Un accélérateur au service de l'art

Bac S 2016 Nouvelle-Calédonie (ancien programme) · Exercice 2 **6 points** **Durée conseillée 1 h**

1.1 Donner l'expression de la force électrique $\vec{F}$ s'exerçant sur un proton dans l'accélérateur et calculer sa valeur.

Données utiles $e = 1{,}60 \times 10^{-19}$ C ; $U = 2$ MV $= 2 \times 10^6$ V ; $d = 4$ m ; $E = \dfrac{U}{d}$

Le proton porte la charge $q = +e$: $\vec{F} = e\,\vec{E}$. La force a la direction et le sens du champ $\vec{E}$ (de A vers B).

Sa valeur est $F = e\,E = \dfrac{e\,U}{d}$.

$$F = \frac{1{,}60 \times 10^{-19} \times 2 \times 10^{6}}{4}$$

$\vec{F} = e\,\vec{E}$ et $F = 8 \times 10^{-14}$ N

PIÈGE

Laisser la tension en mégavolts : $1\ \text{MV} = 10^6$ V. Avec U en volts et d en mètres, E est en $\text{V} \cdot \text{m}^{-1}$ et F en newtons.

COMPRENDRE

U et d sont donnés avec un seul chiffre significatif : le résultat n'en garde qu'un, même si e en compte trois.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$\dfrac{1.60 \times 10^{-19} \times 2 \times 10^{6}}{4} \approx 8 \times 10^{-14}$

1.2 Peut-on négliger le poids du proton devant la force électrique qu'il subit dans l'accélérateur ? Justifier par un calcul.

Données utiles $m = 1{,}67 \times 10^{-27}$ kg ; $g = 9{,}8\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$; $F = 8 \times 10^{-14}$ N (1.1)

Poids du proton : $P = m\,g = 1{,}67 \times 10^{-27} \times 9{,}8 = 1{,}6 \times 10^{-26}$ N.

On compare les deux forces par leur rapport :

$$\frac{F}{P} = \frac{8 \times 10^{-14}}{1{,}6 \times 10^{-26}} = 5 \times 10^{12}$$

$F \approx 5 \times 10^{12}\,P$: le poids du proton est négligeable devant la force électrique.

MÉTHODE

Pour dire qu'une grandeur est négligeable devant une autre, on calcule leur rapport. Ici il dépasse très largement 100 : on peut ignorer le poids dans toute la suite.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$1.67 \times 10^{-27} \times 9.8 \approx 1.6366 \times 10^{-26}$

$\dfrac{8 \times 10^{-14}}{1.6366 \times 10^{-26}} \approx 4.888183 \times 10^{12}$

1.3 Montrer qu'une tension de 2 MV permet à chaque proton d'atteindre une énergie cinétique adaptée à la méthode PIXE.

Données utiles $F = 8 \times 10^{-14}$ N (1.1) ; $d = 4$ m ; $1\ \text{eV} = 1{,}60 \times 10^{-19}$ J ; énergie cinétique adaptée : entre 1,4 et 4 MeV

La force $\vec{F}$ est constante et de même sens que le déplacement $\overrightarrow{AB}$, de longueur d :

$$W_{AB}(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \overrightarrow{AB} = F\,d = \frac{e\,U}{d} \times d = e\,U$$

Le proton entre en A avec une vitesse pratiquement nulle, donc $E_c(A) \approx 0$ et

$$\Delta E_c = E_c(B) - E_c(A) = E_c(B) = e\,U$$

$E_c(B) = 1{,}60 \times 10^{-19} \times 2 \times 10^{6} = 3{,}2 \times 10^{-13}$ J

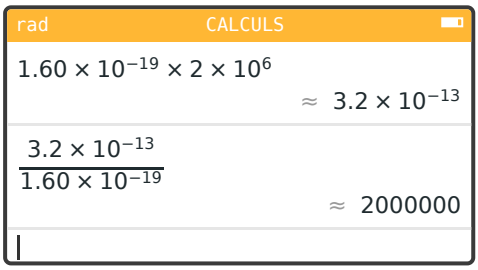
En électronvolts : $E_c(B) = \dfrac{3{,}2 \times 10^{-13}}{1{,}60 \times 10^{-19}} = 2 \times 10^{6}$ eV $= 2$ MeV.

$E_c(B) = 2$ MeV, valeur comprise entre 1,4 MeV et 4 MeV : l'énergie est adaptée.

PIÈGE
Confondre MV (une tension) et MeV (une énergie). La conclusion doit citer l'intervalle du texte, 1,4 à 4 MeV, et y situer la valeur trouvée.

COMPRENDRE
La distance d disparaît : $W = e\,U$. Une charge e accélérée sous une tension de 1 V gagne 1 eV ; sous 2 MV, elle gagne donc 2 MeV, sans calcul.

À LA CALCULATRICE



1.4 Calculer la valeur de la vitesse atteinte par le proton à la sortie de l'accélérateur. Indiquer s'il est pertinent d'utiliser le cadre de la mécanique classique.

Données utiles $E_c(B) = 3{,}2 \times 10^{-13}$ J (1.3) ; $m = 1{,}67 \times 10^{-27}$ kg ; célérité de la lumière dans le vide (valeur à connaître) : $c = 3{,}00 \times 10^{8}\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$

À la sortie, $E_c(B) = \dfrac{1}{2}\,m\,v^2$, donc $v = \sqrt{\dfrac{2\,E_c(B)}{m}}$.

$$v = \sqrt{\frac{2 \times 3{,}2 \times 10^{-13}}{1{,}67 \times 10^{-27}}} = 2 \times 10^{7}\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

On compare cette vitesse à celle de la lumière : $\dfrac{v}{c} = \dfrac{2 \times 10^{7}}{3{,}00 \times 10^{8}} \approx 0{,}07$, soit 7 % de c.

La vitesse reste inférieure à 10 % de c : les effets relativistes sont très faibles.

$v = 2 \times 10^{7}\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$; le cadre de la mécanique classique est pertinent.

PIÈGE
Utiliser l'énergie en MeV dans $\frac{1}{2}mv^2$: il faut des joules. Oublier la racine carrée donne une valeur absurde, supérieure à c.

COMPRENDRE
Dans l'ancien programme, on justifiait avec la relativité restreinte : $\gamma = 1/\sqrt{1 - v^2/c^2}$ vaut ici 1,002, presque 1. Cette notion n'est plus au programme de spécialité ; le critère $v < 0{,}1\,c$ suffit.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$\sqrt{\dfrac{2 \times 3.2 \times 10^{-13}}{1.67 \times 10^{-27}}} \approx 1.957635 \times 10^{7}$

$\dfrac{19\,576\,351.37}{3.00 \times 10^{8}} \approx 0.0652545$

1.5 Évaluer l'ordre de grandeur du nombre de protons nécessaires pour l'étude d'un métal, AGLAE fonctionnant quelques minutes. Comparer ce nombre au nombre de protons contenus dans une mole de protons.

Données utiles pour un métal, $I = 50\ \text{nA} = 50 \times 10^{-9}$ A ; durée choisie : $\Delta t = 5\ \text{min} = 300$ s ; $e = 1{,}60 \times 10^{-19}$ C ; $N_A = 6{,}02 \times 10^{23}\ \text{mol}^{-1}$

L'intensité est le débit de charge : $I = \dfrac{Q}{\Delta t}$. Les N protons reçus par la cible portent la charge $Q = N\,e$, donc

$$N = \frac{I\,\Delta t}{e}$$

Pour un métal, I peut atteindre 50 nA. On prend une durée de 5 min, soit 300 s :

$$N = \frac{50 \times 10^{-9} \times 300}{1{,}60 \times 10^{-19}} = 9 \times 10^{13}$$

L'ordre de grandeur est 10^{14} protons.

Une mole de protons contient $N_A = 6{,}02 \times 10^{23}$ protons, d'ordre de grandeur 10^{24} : $\dfrac{10^{24}}{10^{14}} = 10^{10}$.

$N \approx 10^{14}$ protons, soit environ dix milliards de fois moins que dans une mole.

PIÈGE
Oublier les conversions : $1\ \text{nA} = 10^{-9}$ A et la durée en secondes. Avec des minutes, le résultat est 60 fois trop petit.

MÉTHODE
Question ouverte : annoncer clairement les valeurs choisies (ici 50 nA et 5 min). Toute durée de « quelques minutes » convient, l'ordre de grandeur reste voisin de 10^{14}.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$\dfrac{50 \times 10^{-9} \times 300}{1.60 \times 10^{-19}} \approx 9.375 \times 10^{13}$

$\dfrac{6.02 \times 10^{23}}{9.375 \times 10^{13}} \approx 6.421333 \times 10^{9}$

2.1 Dans le cas du strontium, les rayonnements émis lors des désexcitations sont-ils bien des rayons X ? Justifier.

Données utiles spectre PIXE : pics du strontium vers 14 keV et 16 keV ; $h = 6{,}63 \times 10^{-34}$ J · s ; $c = 3{,}00 \times 10^{8}\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$; $1\ \text{eV} = 1{,}60 \times 10^{-19}$ J ; rayons X : de 10^{-11} m à 10^{-8} m

Sur le spectre, les deux pics du strontium se situent à environ 14 keV et 16 keV.

L'énergie d'un photon est $E = h\,\nu = \dfrac{h\,c}{\lambda}$, donc $\lambda = \dfrac{h\,c}{E}$, avec E en joules.

Pic à 14 keV :

$$\lambda = \frac{6{,}63 \times 10^{-34} \times 3{,}00 \times 10^{8}}{14 \times 10^{3} \times 1{,}60 \times 10^{-19}} = 8{,}9 \times 10^{-11}\ \text{m}$$

Pic à 16 keV :

$$\lambda' = \frac{6{,}63 \times 10^{-34} \times 3{,}00 \times 10^{8}}{16 \times 10^{3} \times 1{,}60 \times 10^{-19}} = 7{,}8 \times 10^{-11}\ \text{m}$$

Ces deux longueurs d'onde sont comprises entre 10^{-11} m et 10^{-8} m.

$\lambda \approx 8{,}9 \times 10^{-11}$ m et $\lambda' \approx 7{,}8 \times 10^{-11}$ m : ce sont bien des rayons X.

PIÈGE
Laisser l'énergie en keV dans $\lambda = hc/E$. Il faut la convertir en joules : $1\ \text{keV} = 10^{3} \times 1{,}60 \times 10^{-19}$ J.

COMPRENDRE
Les énergies sont lues sur le graphique à 1 keV près environ : deux chiffres significatifs suffisent. La conclusion ne dépend pas de cette précision.

À LA CALCULATRICE

rad CALCULS

$\dfrac{6.63 \times 10^{-34} \times 3.00 \times 10^{8}}{14 \times 10^{3} \times 1.60 \times 10^{-19}} \approx 8.879464 \times 10^{-11}$

$\dfrac{6.63 \times 10^{-34} \times 3.00 \times 10^{8}}{16 \times 10^{3} \times 1.60 \times 10^{-19}} \approx 7.769531 \times 10^{-11}$

2.2 Le pigment utilisé pour peindre la tunique contient-il l'élément cuivre ? Justifier la réponse.

Données utiles niveaux d'énergie du cuivre : $E_1 = -9{,}0$ keV ; $E_2 = -0{,}93$ keV ; $E_3 = -0{,}74$ keV

Lors d'une désexcitation, l'atome émet un photon dont l'énergie est égale à l'écart entre les deux niveaux. Pour le cuivre, trois transitions sont possibles :

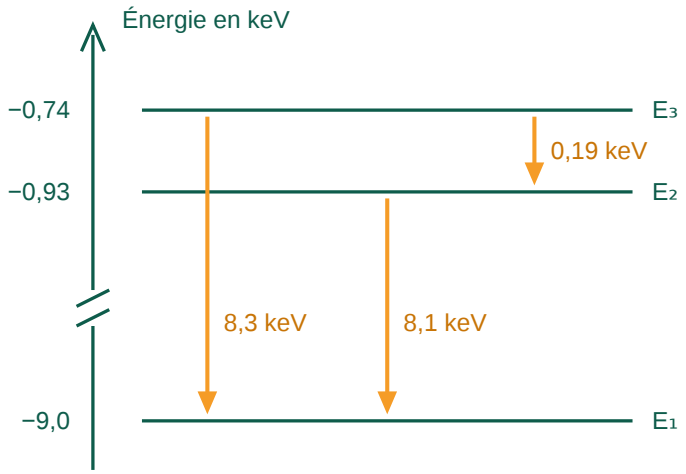
- $E_3 - E_1 = -0{,}74 - (-9{,}0) = 8{,}3$ keV
- $E_2 - E_1 = -0{,}93 - (-9{,}0) = 8{,}1$ keV
- $E_3 - E_2 = -0{,}74 - (-0{,}93) = 0{,}19$ keV

Si le pigment contenait du cuivre, le spectre présenterait deux pics proches de 8,1 keV et 8,3 keV. Or, autour de 8 keV, on n'observe que le bruit de fond, sans aucun pic.

Les pics attendus vers 8,1 keV et 8,3 keV sont absents : le pigment ne contient pas l'élément cuivre.

PIÈGE
Conclure à la présence de cuivre à cause de la transition à 0,19 keV. Le tout début du spectre est illisible à cette échelle ; les deux raies vers 8 keV, elles, manquent nettement.

COMPRENDRE
Chaque élément a ses propres niveaux d'énergie, donc ses propres raies : c'est sa signature. L'absence des raies d'un élément prouve son absence, comme la présence des pics à 14 et 16 keV signale le strontium.



2.2 · Niveaux d'énergie du cuivre et transitions possibles (en orange)

À LA CALCULATRICE

