait fausse d'un facteur 3 ou 1000.

COMPRENDRE
Seule la face de l'anode tournée vers la cathode est active, et l'épaisseur est négligée : S est donc directement l'aire de la plaque. Le facteur 0,985 ne modifie pas l'ordre de grandeur.

MÉTHODE
Partir de la grandeur demandée ($S = I/J$) et remonter jusqu'aux données : I exige n_e, qui exige $n(\text{Au})$, qui exige la masse de boues. Rédiger ensuite dans l'ordre inverse.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$$\frac{79 \times 10^6 \times 21\,900}{1 \times 10^6} \approx 1730100$$

$$1\,730\,100 \times 0.3 \times 0.985 \approx 511244.5$$

$$\frac{3 \times 511\,244.55}{197} \approx 7785.45$$

$$14 \times 24 \times 3600 = 1\,209\,600$$

$$\frac{7785.45 \times 9.65 \times 10^4}{1\,209\,600} \approx 621.111$$

$$\frac{621.1110491}{600} \approx 1.035185$$