L'univers du térahertz

Bac S 2017 Polynésie (ancien programme) · Exercice 1 **6 points** **Durée conseillée 1 h**

1.1.1 Calculer l'énergie, en eV, d'un photon de rayonnement X puis d'un photon de rayonnement T.

Données utiles $f_X = 1{,}0 \times 10^{17}$ Hz ; $f_T = 1{,}5$ THz $= 1{,}5 \times 10^{12}$ Hz ; $h = 6{,}63 \times 10^{-34}$ J · s ; 1 eV $= 1{,}60 \times 10^{-19}$ J

L'énergie d'un photon de fréquence f est $E = h\,f$ (en joules). On divise par $1{,}60 \times 10^{-19}$ pour l'obtenir en eV.

Rayon X : $E_X = 6{,}63 \times 10^{-34} \times 1{,}0 \times 10^{17} = 6{,}63 \times 10^{-17}$ J, soit $E_X = \dfrac{6{,}63 \times 10^{-17}}{1{,}60 \times 10^{-19}} = 4{,}1 \times 10^{2}$ eV.

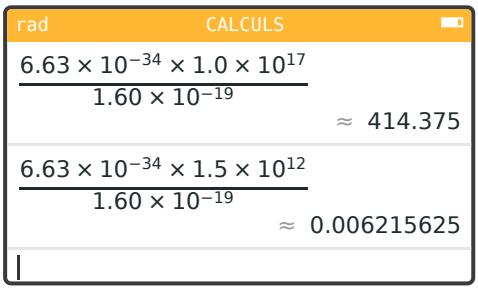
Rayon T : $E_T = 6{,}63 \times 10^{-34} \times 1{,}5 \times 10^{12} = 9{,}945 \times 10^{-22}$ J, soit $E_T = \dfrac{9{,}945 \times 10^{-22}}{1{,}60 \times 10^{-19}} = 6{,}2 \times 10^{-3}$ eV.

$E_X = 4{,}1 \times 10^{2}$ eV et $E_T = 6{,}2 \times 10^{-3}$ eV

PIÈGE
Oublier de convertir les térahertz en hertz, ou multiplier par $1{,}60 \times 10^{-19}$ au lieu de diviser pour passer des joules aux électronvolts.

COMPRENDRE
Deux chiffres significatifs, comme les fréquences (1,0 et 1,5), données les moins précises. La valeur en joules, intermédiaire, n'est pas arrondie avant la conversion.

À LA CALCULATRICE



1.1.2 Comparer l'impact sur les organismes vivants d'un scanner à rayons X et d'un scanner à rayons T. Justifier.

Données utiles rayonnement ionisant : énergie supérieure à 10 eV ; $E_X = 4{,}1 \times 10^{2}$ eV et $E_T = 6{,}2 \times 10^{-3}$ eV (1.1.1)

$E_X = 4{,}1 \times 10^{2}$ eV > 10 eV : les rayons X sont ionisants. Ils peuvent arracher des électrons aux atomes des tissus et être nocifs si l'énergie reçue est trop grande.

$E_T = 6{,}2 \times 10^{-3}$ eV $\ll 10$ eV : les rayons T ne sont pas ionisants.

Le scanner à rayons T est sans danger d'ionisation pour les organismes vivants, contrairement au scanner à rayons X.

MÉTHODE
« Comparer » puis « justifier » : placer chaque valeur calculée face au seuil donné par l'énoncé (10 eV), puis conclure pour chacun des deux appareils.

1.2.1 Rappeler l'expression reliant l'angle θ à la largeur a de la fente et à la longueur d'onde λ.

Pour la diffraction par une fente, le demi-angle d'ouverture du faisceau diffracté vérifie :

$\theta = \dfrac{\lambda}{a}$, avec θ en radians, λ et a en mètres.

PIÈGE
Inverser le rapport. Vérification rapide : plus la fente est étroite (a petit), plus le faisceau s'étale (θ grand). Et θ s'exprime en radians, pas en degrés.

1.2.2 Montrer que si l'angle α est petit, on ne peut pas séparer les deux faisceaux à la sortie de la fente. Donner l'expression de la valeur limite de α.

Données utiles $\theta = \dfrac{\lambda}{a}$ (1.2.1)

Après la fente, chaque faisceau garde sa direction moyenne, inclinée de α par rapport à l'axe, mais s'étale par diffraction de θ de part et d'autre de cette direction.

Le faisceau du haut occupe donc les directions comprises entre $\alpha - \theta$ et $\alpha + \theta$, celui du bas les directions comprises entre $-\alpha - \theta$ et $-\alpha + \theta$.

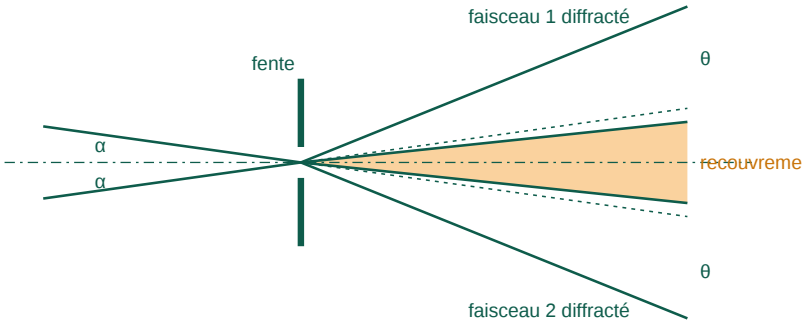
Si $\alpha < \theta$, alors $\alpha - \theta < 0 < -\alpha + \theta$: les deux faisceaux se recouvrent autour de l'axe et on ne peut pas les séparer.

Ils sont séparés dès que $\alpha - \theta \geqslant -\alpha + \theta$, c'est-à-dire $\alpha \geqslant \theta$.

Valeur limite : $\alpha_{\text{lim}} = \theta = \dfrac{\lambda}{a}$

COMPRENDRE
C'est l'origine du pouvoir de résolution : deux points d'un objet envoient vers l'instrument deux faisceaux inclinés l'un par rapport à l'autre. La diffraction par l'ouverture empêche de les distinguer s'ils sont trop proches.

MÉTHODE
Pour savoir si deux faisceaux se séparent, écrire l'intervalle angulaire occupé par chacun et chercher la condition pour que ces intervalles ne se chevauchent pas.



1.2.2 · Cas α < θ : les deux faisceaux diffractés se recouvrent (zone orange)

1.3.1 Montrer que deux points séparés de 0,20 mm, sur un objet situé à 12 cm de la caméra térahertz, ne peuvent pas être distingués avec un objectif de diamètre 10 cm.

Données utiles $D_{\text{min}} = 1{,}22\,\lambda\,\dfrac{L}{d}$; $L = 12\text{ cm} = 0{,}12\text{ m}$; $d = 0{,}20\text{ mm} = 0{,}20 \times 10^{-3}\text{ m}$; $f = 1{,}5 \times 10^{12}\text{ Hz}$; $c = 3{,}00 \times 10^{8}\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$; $D = 10\text{ cm}$

Longueur d'onde du rayonnement : $\lambda = \dfrac{c}{f}$, d'où

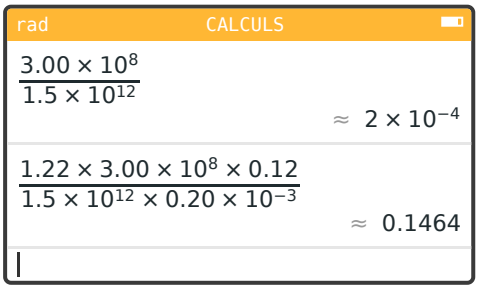
$$D_{\text{min}} = 1{,}22\,\frac{c\,L}{f\,d} = 1{,}22 \times \frac{3{,}00 \times 10^{8} \times 0{,}12}{1{,}5 \times 10^{12} \times 0{,}20 \times 10^{-3}} = 0{,}15\text{ m}$$

$D_{\text{min}} = 15\text{ cm} > D = 10\text{ cm}$: l'objectif est trop petit, les deux points ne sont pas distingués.

PIÈGE
Laisser L en centimètres et d en millimètres : le rapport L/d n'a pas d'unité seulement si les deux longueurs sont dans la même unité. Ici $L/d = 600$.

COMPRENDRE
La longueur d'onde vaut $\lambda = 2{,}0 \times 10^{-4}\text{ m} = 0{,}20\text{ mm}$: elle est égale à la distance d à résoudre. On ne distingue pas facilement des détails de la taille de la longueur d'onde.

À LA CALCULATRICE



1.3.2 Comment modifier la fréquence des ondes térahertz pour visualiser distinctement ces deux points ?

Données utiles $D_{\min} = 1{,}22\,\dfrac{c\,L}{f\,d}$ (1.3.1) ; $D = 0{,}10$ m

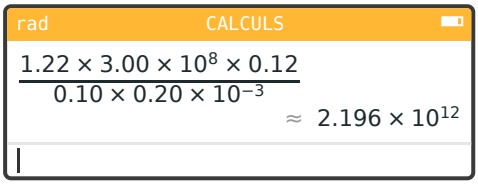
Il faut abaisser $D_{\min}$ jusqu'à $D = 10$ cm au plus. Or $D_{\min} = 1{,}22\,\dfrac{c\,L}{f\,d}$ est inversement proportionnel à f, les autres grandeurs étant fixées.

Condition $D_{\min} \leqslant D$: $\quad f \geqslant 1{,}22\,\dfrac{c\,L}{D\,d} = 1{,}22 \times \dfrac{3{,}00 \times 10^{8} \times 0{,}12}{0{,}10 \times 0{,}20 \times 10^{-3}} = 2{,}2 \times 10^{12}$ Hz

Il faut augmenter la fréquence, au moins jusqu'à 2,2 THz.

COMPRENDRE
Augmenter f revient à diminuer λ, donc à réduire la diffraction. La valeur 2,2 THz reste dans le domaine térahertz (de 0,1 à 30 THz) : la solution est réaliste.

À LA CALCULATRICE



2.1 Montrer que le « rayonnement fossile » peut être considéré comme un rayonnement térahertz.

Données utiles loi de Wien : $\lambda_{\max} T = 2{,}90 \times 10^{-3}$ m · K ; $T = 3$ K ; $c = 3{,}00 \times 10^{8}$ m · s^{-1} ; rayons térahertz : de 0,1 THz à 30 THz

Longueur d'onde majoritairement émise par un corps noir à 3 K :

$\lambda_{\max} = \dfrac{2{,}90 \times 10^{-3}}{T} = \dfrac{2{,}90 \times 10^{-3}}{3} = 1 \times 10^{-3}$ m, soit environ 1 mm.

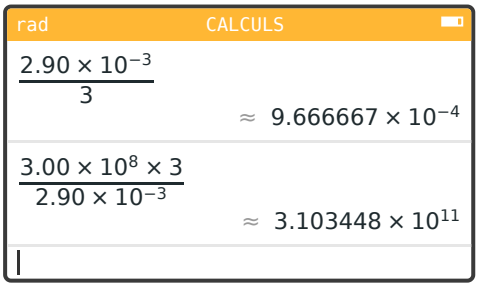
Fréquence correspondante : $f = \dfrac{c}{\lambda_{\max}} = \dfrac{c\,T}{2{,}90 \times 10^{-3}} = \dfrac{3{,}00 \times 10^{8} \times 3}{2{,}90 \times 10^{-3}} = 3 \times 10^{11}$ Hz

$f = 0{,}3$ THz, compris entre 0,1 THz et 30 THz : le rayonnement fossile est un rayonnement térahertz.

PIÈGE
Comparer directement $\lambda_{\max}$ à l'axe du document, gradué en fréquences. Il faut soit calculer f, soit convertir les bornes 0,1 THz et 30 THz en longueurs d'onde (3 mm et 10 µm).

COMPRENDRE
La température « 3 kelvins » n'a qu'un chiffre significatif : les résultats aussi. La loi de Wien n'est plus au programme de spécialité de Terminale (elle relève de l'enseignement scientifique de Première) ; ici elle est fournie.

À LA CALCULATRICE



2.2 Le rayonnement fossile peut-il être étudié directement avec des instruments au sol, ou faut-il un satellite ? Justifier.

Données utiles $\lambda_{\max} \approx 1$ mm (2.1) ; courbe d'absorption de l'atmosphère en fonction de la longueur d'onde

Sur le graphique, pour une longueur d'onde voisine de 1 mm, l'absorption atmosphérique vaut 100 % : l'atmosphère arrête ce rayonnement avant qu'il n'atteigne le sol.

L'étude du rayonnement fossile autour de son maximum d'émission nécessite un satellite, placé au-dessus de l'atmosphère.

COMPRENDRE
L'atmosphère ne laisse passer que deux « fenêtres » : le visible et les ondes radio de quelques centimètres à quelques mètres. Le reste de ce rayonnement, émis à ces longueurs d'onde radio, parvient donc faiblement jusqu'au sol.